

质量分布-变形 相互作用原理

王靖涛 著

曾 静 李国成 程 涛 周葆春 译



科学出版社

质量分布-变形相互作用原理

王靖涛 著

曾 静 李国成 译
程 涛 周葆春

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

作者(2010)提出了岩土材料质量分布-变形相互作用原理. 大量试验结果,特别是体积和剪切屈服轨迹的弯曲证实了该相互作用的存在. 本书共分 12 章, 主要内容包括: 质量分布-变形相互作用原理及三个推论; 屈服轨迹的弯曲; 塑性应变场的局域对称性和本构场方程; 本构建模的数值方法; 非饱和土中的质量分布-变形相互作用; 损伤力学上的应用和基于该原理阐释的摩擦力和抗剪阻力的起源等.

本书可作为高等院校土木工程、力学、材料科学、水利、交通和地质等专业的教材, 也可作为相关科研和工程技术人员的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

质量分布-变形相互作用原理/王靖涛著. —北京: 科学出版社, 2016. 12
ISBN 978-7-03-051070-9

I. ①质… II. ①王… III. ①岩土力学-研究 IV. ①TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016) 第 291288 号

责任编辑: 赵彦超 赵敬伟 / 责任校对: 张凤琴
责任印制: 张 伟 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 12 月第 一 版 开本: 720 × 1000 B5

2016 年 12 月第一次印刷 印张: 9 1/2

字数: 167 000

定价: 58.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

谨以本书献给父母亲

中文版序言

《岩土材料质量分布与变形之间的相互作用原理》(*The Principle of Interaction between Mass Distribution and Deformation for Geotechnical Materials*)(英文第二版)一书已经翻译成中文了. 在该中文版中增添了“摩擦力和抗剪阻力的起源”一章, 对第 7、8 章做了较大的修改和补充.

本书的内容包括下面几个方面:

一、质量分布-变形相互作用原理 (第 5 章)

作者 (2006) 提出了塑性体应变与剪应变之间的相互作用原理, 陈述为: 在岩土材料的塑性变形中存在两个相对独立的应变——体应变和广义剪应变, 和它们之间复杂的相互作用. 这个相互作用是岩土材料变形行为基本特性产生的根源.

本质上, 塑性体应变与剪应变之间的相互作用是质量分布-变形相互作用.

基于这个原理, 推导出了三个推论:

推论 1 质量密度控制抗剪阻力的变化.

推论 2 应力路径相关性是压力敏感性和剪胀性的联合效应, 也就是, 塑性体应变与剪应变之间相互作用的综合表现 (第 7 章).

推论 3 塑性体应变与剪应变之间的相互作用贯穿整个塑性变形过程, 直到进入临界状态, 相互作用消失 (第 7 章).

二、屈服轨迹的弯曲 (第 7 章)

由于塑性体应变和剪应变是相互作用的两个对立面, 并且它们在 p - q 应力平面中的等值线都可以通过三轴试验来确定. 因此, 选择塑性体应变和广义剪应变的等值线分别为体积和剪切屈服轨迹. 我们完成了在不同应力路径下许多粘土和砂的三轴试验. 从大量试验结果可发现所有用三轴试验数据确定的体积和剪切屈服轨迹都是弯曲的, 对这个结果分析

证明, 质量分布-变形相互作用造成了屈服轨迹的弯曲. 可以证明屈服轨迹的弯曲标志着相互作用必然发生. 于是可以认为屈服轨迹的弯曲是相互作用的几何描述. 这样, 所有通过三轴试验获得的屈服轨迹都是弯曲的这一事实是岩土材料塑性变形中质量分布-变形相互作用发生的一个最有力的确认.

按照关联流动法则, 塑性体应变和剪应变增量的方向分别由体积和剪切屈服轨迹的梯度方向确定. 当屈服轨迹发生弯曲时, 它们的方向不再始终与 p 轴或 q 轴重合 (7.1 节).

这里应指出, 对于砂, 由于使用正交假设引起了大的负的塑性体应变的出现. 这个问题实际上并不是使用关联流动法则造成的, 而是使用了不合适的屈服轨迹所致. 因此, 并不需要使用非关联流动法则. 为了真实地描述塑性体应变和剪应变增量的方向, 应采用通过三轴试验获得的体积和剪切屈服轨迹和关联流动法则.

