

常州大学大学数学部 编

DAXUE SHUXUE LIANXI YU CESHI

大学数学

练习与测试

(第二版)



苏州大学出版社
Soochow University Press

大学数学练习与测试

(第二版)

常州大学大学数学部 编

苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学数学练习与测试/常州大学大学数学部编. —
2 版. —苏州:苏州大学出版社, 2016. 8
ISBN 978-7-5672-1829-1

I. ①大… II. ①常… III. ①高等数学-高等学校-
习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 206751 号

大学数学练习与测试(第二版)

常州大学大学数学部 编

责任编辑 李 娟

苏州大学出版社出版发行

(地址:苏州市十梓街1号 邮编:215006)

宜兴市盛世文化印刷有限公司印装

(地址:宜兴市万石镇南漕河滨路58号 邮编:214217)

开本 787×1092 1/16 印张 21.25 字数 499 千

2016 年 8 月第 2 版 2016 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5672-1829-1 定价:36.00 元

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换
苏州大学出版社营销部 电话:0512-65225020
苏州大学出版社网址 <http://www.sudapress.com>



第二版前言

本书第二版是在第一版的基础上,根据我们多年的教学改革实践,按照新形势下学生的特点和教材改革的精神,进行了全面修订而成.在修订中,我们保留了原习题册的体系和风格,以及叙述清晰、选题贴切、深入浅出的特色,对重点内容列举了大量有代表性的习题,同时增加了部分概念性较强的选择题和填空题.本书内容包括:一元函数微分学、一元函数积分学、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数、微分方程.

要学好高等数学,总离不开解题,学生通过解题可以加深对所学课程内容的理解,灵活地掌握运算方法和提高自己的解题技巧,培养分析问题、解决问题的能力.因此,如何帮助学生提高解题能力,充分激发学生做题的激情、热情是我们考虑的首要任务.本书在习题的编排上充分体现概念、基础的重要性,让学生真正学好数学.

本书再版,我部广大教师共同努力,集思广益,使得本次再版顺利完成.

由于编者水平有限,错误在所难免,敬请广大读者批评指正.

编者

2016年8月

前言

要学好高等数学,总离不开解题,学生通过解题可以加深对所学课程内容的理解,灵活地掌握运算方法和提高自己的解题技巧,培养分析问题、解决问题的能力.因此,如何帮助学生提高解题能力是当前高等数学课程教学改革的一项重要任务.本书是编者依据教育部最新制定的本科《高等数学课程教学基本要求》,并结合多年的教学实践编写而成的.在编写过程中,力求叙述清晰、选题贴切、深入浅出,对重点内容列举了大量有代表性的习题.全书内容包括:一元函数微分学、一元函数积分学、微分方程、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数.

全书共分三个部分.第一部分是同步练习,针对高等数学的每一个知识点,编者在每一节中配备了一定量的基本练习题和提高题,每一章最后配备一套测试题;第二部分是20套综合练习,可帮助学生系统地复习所学知识,提高解题能力;第三部分是8套模拟测试卷,可帮助学生迅速而全面地检测对所学内容的掌握情况.编者将本书编成学生的作业本的形式,这样的编写形式有两方面的特点:一是比较规范,便于任课老师批改;二是减轻了学生抄写作业题的负担,同时也便于作业本的保留.书末提供了同步练习和综合练习的参考答案.

本书是编者对教学环节——批改作业的一个改革尝试,是大家共同努力的结晶.希望本书的出版,能对本校的高等数学的教学改革起到积极的作用.参加本书编写的人员有:徐明华、赵志新、石澄贤、费忠华、王福利、张洪波、郭淑娟、黄清龙、李博、康慧燕、童凯郁、陈芳芳、邹定宇、元春梅、余亚娟、王峰、刘佳、周桦等,由赵志新、徐明华、石澄贤负责本书的统稿.

由于编者水平有限,错误在所难免,敬请读者批评指正.

编者

2011年8月



目 录

第一部分 同步练习

第一章 函数、极限与连续	1
练习 1-1 函数的定义	1
练习 1-2 极限的定义	3
练习 1-3 无穷大与无穷小	5
练习 1-4 极限的四则运算	7
练习 1-5 极限存在准则 两个重要极限	9
练习 1-6 无穷小的比较	11
练习 1-7 函数的连续性与间断点	13
练习 1-8 连续函数的运算与初等函数的连续性	15
练习 1-9 闭区间上连续函数的性质	17
自我测试一	19
第二章 导数与微分	21
练习 2-1 导数的定义	21
练习 2-2 函数的求导四则运算	23
练习 2-3 高阶导数	25
练习 2-4 隐函数的导数 参数方程的导数	27
练习 2-5 微分	29
自我测试二	31
第三章 微分中值定理与导数的应用	33
练习 3-1 微分中值定理	33
练习 3-2 洛必达法则	35
练习 3-3 泰勒公式	37
练习 3-4 函数的单调性	39
练习 3-5 函数的凹凸性	41
练习 3-6 函数的极值、最值	43
练习 3-7 函数图形的描绘	47

