

安妮

【英】安妮·鲁尼 (Anne Rooney) 著

卢健 潘晨 译

聊数学

最受追捧的安万特科学图书奖
入围者、剑桥学霸为你带来最意想不到的
另类数学解读
让你在捧腹之余，领略烧脑又
迷人的数学之美

 中国人民大学出版社

安妮

【英】安妮·鲁尼(Anne Rooney)◎著

卢健 潘晨◎译

聊数学



中国人民大学出版社

• 北京 •

图书在版编目 (CIP) 数据

安妮聊数学 / (英) 安妮·鲁尼 (Anne Rooney) 著 ; 卢健 , 潘晨译 . -- 北京 : 中国人民大学出版社 , 2017.6

ISBN 978-7-300-23816-6

I . ①安… II . ①安… ②卢… ③潘… III . ①数学—普及读物 IV . ① 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 004842 号

安妮聊数学

[英] 安妮·鲁尼 著

卢健 潘晨 译

Anni Liao Shuxue

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511770 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京中印联印务有限公司

规 格 148mm × 210mm 32 开本

版 次 2017 年 6 月第 1 版

印 张 7.5 插页 1

印 次 2017 年 6 月第 1 次印刷

字 数 160 000

定 价 49.00 元

版权所有

侵权必究

印装差错

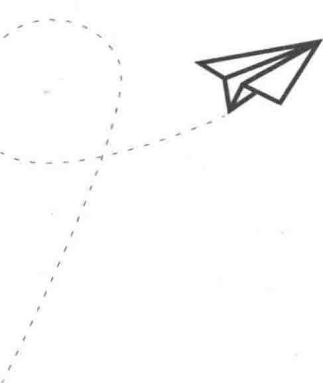
负责调换



THE 15-MINUTE MATHEMATICIAN

前言

数学究竟是什么



在我们的生活中，数学无处不在。它是一种语言，能够帮助我们研究数字、图形以及掌管宇宙运行的某些定律，为我们理解周遭事物、解构和预测某些现象提供一种方法。生活在原始社会的人们开始研究数学是因为他们想要记录太阳、月亮和行星的运动轨迹，想要建造房屋，想要清点羊群或者开展贸易。从古代中国到美索不达米亚平原，从古埃及、希腊到印度，数学思想绚烂绽放，人们惊叹于那些由数字演化的图案所展现出的美丽和神奇。

数学是一种国际语言。如今，它已融入我们的生活。贸易与商业以数字为基础。社会生活中必不可少的计算机也要依靠数字来进行运算。我们在日常生活里所要表达的大部分信息同样要用到数学。如果没有对数字和数学的基本了解，我们就可能

无法知晓时间、安排日程，甚至无法看懂菜谱。当然，这还不是全部。如果你不懂数学常识，你可能会被蒙骗、被误导，或者错失宝贵的机会。数学可以被应用于高尚的事业，但同样也可能被用于实现卑劣的目的。数字可以被用来说明、解释和澄清事实，但同样也可能被用来隐瞒、模糊甚至混淆事实。因此，了解数学究竟是什么对我们来说将是一件很有意义的事情。

不用动脑筋的方法

计算机的出现使数学运算变得容易了很多，一些在以前根本无法完成的运算如今却可以在计算机的帮助下完成。在本书后面的章节中，你会发现很多这样的例子。例如，圆周率（符号是 π ，它定义了圆周与半径之间的数学关系）现在已经可以通过计算机算出小数点之后的百万位。同样，在计算机的帮助下，人们也为质数（只能被 1 和自身整除的数）添加了数百万位新成员。然而，从某种程度上说，计算机也可能正在使数学变得不再那么严谨了。

如今，处理数以百万计的样本或者海量的数据已经不再是什么难事，我们可以直接从实验数据（也就是那些可以被直接观测到的数据）中获取信息，而且这些信息比用原有方法获取的信息更可靠。这也意味着我们更多的结论将可能直接来源于对事物的观察而不是计算。比如，我们可以在短时间内研究大量的天气数据，并根据以往的天气情况来预测未来的天气情况。我们不必再去深究天气发生变化的具体原因，只需要对以前记录下来的数据进行研究。这种方法之所以可行是基于这样的假设，即不管掌控事物变化的原因究竟是什么，曾经发生的事情都会在未来以一定的概率重现。这种方法的效果虽然看上去还不错，但它并不是真正的科学或者数学。

纯数学和应用数学

本书提及的“数学”大部分都可以被归为应用数学。应用数学用于解决实际问题，并且可以应用在现实场景中，比如计算一笔贷款要被征收多少利息，或者测量时间和绳子的长度。

然而，还有另外一类数学，它们令很多数学家为之着迷，这类数学被称为纯数学（“pure” maths）。人们根本不关心纯数学是否有实际的用处，而关心的是自己会在逻辑的世界中走多远，以及为了实现自己的目标而需要了解多少数学常识。