三、摩擦力和抗剪阻力的起源 (第 12 章)

摩擦力的起源至今还未得到满意的阐释, 基于相互作用原理, 对摩擦定律的机理进行了分析, 证明摩擦力归因于质量分布-变形相互作用. 在微观上, 它是大量分子之间非常复杂相互作用的结果. 摩擦力并不是单纯的分子力, 其中存在分子力的作用, 同时伴随着大量分子较剧烈的热运动. 这也证明了质量分布-变形相互作用是大量分子间复杂相互作用的宏观表现.

四、塑性应变场的局域对称性和本构场方程 (第 6 章和第 8 章)

一般来说, 对称性指的是一个系统结构上的对称性. 然而, 在自然界中还存在一种独特的对称性, 即存在于基本物理定律本身中的对称性. Weyl 给出了对称性的一个好的定义: 一个事物是对称的, 则存在我们可以对它实施的某一操作, 以致完成操作后, 它与原来的一样. 这些操作包括空间中的平移, 时间的平移和旋转等. 在这些变换下各种物理规律保持不变.

在物理学中存在两类对称性: 整体和局域对称性. Noether 定理将对

称性与守恒定律联系起来了,指出对于每一个对称性存在一个相应的守恒定律. 当今理论指出,基本场之间相互作用是由规范原理支配的. 规范原理源于这个要求,守恒量不仅是整体守恒的,而且是局域守恒的.

为了从塑性体应变场和塑性剪应变场推导出本构场方程,必须考察这两个应变场的局域对称性,从而保证本构场方程的协变性.

在第 8 章中,首先简要地介绍了群和李群的概念,利用李群理论证明了在 $SO(3)$ 变换群(三维转动群)下塑性体应变和剪应变场的局域对称性. 从而导出了一组本构场方程. 这组本构场方程充分地反映了塑性体应变与剪应变之间的相互作用,并在群 $SO(3)$ 下保持不变.

在 8.4 节中推导出了本构场方程组的另外一种表达形式,直接描述了质量分布-变形相互作用. 特别是发现其中一个描述质量密度变化的场方程实际上是描述质量守恒定律的连续性方程. 于是这个方程给出了一个重要的守恒定律——质量守恒,从而保证了岩土变形过程中质量的局域守恒性.

在岩土材料塑性变形过程中存在多种能量形式的转化,特别是以热形式的耗散发生. 因此,它是一个不可逆的热力学过程. 在 8.5 节中引进了 4 个内变量来描述塑性体应变与剪应变之间相互作用的热力学过程. 证明了在岩土塑性变形过程中满足热力学第二定律.

五、岩土材料本构建模的数值方法(第 10 章)

根据反问题理论,材料的本构建模是反问题理论中的识别问题,表现为本构方程的系数反演.

作者(2002)提出了一个岩土材料本构建模的数值方法. 岩土材料本构场方程的系数都是应力状态的函数,并与应力路径相关,于是,它们的反演需要利用数值技术在整个 p - q 应力场中完成. 故称为本构建模的数值方法. 为了反映应力路径相关性,本构建模的一系列三轴试验必须在一特定的应力路径下进行. 采用这个本构建模的数值方法,我们建立了在 5 种应力路径下粘土和砂土的弹-塑性模型. 这些模型不仅可以描述应变硬化,也可以描述应变软化过程,特别是还能反映应力路径的影响.

六、非饱和土中质量分布-变形相互作用 (第 11 章)

大量非饱和土的试验结果证实, 在非饱和土的塑性变形中质量分布-变形相互作用依然存在. 然而, 在非饱和土中出现了基质吸力. 它具有一些独特的行为特性, 几乎与所有的非饱和土的基本问题相关. 因此, 对基质吸力特性的认识就成为了非饱和土土力学的一个核心问题.

基于一些非饱和土的实验结果和分析, 作者指出基质吸力具有一个二重性质, 即基质吸力不仅引起体积变化, 而且也可以改变土的饱和度.

为了建立非饱和土的本构场方程, 采用单一有效应力表达式是方便可行的途径. 为此, 作者提出了一个确定有效应力参数的新方法. 它能够反映出土的类型和初始状态的影响. 使用这个有效应力参数可以将净平均应力和基质吸力统一成单一的有效平均应力.

参加本书翻译的有: 曾静 (第 1, 2, 5, 7, 8 章, 英文版序言和目录), 李国成 (第 3, 4, 8 和 9 章), 程涛 (第 10 章) 和周葆春 (第 11 章). 在此, 对他们表示衷心的感谢. 另外, 王靖涛翻译和修改了第 6 章, 撰写了第 12 章, 修改了第 7 章中的 7.1~7.3 节和第 8 章中 8.2~8.5 节, 并对全书做了校对和最后定稿. 书中错误之处, 敬请广大读者批评指正.