自我测试三	49
第四章 不定积分	53
练习 4-1 不定积分的概念与性质	53
练习 4-2 换元积分法	55
练习 4-3 分部积分法	57
练习 4-4 综合训练	59
自我测试四	61
第五章 定积分	63
练习 5-1 定积分的定义与性质	63
练习 5-2 微积分的基本公式	65
练习 5-3 定积分的换元法和分部积分法	69
练习 5-4 广义积分	73
自我测试五	75
第六章 定积分的应用	77
练习 6-1 定积分在几何学上的应用	77
练习 6-2 定积分在物理学上的应用	81
自我测试六	83
第七章 空间解析几何与向量代数	85
练习 7-1 向量的运算	85
练习 7-2 两向量的数量积和向量积	89
练习 7-3 平面方程	91
练习 7-4 直线方程	93
练习 7-5 曲面方程	95
自我测试七	97
第八章 多元函数微分学	99
练习 8-1 多元函数的相关概念	99
练习 8-2 偏导数	101
练习 8-3 全微分	103



练习 8-4 多元复合函数的求导法则	105
练习 8-5 隐函数的导数	107
练习 8-6 多元微分学在几何上的应用	109
练习 8-7 多元函数的极值与最值	111
自我测试八	115
第九章 重积分	119
练习 9-1 二重积分的概念与性质	119
练习 9-2 二重积分在直角坐标系下的计算	121
练习 9-3 二重积分在极坐标系下的计算	123
练习 9-4 三重积分	127
练习 9-5 重积分的应用	131
自我测试九	135
第十章 曲线积分与曲面积分	139
练习 10-1 对弧长的曲线积分	139
练习 10-2 对坐标的曲线积分	141
练习 10-3 格林公式	143
练习 10-4 第一类曲面积分	145
练习 10-5 第二类曲面积分	147
练习 10-6 高斯公式	149
自我测试十	151
第十一章 无穷级数	153
练习 11-1 无穷级数的概念	153
练习 11-2 级数敛散性的判定	155
练习 11-3 幂级数	159
练习 11-4 函数展开成幂级数	161
练习 11-5 近似计算	163
自我测试十一	165
第十二章 微分方程	169
练习 12-1 微分方程的基本概念	169
练习 12-2 可分离变量的微分方程	171
练习 12-3 齐次微分方程	173
练习 12-4 一阶线性微分方程	175
练习 12-5 可降阶的高阶微分方程	179

练习 12-6 高阶线性微分方程	181
练习 12-7 常系数齐次线性微分方程	183
练习 12-8 常系数非齐次线性微分方程	185
自我测试十二	187

第二部分 综合练习

练习一	191
练习二	195
练习三	199
练习四	203
练习五	207
练习六	211
练习七	215
练习八	219
练习九	223
练习十	227
练习十一	231
练习十二	235
练习十三	239
练习十四	243
练习十五	247
练习十六	251
练习十七	255
练习十八	259
练习十九	263
练习二十	267

第三部分 模拟测试

测试卷一	271
测试卷二	275
测试卷三	279
测试卷四	283
测试卷五	287
测试卷六	291
测试卷七	295
测试卷八	299

参考答案	303
------------	-----



第一部分 同步练习

第一章 函数、极限与连续

院(系) _____ 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

练习 1-1 函数的定义

1. 设 $f(x)$, $g(x)$ 与 $h(x)$ 均为定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的非零函数, 且 $g(x)$ 为奇函数, $h(x)$ 为偶函数, 则 ()

(A) $f[g(x)]$ 必为奇函数

(B) $g[f(x)]$ 必为奇函数

(C) $f[h(x)]$ 必为偶函数

(D) $h[f(x)]$ 必为偶函数

2. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的严格增函数与严格减函数, 则 ()

(A) $f[g(x)]$ 为严格增函数

(B) $g[f(x)]$ 为严格减函数

(C) $f(x)g(x)$ 为严格增函数

(D) $f(x)g(x)$ 为严格减函数

3. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的周期为 2 的奇函数, 且当 $x \in (2, 3)$ 时, $f(x) = x^2 - x - 1$, 则当 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) =$ _____.

4. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \arccos \frac{2x-1}{7} + \frac{1}{\sqrt{x^2-x-6}};$$

$$(2) y = \frac{\ln(3-x)}{\sqrt{|x|-1}}.$$

5. 设 $f(x) = \begin{cases} e^{x^2}, & x > 1, \\ 2x, & x \leq 1 \end{cases}$ 和 $\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & x > 0, \\ x^2, & x \leq 0, \end{cases}$ 求 $f[\varphi(x)]$.



6. 设 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 求 $f(x+a)+f(x-a)$ ($a>0$) 的定义域.

7. 设 $f(x)=e^{x^2}$, $f[\varphi(x)]=1-x$, 且 $\varphi(x)\geq 0$, 求 $\varphi(x)$ 的表达式及其定义域.

