

李铁映
Li Tieying

读书笔记

Study Notes of Li Tieying in
Charles University, Czechoslovakia

6 | 二年级
Second Year

3. 10. 57

Molekulární a atomová fyzika

1. Molekulární fyzika = obsebe teplo
thermodynamika, peklidm obšury lótek

Když máme zjev souhrnu molekul, ale nemáme
přesně definovat vztek mezi jednotlivými
částicami

2. Literatura



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

大学笔记

Study Notes of Li Tieying in
Charles University, Czechoslovakia

李铁映
Li Tieying

6

Volume VI

1957年9月—1958年1月

Sept.1957—Jan.1958

二年级

Second Year



 高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

图书在版编目 (C I P) 数据

大学笔记.6 / 李铁映. —北京: 高等教育出版社,
2008.4

ISBN 978-7-04-024222-5

I. 大… II. 李… III. ①高等数学—文集②物理学—文
集 IV. 013-53 04-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 046778 号

策划编辑 杨利平 责任编辑 王文颖 责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.landracom.com
印 刷	北京雅昌彩色印刷有限公司		http://www.landracom.com.cn
开 本	640 × 960 1/8	畅想教育	http://www.widedu.com
本册印张	44.25	版 次	2008 年 4 月第 1 版
总 印 张	639.5	印 次	2013 年 1 月第 2 次印刷
本册字数	280,000		
购书热线	010-58581118		
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 24222-005

力学

MECHANICS

1957年9月

-1-

23.9.57

1.

Thi. podise - je vyslovení pjeon, které ještě není
dokázáno, a také není matematicky zpracováno.

Theorie - je vyslovení pjeon matematicky zpracováno.

Pracovní Thi. podise -

2. Mechaniku pojednáve Archimede...

3. Překládání poznání mechaniky.

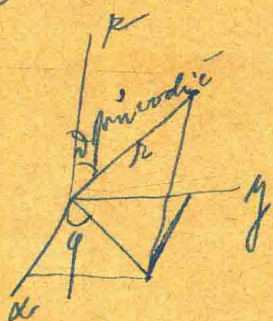
prostor - Eukleidovský prostor. Kartézská soustava souř.

čas -

hmota -

Pojem kartézské soustavy souř.

①



Měníme tu to soustavu v jinou.
Větší polební soustava

$x, y, z \longleftrightarrow x', y', z'$

Kor.

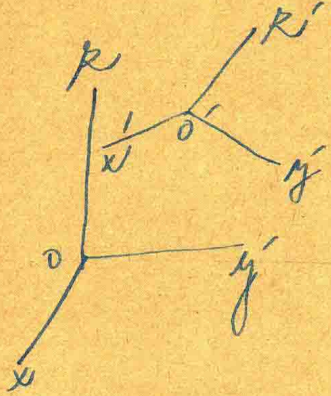
pol.

- 2 -

$$\begin{cases} \underline{x = r \sin \vartheta \cos \varphi} \\ \underline{y = r \sin \vartheta \sin \varphi} \\ \underline{z = r \cos \vartheta} \end{cases}$$

Prechod od Ker.
do polárnej soust. souř.

② Přechod od první ker. do druhé ker. souř.



$$O'(x_0, y_0, z_0)$$

posunutí souř.

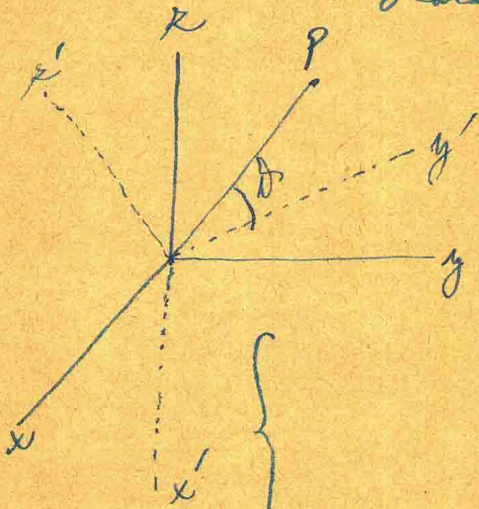
$$x' = x - x_0$$

$$y' = y - y_0$$

$$z' = z - z_0$$

③

Rotace souř.



směrů kosinusy α, β, γ
pro α, β, γ .

