内蒙古民族大学资助

QIEHUAN FEIXIANXING XITONG DE HAOSAN LILUN YANJIU

切换非线性系统的耗散理论研究

李晨松 著

东北大学出版社
Northeastern University Press

内蒙古民族大学资助

切换非线性系统的耗散理论研究

李晨松 著

东北大学出版社
·沈 阳·

© 李晨松 2016

图书在版编目（CIP）数据

切换非线性系统的耗散理论研究 / 李晨松著. —沈阳：东北大学出版社，2016.11

ISBN 978-7-5517-1446-4

Ⅰ. ①切… Ⅱ. ①李… Ⅲ. ①开关控制—非线性系统（自动化）—耗散结构理论—理论研究 Ⅳ. ①TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第260450号

出 版 者：东北大学出版社

地址：沈阳市和平区文化路三号巷 11 号

邮编：110819

电话：024-83687331（市场部） 83680267（社务部）

传真：024-83680180（市场部） 83687332（社务部）

网址：http：//www.neupress.com

E-mail：neuph@neupress.com

印 刷 者：沈阳市第二市政建设工程公司印刷厂

发 行 者：东北大学出版社

幅面尺寸：170mm×240mm

印 张：8.5

字 数：178 千字

出版时间：2016 年 11 月第 1 版

印刷时间：2016 年 11 月第 1 次印刷

组稿编辑：王 宁

责任编辑：潘佳宁

责任校对：叶 子

封面设计：刘江旸

责任出版：唐敏志

ISBN 978-7-5517-1446-4 定 价：45.00 元

前　言

切换系统是一类重要和特殊的混杂系统。近几十年来，切换系统的研究引起了学者们的广泛关注，主要因为大量的实际系统需要建模成切换系统，并且还有许多系统不能用单一的控制器达到控制目标而需要在一些备选的控制器之间切换才能完成控制任务。然而，由于切换系统中连续动态和离散动态的相互作用，使得系统的行为十分复杂，同时也使得系统的分析与设计变得非常困难，有很多问题亟待解决。耗散性与不变性原理早已广泛地应用于非切换系统的分析与设计中，并已形成系统的理论体系。但对于切换系统而言，耗散性与不变性原理的研究才刚刚起步，尚未建立系统的理论体系。

本书主要研究切换系统的耗散性、不变性原理及其在异步切换镇定问题、H_∞ 控制问题与离散时间动态网络输出同步问题等方面的应用。本书研究的主要工作包括以下几个方面。

（1）利用平均驻留时间方法研究了在异步切换下切换系统的镇定问题。当切换系统由无源子系统与非无源子系统组成时，在给定的平均驻留时间、无源率和容许的滞留时间条件下，给出了镇定该系统的控制器设计方法。

（2）分别使用平均驻留时间方法与设计状态依赖型切换律方法，研究了两类切换非线性系统的 H_∞ 控制问题。对于第一类切换系统，即当切换系统是由无源子系统与非无源子系统组成时，利用平均驻留时间方法，给出了解决含有不确定性项的切换非线性系统的 H_∞ 控制问题的控制器设计方法。对于第二类切换系统，通过设计状态依赖型切换律和每个子系统的控制器，基于无源性给出了切换非线性系统 H_∞ 控制问题的可解条件。此外，当每个子系统在激活区域内没有无源性时，通过反馈无源化方法给出了解决切换非线性系统的 H_∞ 控制问题的切换律与控制器的设计方法。

（3）研究了具有恒等节点的离散时间动态网络的输出同步化问题。首先，当每个节点具有增长几何耗散性时，选择特定的输入与输出，网络就可以转化成具有几何耗散性的非线性系统；其次，利用几何耗散性，给出了在任意切换拓扑下离散时间动态网络输出同步的判定准则；最后，当每个网络都不能达到输出同步时，给出了输出同步化的切换律设计方法。

（4）分别研究了离散与连续切换非线性系统解的渐近性质。针对于离散时间切换非线性系统，分别给出了基于公共Lyapunov函数、多Lyapunov函数与弱Lyapunov函数的不变性原理，其中基于弱Lyapunov函数的不变性原理允许在某些集合上一阶差分为正。这些结果表明切换系统的解吸引到某个特定区域中的最大弱不变集。针对连续切换非线性系统，给出基于类Lyapunov函数的不变性原理。