王靖涛

武汉

2016 年 5 月

英文第二版序言

在第二版中,最重要的变化是增加了两章:对称性和塑性体应变与剪应变之间的相互作用(第6章)和在非饱和土中质量分布与变形之间的相互作用(第11章)。

基于规范原理,可以证明,当要求塑性体应变和剪应变场在变换群 $SO(3)$ (三维转动群)下具有局域对称性时,这两个应变场之间的相互作用必然发生。这意味着对称性支配相互作用。与这个相互作用相对应的力是抗剪阻力或应力,它是一个短程力。根据这个相互作用原理,抗剪阻力取决于材料单元的质量密度。塑性体应变与剪应变之间的相互作用可以用岩土材料的本构场方程组来描述,并表现为 $p-q$ 应力平面中体积和剪切屈服轨迹的弯曲。

一些典型的非饱和土的试验结果表明,在非饱和土的塑性变形中,质量分布与变形之间的相互作用依然存在。然而,不像饱和土那样,在非饱和土中出现了基质吸力,它具有独特的行为特性。基于试验结果和分析发现,基质吸力具有二重性质,也就是,它不仅引起体积变化,而且改变土的饱和度。

为了建立非饱和土的本构场方程,使用单一有效应力是方便的。为此,作者提出了一个确定有效应力参数的新途径。所获得的有效应力参数可以反映出土的类型和初始状态的影响。使用这个有效应力参数的表达式可以将净平均应力和基质吸力统一成单一的有效平均应力。这样,当要求塑性体应变和剪应变场在变换群 $SO(3)$ 下具有局域对称性时,非饱和土的本构场方程可以被直接推导出来。

王靖涛

武汉

2013年5月

英文第一版序言

岩土是构成地球岩石圈的主要物质，也是使用最广泛的工程材料。岩土具有独特的变形和强度特性，如压力敏感性 (或压力相关性)，剪胀性以及应力路径相关性。压力敏感性和剪胀性这两个现象很早以前已被人们认识到了。然而，它们的生成根源却还未得到合理的解释。

基于 Noll 的局部作用原理，物体中应力的生成和传递只能通过那个物体的变形才能实现，根据岩土材料力学响应的机理分析，作者 (2006) 提出了塑性体应变与剪应变之间的相互作用原理。压力敏感性和剪胀性是塑性体应变与剪应变之间相互作用的两种表现方式。塑性剪应变对塑性体应变的作用是直接的，即剪胀性。然而，塑性体应变对塑性剪应变的作用是通过改变抗剪能力实现的。因此，这两个现象不是孤立不相关的，共同的生成根源将它们紧密地连结在一起了。

塑性体应变与剪应变之间的相互作用原理陈述为在岩土材料的塑性变形中，存在两个相对独立的应变：体应变和剪应变，以及这两者之间高度复杂的非线性相互作用。它是岩土材料塑性变形基本特性产生的主要根源 (第 5 章)。

根据 Einstein 提出的众所周知的质能方程： $E = mc^2$ ，质量是能量的一种量度。所以，材料单元的质量密度代表了单位体积内的一类能量贮藏。

这里，引入了仅与单位体积质量相关的一类能量形式，称为压实能。它代表了抵抗变形的能力。

事实上，塑性体应变的变化直接导致质量密度的变化。因此，塑性体应变对塑性剪应变的作用实质上是通过改变质量密度完成的。于是，塑性体应变与剪应变的相互作用可以理解为质量密度 (或质量分布) 与变形之间的相互作用。这更深刻地反映了这个相互作用的物理内涵。也就是，

抵抗变形的能力取决于质量分布,反之,变形也能够造成质量重新分布.这样,塑性体应变与剪应变之间的相互作用原理也可以称为质量分布-变形相互作用原理.

根据这个相互作用原理,推导出了三个推论:

推论 1 岩土材料的塑性变形中,塑性体应变控制抗剪阻力的变化(第 5 章).它也可以陈述为质量密度控制抗剪阻力的变化.

推论 2 应力路径相关性是压力敏感性与剪胀性的联合作用,也就是塑性体应变与剪应变相互作用的综合表现(第 6 章).

推论 3 塑性体应变与剪应变之间的相互作用贯穿于整个变形过程,直到进入临界状态,这时相互作用消失(第 6 章).