$$x = r \cos \alpha$$

$$y = r \cos \beta$$

$$z = r \cos \gamma$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

-3-

Označme $\alpha_{21} = \cos(y'x)$.

$$\alpha_{22} = \cos(y'y)$$

$$\alpha_{23} = \cos(y'z)$$

První index uklu odpovídá druhé soustavě.

$$\cos B = \frac{x}{r} = \alpha_{21} \cos \alpha + \alpha_{22} \cos \beta + \alpha_{23} \cos \gamma$$

$$y' = r \cos B = r(\alpha_{21} \cos \alpha + \alpha_{22} \cos \beta + \alpha_{23} \cos \gamma)$$

$$\begin{cases} y' = \alpha_{21}x + \alpha_{22}y + \alpha_{23}z \\ x' = \alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13}z \\ z' = \alpha_{31}x + \alpha_{32}y + \alpha_{33}z \end{cases}$$

	x	y	z
x'	α_{11}	α_{12}	α_{13}
y'	α_{21}	α_{22}	α_{23}
z'	α_{31}	α_{32}	α_{33}

Platí také

$$\begin{cases} \alpha_{11}\alpha_{21} + \alpha_{12}\alpha_{22} + \alpha_{13}\alpha_{23} = 0 \\ \alpha_{21}\alpha_{31} + \alpha_{22}\alpha_{32} + \alpha_{23}\alpha_{33} = 0 \\ \alpha_{11}\alpha_{31} + \alpha_{12}\alpha_{32} + \alpha_{13}\alpha_{33} = 0 \end{cases}$$

relace ortogonalit

α_{ik} součinné
hojiny
pro invariantní
transformaci planí
roviny [2] tvoří
ortogonální a normální
bázi.

-4-

$$\begin{cases} \alpha_{11}^2 + \alpha_{12}^2 + \alpha_{13}^2 = 1 \\ \alpha_{21}^2 + \alpha_{22}^2 + \alpha_{23}^2 = 1 \\ \alpha_{31}^2 + \alpha_{32}^2 + \alpha_{33}^2 = 1 \end{cases}$$

④. Označujeme matici

$$\begin{aligned} x &\equiv x_1 & x' &\equiv x'_1 \\ y &\equiv x_2 & y' &\equiv x'_2 \\ z &\equiv x_3 & z' &\equiv x'_3 \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta_{ik}}{|\alpha|} = \beta_i^k$$

$$x_i = \beta_i^k x'_k = \alpha_{ki} x'_k$$

$$\beta_k^i \beta_i^j = \delta_k^j$$

pro invariantní transformace.

$$\beta_i^k = \alpha_{ki}$$

Einsteinovo pravidlo

$$\Rightarrow x'_i = \sum_{k=1}^3 \alpha_{ik} x_k \equiv (x'_i = \alpha_{ik} x_k) \quad \downarrow$$

přecházíme $\Rightarrow$ symetrické sumy Σ

$$x'_i = \sum_{k=1}^3 \alpha_{ik} x_k$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} \alpha_{kj} &= 0 \quad (i \neq k) \\ \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} \alpha_{ij} &= 1 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

Kronecker
(symbol delta)

Celkem dostaneme

$$x'_i = \sum_k \alpha_{ik} x_k$$

$$\sum_j \alpha_{ij} \alpha_{kj} = \delta_{ij}$$

-5-

30.9.57

$$\begin{aligned}
 (1) \quad x'_i &= \alpha_{ik}^i x_k = \sum_k \alpha_{ik} x_k \\
 \left\{ \begin{aligned} \alpha_i^j \alpha_j^k &= \delta_{ik} \\ \alpha_i^j \alpha_j^i &= 1 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

inversní transformace

$$\underline{x_j = \sum_k \alpha_{kj} x'_k = \sum_k \alpha_{kj} \alpha_{ik} x'_i}$$

$$\underline{x'_i = \sum_k \alpha_{ik} x_k = \sum_k \alpha_{ik} \sum_l \alpha_{kl} x'_l}$$

$$\underline{\sum_k \sum_l \alpha_{ik} \alpha_{kl} = \sum_l \delta_{il}}$$

$$\underline{x'_i = \sum_l \delta_{il} x'_l = x'_i}$$

(2) Když platí

$$\underline{\sum_j x'_j x'_j = \sum_k x_k x_k} \quad \text{je tento vztah je}$$

invariantní.