（5）研究了具有非恒等节点的离散时间动态网络的广义输出同步问题。主要分为三种情形：第一种情形，基于几何耗散性，给出两个在固定拓扑下输出同步的判定准则；第二种情形，基于几何耗散性与本书中所建立的不变性原理，给出了在任意切换拓扑下广义输出同步的判定方法；第三种情形，当每个网络单独工作不能达到广义输出同步时，基于几何耗散性与本书中所建立的另一个不变性原理，给出了达到广义输出同步化的切换律设计方法。

（6）利用多Lyapunov函数方法研究了切换非线性系统的广义向量 $\boldsymbol{L}_2$ 性质与设计问题。首先，用广义向量 $\boldsymbol{L}_2$ 性质描述每个子系统单独工作时子系统的非一致 $\boldsymbol{L}_2$ 增益性质，即每个子系统的增益是状态的函数；其次，对于两个切换系统的互联问题，基于广义向量 $\boldsymbol{L}_2$ 性质，给出了广义小增益定理；最后，当每个子系统不具有广义 $\boldsymbol{L}_2$ 性质时，给出了为获得切换系统的广义向量 $\boldsymbol{L}_2$ 增益的切换律设计方法。本书由国家自然基金61663037与内蒙古民族大学博士科研启动基金项目资助。

本书最后给出了本书的总结和切换系统研究的未来展望。由于作者水平所限，书中不妥之处敬请读者指正。

作　者

2016年5月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目 录

第1章 绪 论

1.1 切换系统概念

现代控制理论是建立在状态空间法基础上的一种控制理论。首先常常把被控对象建模成用微分方程或差分方程描述的系统，然后对该系统进行分析与控制综合。到目前为止，对单一连续系统或者离散时间系统的研究成果较为成熟[1]。然而，实际中有许多复杂的系统建模成连续系统与离散时间系统共存的系统，却无法用某种单一的连续系统或离散时间系统来描述。如何对这两种动态并存的系统进行分析与控制综合是控制领域的研究热点之一。

美国学者Winstsenhausen在1966年首次提出了混杂动态系统（Hybrid Systems）的概念[2]。混杂系统是一类连续系统与离散时间动态同时存在并且两者之间相互作用的复杂动态系统。由于这类系统更能精确地描述实际的系统，且对于它的深入研究能够提高控制精度，因此近些年来混杂系统受到学者们的广泛关注。

切换系统（Switched Systems）是一类特殊的混杂系统[3]。切换系统是由一组子系统和一个调节这些子系统如何切换的切换机制构成的。子系统通常由微分方程或者差分方程来描述。切换机制通常称为切换信号、切换策略或者切换律等，它决定着在切换时刻哪个子系统被激活。子系统的动态与切换信号共同决定了整个切换系统的动态行为。切换系统产生的主要原因是：第一，系统内部存在几个不同的模态和切换策略，因此必然导致切换的发生；第二，为了追求完全不同的控制目标、性能指标等，需要设计多个控制器并且通过在多个控制器之间切换的方式达到控制目的。因此对其研究既有理论价值，又有实际意义。

一个由 m 个子系统构成的连续切换系统可描述为

$$x^{+}(t)=f_{\sigma}\big(x(t),\ u\big), \tag{1.1}$$

$$y(t)=h_{\sigma}\big(x(t)\big), \tag{1.2}$$

其中，$x\in\mathbf{R}^{n}$ 是连续系统状态，σ 是离散状态并且在指标集 $M=\{1,\ 2,\ \cdots,\ m\}$

中取值。f_k，h_k 表示光滑函数，其中 $k \in M$。在连续时间时，符号 $x^+(t)$ 表示导数算子，即 $x^+(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)$；在离散时间时，$x^+(t)$ 表示前移算子，即 $x^+(t)=x(t+1)$。切换系统本质上是一种具有多模型结构的系统，它的每个子模型