先思考还是先观察

处理数据和获取知识有两种截然不同的方式，而数学思想也是通过这两种方式产生的。这两种方式一种是从思考和逻辑出发，而另一种则是从观察出发。

先思考

推演法是运用逻辑进行推理的方法，它使用给定的陈述对单个案例进行预测。例如，给定的陈述是所有的孩子都有（或曾经有）父母，事实是苏菲是个孩子，那么就可以推导出苏菲一定有（或曾经有）父母。只要上述两条原始陈述被验证是正确的，而且推理逻辑合理，那么预测结果也将正确无误。

先观察

归纳法是从给定的样本中推断出共性信息的方法。例如我们看到了一群天鹅，并且发现它们都是白色的，我们可能会以此为依据（正如人们曾经做的那样）推断出所有天鹅都是白色的。但这并不可靠，这只是意味着我们尚未发现其他颜色的天鹅（详见第 10 章）。

是对还是错

无论是使用推演法还是归纳法，数学家们并不总是对的。但总的来说，推演法更可靠，而且自从它被希腊数学家欧几里得（Euclid）提出，就一直深受纯数学家们的推崇。

错误是怎样发生的

我们的祖先认为太阳绕着地球转，而不是地球绕着太阳转。但问题是如果太阳真的是绕着地球转，那它还会像现在一样东升西落吗？答案是：会的，还和现在一样。

古希腊天文学家克罗狄斯·托勒密（Claudius Ptolemy，约公元

90—168年）构建了宇宙的模式。该模型描述了太阳、月亮以及行星划过天际的可见轨迹。该模型是使用归纳法建立的：托勒密研究了多项观测数据（这些数据都是他自己观测得到的），并且根据这些数据构建了模型。

随着对行星运动轨迹的观测变得更加精确，为了能够进行更好的观测，中世纪和文艺复兴时期的天文学家们对托勒密的以地球为中心的宇宙模型展开了越来越复杂的改进。由于用来描述新发现行星的运动轨迹线越来越多，整个模型已经乱作一团。



纠正错误

直到波兰天文学家和数学家尼古拉·哥白尼（Nicolaus Copernicus）推翻了该模型，提出了日心说，数学才在天文研究领域开始发挥它的作用，尽管当时他的计算并不完全正确。后来，英国科学家艾萨克·牛顿（Isaac Newton, 1642—1726）在哥白尼学说的基础上进一步给出了行星运动规律的数学理论，这个理论不需要篡改和捏造事实就能够解释行星运行的规律。当牛顿还健在时，人们观测到很多以前未被发现的行星，他的行星运动定律得到了验证，而且人们可以更精准地预测出一些行星的存在，而这些行星之前从未被观测到。然而，这套理论尚不完美，利用目前掌握的数学模型，我们仍然无法很好地解释外行星的运行规律。所以，无论是宇宙还是数学领域，仍然有很多未知在等待我们去发现。

这颗行星在哪？它就在那儿！

1845年至1846年，数学家奥本·勒维耶（Urbain Le Verrier）和约翰·柯西·亚当斯（John Couch Adams）各自独立预测出了海王星的存在及其位置。在观察到天王星轨道的摄动（扰动）现象之后，他们运用数学方法推测出天王星的附近可能还有一颗行星。1846年，海王星被发现并被正式确认。

芝诺悖论

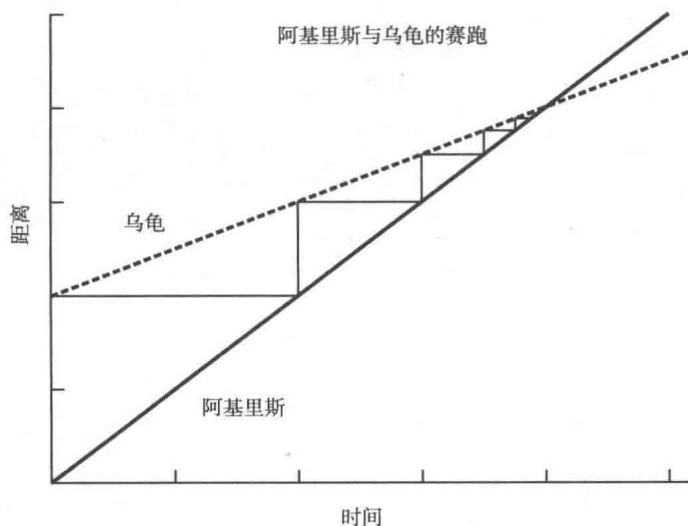
人们在很久以前就已经认识到，我们生活的现实世界与依靠数学和逻辑构建起来的虚拟世界并不完全一致。

古希腊哲学家芝诺（Zeno of Elea，约公元前490年—公元前

430年)就曾经运用逻辑来说明运动是不可能存在的。他的“箭悖论”(paradox of the arrow)说的是在任何时刻,箭都位于空间中的一个固定位置。如果我们在箭离开弓一直到它射中目标的过程中,在其经过的每一点上对它拍照,那么在任何一个瞬间,箭都是静止的。所以,箭怎么会运动呢?