Důkaz.

$$\underline{\sum_j x'_j x'_j = \sum_j \sum_k \alpha_{ik} x_k \sum_l \alpha_{il} x_l}$$

-6-

$$= \sum_{ikl} \underbrace{\alpha_{ik} \alpha_{il}}_{\delta_{kl}} x_k x_l = \sum_{kl} \delta_{kl} x_k x_l$$

$$= \sum_k \delta_{kk} x_k x_k = \sum_k x_k x_k$$

③ Transformace determinantu.

hodnota det. $|\alpha_{ik}| = D$

$$D = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ - & - & - \\ \alpha_{31} & - & \alpha_{33} \end{vmatrix}$$

$$D^2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{D = \pm 1}}$$

$D = +1$ je transformace vlastní (přímá)

$D = -1$ je transformace nevlastní (zrcadlová)

vlastní transformace se dít přechodit z jedné do druhé, nevlastní ne.

- 7 -

na

$$x_1' = x_1$$

$$x_2' = x_2$$

$$x_3' = x_3$$

je to prostá transformace

- ④. Čas — Budeme studovat nějaký pohyb, který závisí na čase.

pohyb je určen, když předpovíme dráhu.

Příměrná rychlost

$$\bar{v} = \frac{x' - x}{t' - t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

okamžitá rychlost,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

rychlost

$$w = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{průměrná}$$

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad \text{okamžitá rychlost}$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}$$

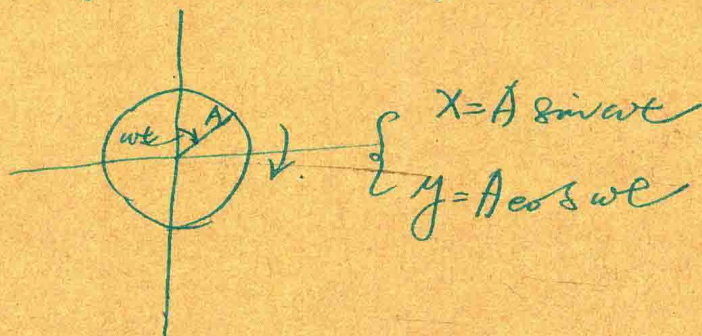
- 8 -

Když $\frac{dx}{dt} = a \Rightarrow$ integruje $x = at + b$

$\frac{dv}{dt} = b \Rightarrow v = bt + c$

$x = \frac{1}{2}bt^2 + ct + d$

⑤ Pohyb harmonický



$x = A \sin \omega t$

$\frac{dx}{dt} = A \omega \cos \omega t$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -A \omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ diferenciální rovnice

v této rovnici vystupuje jen obecné
 derivace, je to obecná dif. rovnice
 když vystupuje parciální derivace
 je to parciální dif. rovnice

- 9 -

řád diferenciálních rovnic je ~~stejný~~ určen
řádem derivace.

stupen dif. rovnic závisí na umocnění.
my budeme bořit hlavně lineární rovnice
typický tvar.

$$\underline{a_1(x) \frac{d^2 y}{dx^2} + a_2(x) \frac{dy}{dx} + a_3(x) y = f(x)}$$

kdysi rovnice má konstantu budeme mít
bud' a pravou stranou neb. nulovou

budeme spít s té dif. rovnice k rovnici
převodit

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \omega^2 X = 0$$

První postup
integrací

$$\frac{dv}{dt} = -\omega^2 X$$

$$\frac{dv}{dt} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v$$

$$v \frac{dv}{dx} = -\omega^2 X \Rightarrow$$

$$v dv = -\omega^2 X dx \quad \text{postupem integruj}$$

-70-

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{\omega^2}{2} X^2 + C$$

$$v^2 = C_1 - \omega^2 X^2 \Rightarrow v = \sqrt{C_1 - \omega^2 X^2}$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{C_1 - \omega^2 X^2}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{C_1 - \omega^2 X^2}} = dt \Rightarrow t = \int \frac{dx}{\sqrt{C_1 - \omega^2 X^2}}$$

$$t = \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \frac{\omega X}{\sqrt{C_1}}$$

proceeding substitution

$$\omega X = C_1 \sin u$$

$$\omega dx = C_1 \cos u du$$

$$\int \frac{\frac{C_1}{\omega} \cos u du}{C_1 \cos u} = \int \frac{du}{\omega} = \int dt$$

$$u = \omega t + \phi$$

$$\omega X = C_1 \sin(\omega t + \phi)$$

$$X = \frac{C_1}{\omega} \sin(\omega t + \phi)$$

$$x = A \sin(\omega t + \phi)$$

- 11 -

$$\begin{cases} X = C \sin \omega t + D \cos \omega t \\ X = A \sin \omega t + B \cos \omega t \\ A = C \cos \varphi \\ B = C \sin \varphi \end{cases}$$

druhý postup diferenciálů

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \omega^2 X = 0.$$

předpoklad.