$$x^+(t)=f_k(x(t),\ u), \tag{1.3}$$

$$y(t)=h_k(x(t)), \tag{1.4}$$

称作切换系统（1.1），（1.2）的子系统（Subsystem）。图1.1所示是切换系统的结构简图。

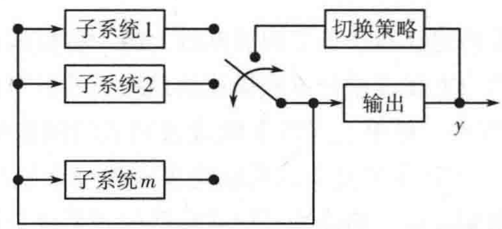

图1.1　切换系统示意简图

1.2　切换系统的研究背景

1.2.1　理论价值

近20年来，切换系统研究受到学者们的广泛关注。主要原因在于：首先，切换系统的多模态特性决定了这类系统比一般单模态系统应用更加广泛，带来了若干理论上的新问题与新挑战。切换系统理论和切换控制方法在解决很多实际问题中显示出很大的优势。恰当的切换可以提高系统完成控制目标的能力或者完成一些单一控制器无法完成的任务。另外，对切换系统的研究又可为一般混杂动态系统的研究提供很好的理论与方法上的借鉴和启示。然而，由于切换与连续（或离散）动态之间相互作用，使得切换系统具有一定的特殊性和相当的复杂性。切换系统的性质与选取或设计的切换策略紧密相关。与通常的连续系统或离散时间系统相比，就切换系统的稳定性而言，切换系统具有下面的特殊性质，即使每个子系统都是稳定的，如果切换规则选择不当，切换系统仍可能是不稳定的；另一方面，即使每个子系统都是不稳定的，但设计恰当的切换律，也能使整个切换系统是稳定的。例如：

$$\dot{x}=\boldsymbol{A}_\sigma x,\ \sigma=1,\ 2$$

其中，

$$A_1=\begin{bmatrix}0 & 10\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}1.5 & 2\\ -2 & -0.5\end{bmatrix}$$

每个子系统均是不稳定的，设计如下依赖于状态的切换策略：当状态轨迹运行至 $x_2=-0.25x_1$ 时，$\sigma(x)=1$，即第一个子系统激活；当状态轨迹运行至 $x_2=0.5x_1$ 时，$\sigma(x)=2$，即第二个子系统激活。结果如图1.2和图1.3所示。

由此可见，如果切换律使用恰当，那么能够改善或提高系统的性能；反之，如果切换律使用不当，则会对系统产生不良的影响。这给切换系统的分析和设计带来很大的困难和挑战，因此值得对切换系统进行深入的研究。

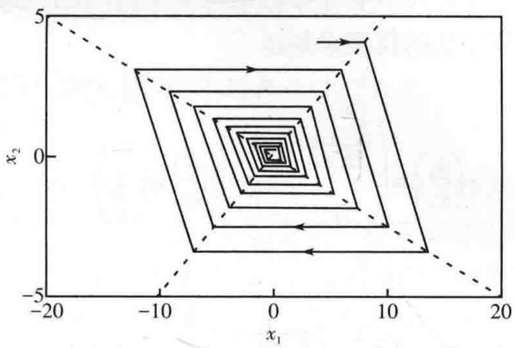

图1.2 在 A_1 和 A_2 之间切换产生的稳定的状态轨迹

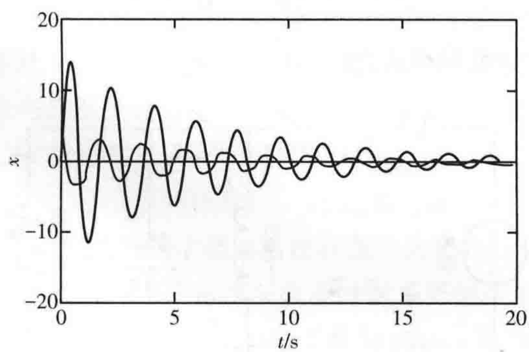

图1.3 切换系统的状态响应

1.2.2 工程应用

切换系统受到学者们关注除了其理论价值外，另一重要的原因是其广泛的工程应用。例如电力系统[4]、机械系统[5]和化学过程[6]等都可以用切换系统的模型来描述。实际上，20世纪50年代初期产生的Bang-Bang控制就体现了切换控制的思想。为了节省航天飞行器的燃料消耗，提出了燃料最优控制问题。这个问题可以归结为：把状态空间划分为两个区域，在一个区域中控制变