8. 证明: 定义在对称区间 $(-l, l)$ 上的任意函数可表示为一个奇函数和一个偶函数的和.

9. 设 $f(x)=\frac{x}{1-x}$, 求 $f[f(x)]$ 及其定义域.

10. 某厂某种收音机的售价为每台 90 元, 成本为每台 60 元, 厂方为鼓励销售商大量采购, 决定凡是订购超过 100 台的, 售价就降价 1 分, 但最低售价为每台 75 元.

- (1) 将每台收音机的实际售价 p 表示为订购量 x 的函数;
- (2) 将厂方所获的利润 P 表示成订购量 x 的函数;
- (3) 某商行订购了 1000 台这种收音机, 厂方可获利润多少?



院(系) _____ 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____



练习 1-2 极限的定义

1. 设 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 均无界, $\{z_n\}$ 有界, 则下列命题正确的是 ()

- (A) $\{x_n + y_n\}$ 无界 (B) $\{x_n y_n\}$ 无界
(C) $\{x_n + z_n\}$ 无界 (D) $\{x_n z_n\}$ 无界

2. 设 $\{x_n\}$ 收敛, $\{y_n\}$ 发散, 则 ()

- (A) $\{x_n y_n\}$ 必收敛 (B) $\{x_n y_n\}$ 必发散
(C) $\{x_n + y_n\}$ 必收敛 (D) $\{x_n + y_n\}$ 必发散

3. 讨论 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$ 的极限是否存在.

4. 根据函数的图形写出以下各题的极限值并写出函数图形的水平渐近线的方程:

- (1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$; (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$;



(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x;$

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x.$

5. 设 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1, \\ x^2-x-1, & 0 \leq x < 1, \\ 2x-1, & x < 0, \end{cases}$ 讨论函数 $f(x)$ 当 $x \rightarrow 0$ 和 $x \rightarrow 1$ 时的极限.



院(系) _____ 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

练习 1-3 无穷大与无穷小

1. 设数列 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则下列结论正确的是 ()

- (A) 若 $\{x_n\}$ 发散, 则 $\{y_n\}$ 必发散
 (B) 若 $\{x_n\}$ 无界, 则 $\{y_n\}$ 必有界
 (C) 若 $\{x_n\}$ 有界, 则 $\{y_n\}$ 必为无穷小
 (D) 若 $\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$ 为无穷小, 则 $\{y_n\}$ 必为无穷小

2. 给出下列命题:

- ① 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$;
 ② 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \infty$;
 ③ 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = 0$;
 ④ 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = +\infty$.

其中正确命题的个数为

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. 设 $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ ()

- (A) 是无穷小 (B) 是无穷大
 (C) 有界但不是无穷小 (D) 无界但不是无穷大

4. 变量 $y = e^{\frac{1}{x-1}}$ 在什么变化过程中是无穷大, 在什么变化过程中是无穷小?



5. 函数 $y = x \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是否有界? 又当 $x \rightarrow \infty$ 时, 这个函数是否为无穷大? 为什么?



院(系) _____ 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____



练习 1-4 极限的四则运算

1. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2016}}{n^k - (n-1)^k} = a \neq 0$, 则 $k =$ _____, $a =$ _____.

2. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2} =$ _____.

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(2 - \frac{1}{x^2}\right) =$ _____.

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln(1+2^x)}{x + \ln(1+3^x)} =$ _____.

5. 计算下列极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^{30} (3x-2)^{20}}{(2x+1)^{50}};$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^n}\right);$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 3x};$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{2^{n+1} + 3^n};$

(5) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}\right);$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt{x+4} - 2}.$



6. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} - ax - b \right) = 0$, 求 a, b 的值.

7. 计算下列极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2x+1}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x}$.



院(系) _____ 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

练习 1-5 极限存在准则 两个重要极限

1. 设 $\ln x_n \leq \ln z_n \leq \ln y_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$), 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} = 1$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n$ ()

- (A) 存在且等于 1 (B) 存在且等于 0
(C) 一定不存在 (D) 不一定存在

2. 设 $\ln x_n \leq \ln a \leq \ln y_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$), 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} = 1$, 其中 a 为常数, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 与 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ ()

- (A) 都存在且等于 a (B) 都存在且等于 1
(C) 都不存在 (D) 可能存在, 可能不存在

3. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+C}{x-C} \right)^x = 4$, 则常数 $C =$ _____.

4. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x + 2}{3} \right)^{\frac{1}{x^2}} =$ _____.

5. 利用夹逼定理计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + \pi} + \frac{1}{n^2 + 2\pi} + \dots + \frac{1}{n^2 + n\pi} \right)$.

6. 计算下列极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin 3x};$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 3x};$



(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{x-3} \right)^x$;

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

7. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n \sin \frac{1}{a^n}$, 其中 $a > 0$, n 为正整数.

8. 设 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - ax^2 - x + 4}{x+1} = l$, 试求 a 和 l 的值.