$$\underline{X \sim e^{\alpha t}}$$

$$\underline{\alpha^2 + \omega^2 = 0}$$

charakteristická rovnice.

$$\alpha_{1,2} = \pm i\omega$$

$$X = A_1 e^{i\omega t} + B_1 e^{-i\omega t}$$

$$\underline{\alpha^{\pm i\omega} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t}$$

$$\frac{d^2 X}{dt^2} - \omega^2 X = 0.$$

$$\alpha^2 - \omega^2 = 0. \quad \alpha_{1,2} = \pm \omega$$

$$X = A_2 e^{\omega t} + B_2 e^{-\omega t}$$

$$\text{procházíme} \quad \underline{\sinh X = \frac{e^X - e^{-X}}{2}}$$

$$\underline{X = C \sinh \omega t + D \cosh \omega t}$$

$$\sin^{-1}x = \arcsin x$$

-12-
jako takto je inverzní funkce

$$(6) \quad y = y(x)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + ky = 0. \quad \text{hoye vyskytne také stráclun' cílen}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a_1 \frac{dy}{dx} + a_2 y = 0$$

hrujář rovnice je už přestavěna, chceme
převést do lepší na hrujář

nežádá

$$a_2 \quad y = v e^{-\frac{1}{2}a_1 x} \quad (\text{substituce})$$

$$a_1 \quad y' = v' e^{-\frac{1}{2}a_1 x} + v \left(-\frac{1}{2}a_1\right) e^{-\frac{1}{2}a_1 x}$$

$$1. \quad y'' = v'' e^{-\frac{1}{2}a_1 x} - a_1 v' e^{-\frac{1}{2}a_1 x} + \frac{1}{4}a_1^2 v e^{-\frac{1}{2}a_1 x}$$

ponočet

$$v'' e^{-\frac{1}{2}a_1 x} + \left(a_2 - \frac{1}{4}a_1^2\right) v e^{-\frac{1}{2}a_1 x} = 0.$$

$$v'' + \left(a_2 - \frac{1}{4}a_1^2\right) v = 0.$$

$$\alpha^2 + \left(a_2 - \frac{1}{4}a_1^2\right) = 0.$$

$$\alpha = \pm i \sqrt{a_2 - \frac{1}{4}a_1^2}$$

$$N = A e^{+i\sqrt{a_2 - \frac{1}{4}a_1^2}} + B e^{-i\sqrt{a_2 - \frac{1}{4}a_1^2}}$$

$$y = A e^{(-\frac{1}{2}a_1 + i\sqrt{a_2 - \frac{1}{4}a_1^2})x} + B e^{(-\frac{1}{2}a_1 - i\sqrt{a_2 - \frac{1}{4}a_1^2})x}$$

Řešení bude

$$y = A e^{(-\frac{1}{2}a_1 + i\sqrt{a_2 - \frac{1}{4}a_1^2})x} + B e^{(-\frac{1}{2}a_1 - i\sqrt{a_2 - \frac{1}{4}a_1^2})x}$$

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = 0. \quad y \sim e^{\alpha x}$$

$$\alpha^2 + a_1 \alpha + a_2 = 0 \quad \text{když řešíme rovnici}$$

$$\alpha_{1,2} = -\frac{1}{2}a_1 \pm \sqrt{\frac{1}{4}a_1^2 - a_2} = -\frac{1}{2}a_1 \pm i\sqrt{a_2 - \frac{1}{4}a_1^2}$$

$$y = A e^{\alpha_1 x} + B e^{\alpha_2 x}$$

partikulární (základní)

⑦. diferenciální rovnice lín. s pravou stranou.

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x)$$

hom. rovnice $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ řešení má

dvě partikulární integrály, $c_1 y_1, c_2 y_2$.

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2 \quad \text{použit dvojí řešení}$$