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

量取正最大值，在另一个区域中控制变量取负最大值。这两个区域的分界面称为开关面，它决定了Bang-Bang控制的具体形式。这正是切换系统理论中状态依赖型切换律的设计问题。随着系统结构的复杂化与生产工艺的革新，切换系统理论逐渐引起学者们的重视，并成为一种重要的系统分析与设计手段。下面给出切换系统的一个应用实例。

【例1.1】 考虑半导体技术中使用的调挡器系统[7]，如图1.4所示，其中V_c表示电容器的电压，I_l表示电感电流。该调挡器通常有两种模式。第一种模式：开关1闭合，开关2断开；第二种模式：开关1断开，开关2闭合。选取状态变量为x_1和x_2，用x_1表示电容器的电压V_c，x_2表示电感电流I_l，则该系统的两种模式分别用下面的模型来刻画。

第一种模式：

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{R_1C} & 0\\ 0 & -\dfrac{R_s}{L}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ \dfrac{1}{L}\end{pmatrix}V_c,$$

第二种模式：

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{R_1C} & -\dfrac{1}{C}\\ \dfrac{1}{L} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$$

可见，当调挡器在这两种模式之间转换时，就产生了一个切换系统。

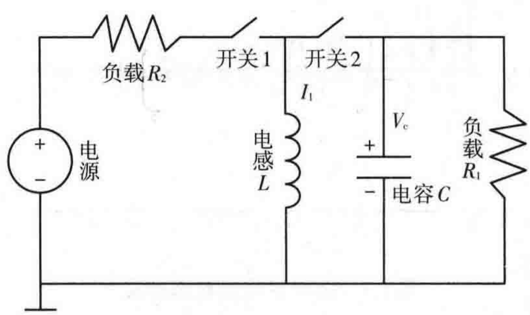

图1.4 调节器的电路示意图

除模型切换外，在工业生产中，为提高控制精度，系统可能存在一些备选的控制器，其中每个单一的控制器都不能满足控制需求，必须设计一个切换策略，通过调节控制器之间切换才能实现预期的控制目标。这类系统的典型实例是计算机磁盘驱动器[8]、汽车驾驶自动换挡控制[9]与飞机发动机切换控制[10]等，其中飞机的多发动机切换可以改善飞机的起降精准性等。文献［11］设计

了一个基于逻辑的切换策略来管理几个控制器间的切换。在这些控制器中，一些控制器鲁棒性能差但具有较高的控制品质，另一些控制器的情形则正好相反。例如在为飞行器设计控制器时，通过单一控制器难以实现响应速度快并且抗噪性能好，这是因为随着闭环系统频域带宽的增加，系统对测量噪声越来越敏感。如果设计两个控制器，一个控制器闭环频域带宽较低，虽然响应较慢但抗噪性能好；另一个频域带宽较高，虽然对测量噪声敏感但响应速度较快。通过两个控制器之间的切换来实现控制目标。因此，利用切换控制器方法常常能实现单一控制器不能实现的控制目标，克服在使用单一控制器时遇到的阻碍。目前，切换控制器技术在工程实际中的应用越来越广泛。

1.3 切换系统的研究现状

切换系统是近年来控制领域的热门话题之一。稳定性是众多研究问题中最为基础和重要的问题[12, 13]，因为一个动态系统能否保持正常运行的首要条件就是它必须是一个稳定的系统。D. Liberzon全面地阐述了关于切换系统稳定性研究的三大基本问题[3, 14]：① 寻找在任意切换信号下切换系统稳定的条件；② 在受限切换信号下切换系统的稳定性研究；③ 如何设计切换信号使得切换系统稳定。对于这些问题，学者们已经从各种不同的角度进行了研究，其中经典的Lyapunov稳定性理论及其各种推广形式成为切换系统分析稳定性的主要工具。其实，寻找切换系统在任意切换信号下稳定的条件具有现实的研究意义，在工程中也比较容易实现。只要所有子系统都存在一个共同Lyapunov函数就能保证在任意切换信号下系统稳定。因此如何找到公共Lyapunov函数至关重要。Shorten R. 等人给出两个线性系统存在二次公共Lyapunov函数的充要条件[15]。Zhai等人给出了由连续系统与离散时间系统组成的切换系统，只要Lie 代数问题可解，切换系统就存在公共二次Lyapunov函数[16]。此外，对于单输入切换系统，Cheng给出了寻求共同Lyapunov函数的算法[17]。当共同Lyapunov函数不存在时，切换系统的稳定性则依赖于切换规则的选取。于是，寻求②和③问题的解就尤为重要。使用Lyapunov函数的推广形式解决这些问题的方法有很多。例如，单Lyapunov函数（Single Lyapunov Function）[3]、类Lyapunov函数法（Lyapunov-like Function）[18]、多Lyapunov函数（Multiple Lyapunov Function）[19]和弱Lyapunov函数（Weak Lyapunov-like Function）[20, 21]。然而，上述文献均要求推广的Lyapunov函数满足某种非增性。近来，文献［22］定义了更一般意义上的多Lyapunov函数，不要求在切换点处的严格非增