基于相互作用原理,理论上证明了临界状态线的存在性和唯一性以及它与应力历史是无关的(第 6 章).

为了重现岩石和土的真实力学行为特性,必须捕获隐藏在岩土材料行为后面的变形机理.相互作用原理告诉我们岩土材料最基本的变形特性来源于塑性体应变与剪应变之间的相互作用.所以,为了能够全面和准确地建立反映岩土材料力学响应的本构模型,模型必须能够充分地反映相互作用.

在不可逆过程热力学框架下,采用 4 个内变量来定量地描述塑性体应变与剪应变之间的相互作用,并证明了岩土材料的塑性变形过程满足热力学第 2 定律(第 7 章).

我们采用两族塑性体应变和剪应变的等值线分别作为体积和剪切屈服轨迹.它们描绘了应变硬化和应变软化过程.幸运的是,采用黄文熙等(1981)提出的方法,基于三轴试验数据,屈服轨迹可以在 p - q 应力平面中描绘出来.应该指出,体积和剪切屈服轨迹的外法线方向分别代表塑性体应变和剪应变增量矢量的方向.这样,它们都可以通过试验来确定(第 7 章).

在第 8 章中,阐明了金属及其他一些工程材料的损伤机理.从微裂纹的启动、生长和结合,直到最终宏观裂隙的形成,必将引起材料单元的

体积膨胀和相应单元质量密度的下降,从而降低了抵抗变形的能力.于是,当材料单元体积膨胀到某一程度时,金属变形的机理从位错运动转变为塑性体应变与剪应变之间的相互作用.应指出,材料的损伤实质上是一个应变软化过程.因此,这里所建立的岩土材料本构方程也可以用来描述一些材料的损伤过程.

作者(2002)提出了一个岩土材料本构建模的数值方法.根据反问题理论,阐明了材料的本构建模实际上是属于反问题理论中的模型辨识问题.

模型辨识问题分为两类:介质反问题和力源反问题.岩土本构建模属于前者,即对应于微分方程的系数反演.这样,本构建模将成为本构方程的系数反演问题,岩土材料本构方程是 p - q 应力平面中的一组场方程,方程系数是应力状态的函数,同时也与应力路径相关.因此,为了在 p - q 应力平面中完成本构方程的系数反演,必须采用数值技术.故称为本构建模的数值方法.

应用数值建模方法,已经建立了 5 种应力路径下砂土和粘土的弹-塑性本构模型.通过可视化,在 p - q 应力平面上分别描绘出了剪应变和体应变曲面.它们全面地显示出了应变硬化和应变软化的演化过程.由此证实了这些模型具有充分反映塑性体应变与剪应变相互作用的能力(第 9 章).

在第 3 和第 4 章,分别简要地介绍了岩石和土的变形基本特性,以及当前岩土材料本构建模的进展.

岩土材料是固体中最复杂的材料之一.研究它们的行为特征是与许多分支学科,如物理、力学、化学,特别是与连续介质力学和热力学紧密相关的.因此,为了便于参考这些基本理论的材料,在第 1 和第 2 章中分别简要地介绍了连续介质力学和热力学的基础知识.

对丁朝模教授的热情支持和给予的一些有价值的建议深表谢意,对钟伟芳教授长期对我工作的支持表示衷心地感谢.感谢黎在良教授在数值技术方面所给予的一些重要建议.丁美英副教授在计算机编程方面给

予了许多帮助,对此表示感谢.我也要感谢曾静博士和李国成博士,他们提供了一些重要的参考文献.

王靖涛

武汉

2010 年 5 月

目 录

中文版序言

英文第二版序言

英文第一版序言

第 1 章 连续介质力学引论	1
1.1 连续介质的定义	1
1.2 变形	2
1.3 应力	6
1.4 速度场	8
1.5 经典守恒定律和场方程	9
1.5.1 连续介质运动的 Lagrange 和 Euler 描述	9
1.5.2 连续性方程	11
1.5.3 运动方程	12
1.5.4 动量矩	13
第 2 章 热力学基础	14
2.1 引论	14
2.2 热力学基本概念	14
2.3 热力学温度和热力学第零定律	15
2.4 能量	16
2.5 热力学第一定律	17
2.6 热力学第二定律	18
2.7 可逆和不可逆过程	19
2.8 熵和 Clausius-Duhem 不等式	20
2.9 内变量和伴随平衡状态	24
第 3 章 岩土材料变形行为的基本特性	25