另一个例子是阿基里斯(Achilles)与乌龟的悖论。古希腊神话中的善跑英雄阿基里斯与乌龟进行赛跑,如果阿基里斯让乌龟先爬,那么他将永远无法追上乌龟。原因是,在阿基里斯追赶乌龟时,乌龟总会向前爬。因此,每当阿基里斯到达乌龟上次的出发点时,乌龟又向前爬了一段。这样循环往复,阿基里斯虽然可以无限地接近乌龟,但他将始终无法超过乌龟。

芝诺认为这些悖论有作用的原因是,他认为连续的时间和距离是由一系列无限小的时刻和位置组成的。这种观点虽然在逻辑上是合理的,但是却与现实不符。





THE 15-MINUTE MATHEMATICIAN

目 录

- 第 1 章 你无法创造的，我们可以吗 \ 1
- 第 2 章 为什么会有数字 \ 9
- 第 3 章 数字会发展到什么程度 \ 17
- 第 4 章 10 是多少 \ 25
- 第 5 章 为什么有很多简单的问题却难以回答 \ 37
- 第 6 章 巴比伦人为我们留下了什么 \ 47
- 第 7 章 有些数是不是太大了 \ 53
- 第 8 章 无穷大有什么用 \ 63
- 第 9 章 统计数据是谎言吗？或者它比可恶的谎言还要糟糕吗 \ 71
- 第 10 章 数据有意义吗 \ 79
- 第 11 章 我们所在的星球到底有多大 \ 85

- 第 12 章 直线有多直 \ 91
- 第 13 章 你喜欢壁纸吗 \ 101
- 第 14 章 什么是正常 \ 113
- 第 15 章 一团麻绳有多长 \ 123
- 第 16 章 你的答案有多正确 \ 133
- 第 17 章 我们都会死去吗 \ 141
- 第 18 章 外星人在哪里 \ 149
- 第 19 章 质数有什么特别之处 \ 157
- 第 20 章 什么是机会 \ 165
- 第 21 章 你的生日是哪天 \ 173
- 第 22 章 值得去冒险吗 \ 179
- 第 23 章 菠萝懂得多少数学 \ 189
- 第 24 章 存在完美的形状吗 \ 197
- 第 25 章 数字正在变得不可控吗 \ 207
- 第 26 章 你知道你喝了多少酒吗 \ 217



THE 15-MINUTE MATHEMATICIAN

第 1 章

你无法创造的，我们可以吗

数学是原本就在那儿，等着被我们发现吗？
还是完全由我们一手创造出来的呢？

从公元前 5 世纪希腊哲学家毕达哥拉斯（Pythagoras）时代开始，关于数学到底是被发现的还是被创造的争论就一直没有停歇过。

两种观点

第一种观点认为，无论是数学定律，还是描述和预测现象的方程，它们都是独立于人类认知而存在的。这意味着一个三角形就是一个独立存在的实体，它的内角之和就应该是 180° 。数学在人类出现之前便已经存在，而且在人类消亡之后，它必将继续存在。意大利数学家和天文学家伽利略（Galileo）赞同这样的观点，他认为数学是“真实存在”的。

“

数学是上帝用来书写宇宙的一种文字。

伽利略

”

它就在那，只是我们无法看得真切

早在公元前4世纪之初，古希腊哲学家和数学家柏拉图就曾提出如下观点：我们通过感官所感知到的一切只是对理论上的完美的一种不完美复制。他的意思就是说我们看到的每一只狗、每一棵树、每一次善举都只是对那些理想事物，即真正的狗、真正的树、真正的善举的有限的或是稍有偏差的反映。对于人类来说，我们无法看到被柏拉图称之为“理型”（forms）的真正完美，我们只能看到日常生活中那些反映“真实”的表象。我们周遭的世界总有欠缺，而且是在不断变化的，而“理型”的世界却是完美且永恒的。按照柏拉图的观点，数学本身就栖息在这个完美的“理型”世界之中。



“

上帝创造了整数，其余所有的数都是人类的杰作。

利奥波德·克罗内克（Leopold Kronecker, 1823—1891）

”