条件与子系统激活时非增条件，从而使得多Lyapunov函数方法适用范围更为广泛。此外，众多学者从另外的角度进行研究。切换系统的稳定性特点是，切换系统的每个子系统都是稳定的，但是在某些切换律下，切换系统可能不稳定。如果稳定的子系统停留的时间足够长，这样消减的能量抵消由切换引起的能量增加，此时切换系统就是稳定的，这正是驻留时间的基本思想[23]。为降低该方法的保守性，文献［24］提出了平均驻留时间的概念：某些子系统的作用时间可以小于驻留时间，只要各子系统的平均驻留时间不小于某个常数，则切换系统稳定。在此基础上，Zhai在文献［25］中将平均驻留时间的方法推广到切换系统同时包含稳定的子系统和不稳定的子系统的情形。文献［26］提出了模型依赖型的平均驻留时间方法。文献［27］突破了所有子系统都是稳定的限制，利用驻留时间切换技术，容许每个子系统都不稳定，给出了切换系统渐近稳定的充分条件。为了克服状态依赖型切换律可能会产生频繁切换，产生抖振，文献［28］［29］中设计的切换律不仅依赖系统的状态，而且还有驻留时间。

学者们在稳定性研究的基础之上，对切换系统的能控性[30]、能观性[31]、最优控制[32]、自适应控制[33]、H_∞控制[34, 35]、跟踪控制[36]和鲁棒控制[37]等诸多问题的研究也都取得了显著的成果。

1.4 切换系统耗散性及不变性原理研究概述

1.4.1 耗散性研究目的、意义与研究现状

在控制理论中，耗散性思想来源于物理实际系统并且与系统稳定性紧密相关。非切换系统的耗散性理论是由Willems在1972年首次提出的[38]，并且由Hill与Moylan等人进一步发展[39]，其后成为系统、电路和网络等领域中非常重要的概念。粗略地说，耗散性是通过储能函数和供应率来描述系统内部消耗的能量不超出外界对它供给的能量。此外，耗散性也从能量的角度给出了控制系统分析与设计的一种方法，并且对系统控制的许多方面都有重要作用。首先，储能函数是半正定的，因此可以使用储能函数来建立与Lyapunov稳定性之间的关系，也为Lyapunov函数的构造提供了新方法；其次，可使用耗散性理论研究和解决受控系统的诸如系统镇定、最优控制、鲁棒控制以及H_∞控制等重要问题[40-44]；最后，供应率可以选取某些特殊形式，会得到诸如无源性或者L_2增益等特殊意义的耗散性。其中无源性理论是系统分析和设计的主要

方法之一[45]。无源性理论对系统稳定性分析、控制系统设计具有重要意义[46-48]。Byrnes等人在文献［47］中使用非线性几何方法研究了无源系统，成功地解决了仿射非线性系统可以通过光滑状态反馈等价于一个无源系统的问题。无源性的特点体现在两个无源系统反馈互联后系统仍满足无源性，称为无源性定理，它对研究反馈互联大系统的性质有着重要的意义[49, 50]。另外一种特殊的耗散性是 L_2 增益，当研究系统互联时小增益定理起到重要的作用[45]。其实，耗散性不仅可通过上面的状态空间法建立，也可以用输入输出算子理论来描述[51]。