3.1	引言	25
3.2	压力敏感性	26
3.3	剪胀性	28
3.4	应力路径相关性	31
第 4 章	岩土材料的本构建模	35
4.1	引言	35
4.2	塑性势理论	36
4.3	基于不可逆过程热力学方法	38
4.4	临界状态和临界状态线	40
4.4.1	临界状态	40
4.4.2	临界状态线	42
第 5 章	塑性体应变与剪应变之间的相互作用原理	44
5.1	背景	44
5.2	塑性体应变与剪应变之间的相互作用原理	45
5.3	塑性剪应变对塑性体应变的作用	45
5.4	塑性体应变对塑性剪应变的作用	49
5.5	相互作用原理的物理内涵	52
第 6 章	整体和局域对称性	54
6.1	引言	54
6.2	Noether 定理	54
6.3	局域对称性	57
第 7 章	体积和剪切屈服轨迹的弯曲	62
7.1	塑性应变场的描述	62
7.2	应力路径相关性	68
7.3	关于岩土材料塑性势理论的一些基本问题	69
7.4	临界状态线	71
第 8 章	岩土材料的本构场方程	73
8.1	本构建模的目标	73
8.2	群和李群简介	73

8.3	塑性应变场的局域对称性和本构场方程	76
8.4	本构场方程另外一种表达形式	79
8.5	塑性体应变与剪应变之间相互作用的热力学描述	80
8.5.1	热力学变量和状态势	80
8.5.2	耗散泛函	81
第 9 章	工程材料和岩土材料的损伤	85
9.1	金属和一些工程材料的损伤机理	85
9.2	岩土材料的损伤	87
9.3	损伤演变的描述	87
第 10 章	岩土材料本构建模的数值方法	92
10.1	引言	92
10.2	本构建模的数值方法	93
10.3	粘土和砂土在不同应力路径下的塑性基模型	94
10.4	结束语	100
第 11 章	非饱和土中质量分布与变形之间的相互作用	101
11.1	引言	101
11.2	非饱和土中塑性体应变与剪应变之间的相互作用	102
11.3	基质吸力的二重性质	105
11.4	非饱和土的抗剪强度	108
11.5	非饱和土的本构场方程	111
11.6	非饱和土中应力路径相关性和临界状态线	112
第 12 章	摩擦力和抗剪阻力的起源	114
12.1	引言	114
12.2	Coulomb 定律和摩擦定律的物理机理	115
12.3	摩擦定律的微观机理	117
12.4	结论	120
参 考 文 献		122
索 引		129

第 1 章 连续介质力学引论

1.1 连续介质的定义

经典连续统的概念起源于数学. 因为在任意两个不同的实数之间存在无穷多个实数, 故实数系统是一个连续统. 物质连续体概念最好用密度概念来阐述. 假设某一空间 S_0 被某一物质充满, 另外, 考虑 S_0 中的一个点 P 和一系列子空间 $S_1, S_2, \dots$ 收敛于 P 点:

$$S_n \subset S_{n-1}, \quad P \in S_n, \quad n = 1, 2, \dots$$

用 V_n 和 M_n 分别表示 S_n 的体积和 S_n 所包含的物质的质量. 当 $n \rightarrow \infty$ 和 $V_n \rightarrow 0$ 时, M_n/V_n 的极限存在, 则这个极限值定义为 P 点处的质量分布密度, 表示为

$$\rho(P) = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ V_n \rightarrow 0}} \frac{M_n}{V_n}. \quad (1.1.1)$$

这个质量密度概念也可以推广到动量和能量等物理量. 如果一材料的质量、动量和能量的密度在以上给出的数学意义上都存在, 则称这种材料为连续介质, 这样材料的力学称为连续介质力学 (Fung, 1994).

然而, 在现实世界里, 材料通常由晶体和颗粒构成, 并且它们之间还存在裂纹和空隙. 于是, 以上给出的连续介质定义在科学和技术中并不能被实际应用.

为适用于实际情况, Fung(1994) 提出了另外一个连续介质定义. 考虑空间 S_0 中的一点 P 和 S_0 中一系列的子空间, 它们的体积分别为 $V_1, V_2, \dots, V_n$, 每一个包含下一个, 且都包含点 P . 当 $n \rightarrow \infty$ 时, V_n 趋于一个有限的正值 ω . 如果

$$\left| \rho - \frac{M_n}{V_n} \right| < \varepsilon, \quad (1.1.2)$$