尽管我们无法直接看到“理型”世界，但我们可以通过推理来不断地接近它。柏拉图将我们所看到的“真实”与投射到洞穴墙壁上的影子联系起来。如果你正在洞穴之中，面对着洞穴中的一面墙壁（柏拉图假定你已经被绳子绑住而无法转身），这时你能够看到的只有墙上的影子，因此你会认为这些影子就是所谓的“真实”。但实际上，真正的“真实”却是那些站在篝火旁的人，而人影只是

一种替代物。

柏拉图认为，数学是永恒真理的一部分。数学定律就在“那里”，等待着我们通过推理去发现它们。它们掌控着宇宙的运行，所以我们对宇宙的认知程度取决于对我们发现了多少数学知识。

如果数学是被创造出来的，那又会怎样

另一种主要的观点认为，数学只是人类在试图理解和描述周围世界时自发创造出来的一种表达形式。这种观点认为，像三角形内角和等于 180° 这样的定理实际上只是约定俗成的罢了，就好像人们认为黑色的鞋子要比紫色的鞋子显得更正式一样。它之所以被认为是一种定理是因为所有组成该定理的要素都是人为给出的，比如我们定义了三角形，定义了角的度量（以及度的定义），甚至连 180° 也是我们给出的。

如果数学是被创造出来的，那么至少它出现错误的可能性会比较小。就像我们不能认为把树叫作“树（tree）”是错了一样，我们也不能认为人为创造出的数学就是错误的，尽管不好的数学或许无法帮助我们完成任务。

外星球上的数学

我们是宇宙中唯一的智慧生物吗？假设不是，至少我们暂时认为不是（详见第 18 章）。

如果数学是被发现的，那么任何喜欢数学的外星生物都会发现我们使用的数学，这将使我们与它们的交流成为可能。或许它们的数学与我们的不同，比如进制不同（详见第 4 章），但其数学体系的规则将会与我们的如出一辙。

如果数学是我们创造出来的，那么根本就没有理由说为什么外

星智慧生物应该提出相同的数学方法来。如果真的提出了相同的数学方法，那么这件事本身就已经相当令人惊奇了。这种惊奇就好像我们发现它们也在说中文、古阿卡德语或者虎鲸的语言一样。如果数学只是我们用于描述我们观察到的现实的一种代码，那么它和语言就有了很多相似之处。没有任何规定必须要用“树”这个词语来表示客观存在的树木。当外星人看到树时，它们可能会使用不同的词语来给树命名。如果没有任何描述行星的椭圆轨道或火箭科学的词语，那么外星智慧生物可能会使用完全不同的方式来发现和描述一些现象。

“

数学怎么会如此适合用来描述现实的事物？毕竟它独立于现实的经验，只是人类思考的产物，这一切都让人觉得无比惊叹。

阿尔伯特·爱因斯坦（1879—1955）

”

真是太神奇了

数学能够与我们周围的世界如此匹配，这真是太神奇了！这种神奇或许也是一种必然的结果。但这种“神奇的匹配”并不能说明上述两种观点到底哪一个更正确。如果数学是我们发明的，那么我们会创造一些适合描述我们周围世界的东西。如果数学是被我们发现的，那么很明显，它也会适合我们的世界，因为它描述的正是掌控世界运行的“真正规律”。数学是“如此适合用来描述现实事物”，这不仅因为它是真实存在的，还因为我们把它设计成了我们想要的样子。

当心——它就在你背后

“神奇的匹配”的另一种可能性是，数学似乎能够很好地表达现实世界，因为我们仅仅看到了它起作用的一面。这就好像我们有时会把巧合视为超自然现象一样。例如，当你在印度尼西亚一个幽静的小村落度假时竟然遇见了一位好友。这确实会令人惊奇，但这只不过是因为你忽略了这样一个事实，即你和其他人虽然一直在四处游玩，却没有遇到认识的人。我们只是喜欢放大那些不常发生而令我们印象深刻的事，却常常忽略了实际上可能出现次数更多的事。同样，人们也不喜欢去关注数学不好的一面，因为那样会破坏人们对于数学的美好期望。如果我们真的希望能够成功地应用数学，那么就有必要看看数学究竟会在哪些地方失败。

“

我们曾经提出一些理论，这些理论虽然能够解释一些过去被我们忽视了的现象，但同时也可能忽略了一些直到现在才引起我们关注的现象。既然如此，我们又怎会知道未来我们不能再提出一些新理论呢？这些新的理论或许会与现有理论完全不同，却同样能够很好地解释现有理论所能解释的一切。

莱茵哈德·沃纳（Reinhard Werner）

德国汉诺威莱布尼茨大学教授

”

“无厘头的数学”

如果数学是被创造出来的，那我们该如何解释以下现象呢？一些在创造之时并未找到其实际用处的数学方法，常常会在几十年甚至几个世纪之后才被发现能够很好地解释某些真实现象。