对于切换系统，耗散性同样是重要的[52, 53]。但由于这类系统中连续动态和离散时间动态的相互作用，使得研究切换系统的耗散性问题变得更加困难，研究结果相对较少。文献［54］最先给出在任意切换律下的无源性理论。文献［55］研究了控制器进行切换的切换系统无源性。文献［53］通过求解一些Lyapunov-Metzler不等式给出了切换线性系统的无源性。上面的结果几乎都是基于公共储能函数给出的，这条件过于严格。因为对于所有子系统的公共储能函数很难找到或者根本不存在。但是对于每个子系统可能存在自身的储能函数，这就可以用多储能函数描述切换系统的耗散性。文献［56］虽然使用多储能函数建立切换系统无源性，但是要求每个子系统输入为零时，各自储能函数在相邻的切换点处满足一定的非增性，并且也没有给出渐近稳定的条件。为进一步减少非增性的限制，文献［57］给出基于多储能函数的无源性定义，不要求相应的非增性条件，并且只要每个子系统满足渐近可检测性，当每个子系统输入为零时，能得到切换系统是渐近稳定的。文献［58］给出广义无源性概念，对储能函数的非增性不做要求，也讨论了与稳定性关系，并且为获得广义无源性给出了依赖于状态的切换律设计方法。文献［59］首先利用多存储函数和多供应率给出了切换非线性系统具有交互供应率的耗散性及其两种特殊形式的定义，构建了切换系统的耗散性理论的框架，并得到了基于该耗散性的渐近稳定性结果。对一般的切换离散时间非线性系统以及其每个子系统都是耗散的，文献［60］提出可分解耗散的定义且给出基于可分解耗散的稳定性的条件，但没有给出可分解耗散性的判断条件。文献［61］讨论了同时含有无源子系统和非无源子系统的离散时间切换仿射非线性系统的无源性和反馈无源化问题，但是没有考虑工作子系统和没工作的那些子系统之间的能量交换。文献［62］给出了基于多Lyapunov函数的离散时间切换系统无源性定义，通过设计控制器与切换律分别给出了状态、输出反馈无源化条件，但是没有考虑系统的级联。显然，与光滑系统已有了完善的耗散性理论体系的情形完全不同，切换

系统的耗散理论与无源性理论还有很多问题有待解决和研究。

1.4.2 不变性原理研究目的、意义与研究现状

不变性原理在研究一般非线性系统的稳定性问题中起着非常重要的作用。众所周知，Lyapunov 在 1892 年创立了用于分析系统稳定性的 Lyapunov 第二方法。此后学者们对第二方法做了进一步发展。1960 年，LaSalle 首次发现了 Birkhoff 极限集和 Lyapunov 函数之间的关系，建立了 LaSalle 不变性原理[63]，从而推广了 Lyapunov 第二方法。由于该定理不仅放宽了稳定性定理中对 Lyapunov 函数导数负定的要求，也提供了吸引域的估计方法。后来这个不变性原理被延拓到微分方程[64, 65]、泛函微分方程[66]以及更广泛的微分包含系统[67]。此外，LaSalle 不变性原理也推广到非光滑系统[68]、脉冲系统[69]、混杂系统[70]。对于离散时间非线性系统，也有相应的离散时间的 LaSalle 不变性原理[71]。该不变性原理向前迈进一步，就是使用负半定的 Lyapunov 函数代替正定 Lyapunov 函数去分析解的渐近行为[72]。不使用 Lyapunov 函数，离散时间的 LaSalle 不变性原理也被推广到轨线吸引到输出函数等于零的集合中的最大不变集[73]。此外，离散时间的 LaSalle 不变性原理也被推广到在某些区域上一阶差分大于零的情况[74]。

对于连续切换系统，可能有多个平衡点或者特殊吸引子，此时一般不考虑稳定性，而是去研究解的渐近行为，此时不变性原理是解决该问题的强有力的工具。学者们提出几个不变性原理，文献［75］研究了时不变混杂系统解的渐近性，并且给出了一个不变性原理。可是该定理要求检验混杂系统的不变集，这通常是很困难的。将其直接用于切换系统有局限性。由于切换系统是一类特殊的混杂系统，有可能避免这个困难。因此，Hespanha 将不变性原理推广到了切换线性系统，得到了一些扩展的不变性原理，并且利用这些结果判定切换线性系统渐近稳定性。Hespanha 把这些结果继续延拓到非线性切换系统[76]，通过使用小时间范数可观性得到切换非线性系统渐近稳定性的判定条件。文献［77］首次给出弱不变集的概念，分别基于公共 Lyapunov 函数与弱多 Lyapunov 函数，给出切换非线性系统的两个不变性原理。为了减少文献［76］的限制，文献［78］延拓到在平均驻留时间意义下进行考虑，并且对不变集的结构提出更好的理解。在驻留时间下，文献［79］给出基于 Lyapunov-like 函数的不变性原理，允许其在某些集合上一阶导数是正的。此外，不使用 Lyapunov 函数，文献［80］考虑了具有特殊输出函数的切换非线性系统，提出两个不变性原理，展示切换系统的解吸引到输出函数为零的集合中最大弱不变集的并集。

上面建立的不变性原理成功地解决了复杂多智能体一致性问题[80]、输出同步问题[81, 82]、输出调节问题[83]。对于离散时间切换系统，文献［84］给出了一个离散时间的不变性原理，并用它来设计切换控制器。

1.5 预备知识

本节给出全书所使用的符号与若干引理。

1.5.1 符号说明

在本书中，用符号 $\mathbf{R}$，$\mathbf{R}^+$ 与 $\mathbf{Z}^+$ 表示全体实数、非负实数与非负整数组成的集合；$\mathbf{R}^n$ 表示 n 维欧氏空间；$\|x\|=(x^{\mathrm{T}}x)^{\frac{1}{2}}$ 表示欧氏范数；$\bar{E}$ 表示集合 $E\subset\mathbf{R}^n$ 的闭集；$\boldsymbol{I}_m$ 表示 m 阶单位矩阵；$\mathrm{diag}_m\{\ldots\}$ 表示 m 阶对称矩阵；$\boldsymbol{A}>0$ 表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为正定矩阵；$|A|$ 表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式；A_{ij}^* 表示 a_{ij} 的代数余子式，其中 a_{ij} 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中第 i 行第 j 列的元素；$L_2[0,\ +\infty)$ 表示函数集合 $\left\{f(t):\int_0^{\infty}|f(t)|^2\,\mathrm{d}t<\infty\right\}$；$\lambda_M(\boldsymbol{P})\left(\lambda_m(\boldsymbol{P})\right)$ 分别表示矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的最大（最小）特征值；当函数 $V(x)\in C^1[R^n,\ R]$ 时，$L_fV(x)$ 表示 $L_fV(x)=\dfrac{\partial V(x)}{\partial x}f(x)$；如果函数 α 是连续的，单调增加，$a(0)=0$，且满足当 $r\to\infty$ 时，$a(r)\to\infty$，则 α：$[0,\ +\infty)\to[0,\ +\infty)$ 称为 κ_∞ 类函数；$\{k_n\}_{n=0}^{\infty}$ 表示当 $n\to\infty$ 时，有 $k_n\to\infty$ 的非负整数序列。

1.5.2 非线性系统耗散性

首先，简要回顾关于连续时间非线性系统无源性、反馈无源化和 L_2 增益的基本概念与引理。

考虑下面非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{x}&=f(x)+g(x)u,\\ y&=h(x),\end{aligned}\tag{1.5}$$

其中，$x(t)\in\mathbf{R}^n$，$u\in\mathbf{R}^r$ 与 $h(x)\in\mathbf{R}^r$ 分别是系统状态、控制输入与输出。此外，$f(x)$ 和 $g(x)$ 是光滑函数且满足 $f(0)=0$ 和 $h(0)=0$。

下面介绍无源性的概念。

定义 1.1[45] 系统（1.5）称为无源的，如果存在 C^1 函数 $V(x)$ 满足 $\alpha_1(\|x\|)\leqslant V(x)\leqslant\alpha_2(\|x\|)$，其中 $\alpha_1(\cdot)$ 与 $\alpha_2(\cdot)$ 是 K_∞ 类函数，使得对所有 $x\in\mathbf{R}^n$，$u\in\mathbf{R}^r$，

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com