

# 基于偏微分方程的 遥感图像处理方法

JIYU PIANWEIFEN FANGCHENG DE  
YAOGAN TUXIANG CHULI FANGFA

王 毅 著



中国地质大学出版社  
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

# 前言

从 1957 年第一颗人造地球卫星发射成功以来,遥感技术得到了突飞猛进的发展。随着模式识别、图像处理和计算机视觉技术的飞速发展,遥感技术的发展日新月异。然而,遥感图像在获取和传输过程中常常被各种各样的噪声干扰,而在一定程度上对图像质量产生不利影响,使图像的清晰度明显降低。或者由于传感器本身的缺点,观测物的特性无法得到有效地反映,导致图像的可辨性降低。这类噪声对遥感图像的识别、目标检测和分割等影响较大。为了提高图像的质量,去除噪声,为后期的图像分析、识别,以及较高层次的处理提供依据,必须进行遥感图像预处理,来滤除图像中的噪声污染。

现代图像领域中,伴随数字不断发展的图像技术以及日益紧密的与其他学科之间的联系,许多更加有效的去除噪声的方法被提出,包括基于数学形态学、小波阈值法、基于神经网络的方法以及多尺度几何分析法等。但在实际应用中,上述方法都存在着图像边缘纹理细节的保持与各种噪声滤除的矛盾,而最能反映图像特征信息的是图像的边缘纹理细节。因此,对噪声进行滤除的关键问题是在滤除噪声的同时,最大程度地保持图像的细节特征信息。

近年来,基于偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)的图像处理方法因其本身所具有的形式上的规范性、模型建立的灵活性和局部自适应特性从而成为一种新型的图像处理数学工具,并广泛应用在图像修复、图像去噪和图像分割等多个方面。与其他传统方法相比,偏微分方程技术具有以下优点:①它能够使用广义上连续的二维函数来对图像进行建模,从而对图像进行求导和求积分等

操作,能够使得图像处理问题规范化,形式上更简单。②PDE 给出了连续域上图像的分析模型,使得网格的划分与局部非线性滤波分析易于实现。③PDE 可视为具有微小子邻域局部滤波器的迭代,其物理意义更易于人理解。④基于 PDE 方法能够通过数值计算方法来实现,并获得较高的稳定性和精度。

目前对遥感图像进行去噪的研究已经有许多方法,偏微分方程的各种模型及改进模型得到了广泛的应用,使其成为图像处理领域一个持续的热点问题,偏微分方程理论的发展为遥感图像处理提供了新的方法和研究技术。反之,工程技术中提出的新问题,又促使了偏微分方程理论的前进,因此得到了越来越多的有关方面学者的关注。总之,对于遥感图像的去噪技术的研究,运用基于 PDE 的图像处理方法来改善或解决传统方法去噪的难点问题将是一个比较有益的尝试。

本书将遥感图像的特征以及偏微分方程处理的特点相结合,叙述了偏微分方程图像分析的基本概念及研究框架,并重点阐述了各向异性扩散技术在图像处理中的应用,以此作为遥感应用的方法基础,并以遥感图像增强和去噪的研究内容为导向,重点分析了多光谱、高光谱和雷达等不同类型的遥感影像图像恢复和去噪采用的技术流程和关键算法。此外,将该技术进行拓展,应用于多/高光谱遥感图像专题信息分类中。本书是作者近年来在遥感图像偏微分方程分析与处理方面研究成果的一个阶段性总结,同时也是作者对遥感图像偏微分方程技术的一个初步诠释。

本书的主要内容安排如下:第 1 章主要介绍偏微分方程在图像处理中的发展历史、基于各向异性扩散偏微分方程在图像处理上的研究现状。第 2 章主要针对基于各向异性扩散的图像分析和处理方法进行介绍。首先介绍偏微分方程去噪模型和尺度空间,并分析偏微分去噪的两种技术——各向同性扩散和各向异性扩散的基本原理。同时,针对不同的具体应用,分别介绍几类典型的各向异性扩散模型。在此基础上,详细讨论模型的参数和数值计算方法。第 3 章在前人研究的基础上,提出依赖时间的鲁棒各向异性扩散模型,并将模型扩展到多光谱图像处理中。在此基础上,建立依赖时间的多光谱鲁棒各向异性扩散模型,应用于多光谱遥感图像增强处理中。第 4 章介绍高光谱各向异性扩散模型,并提出基于梯度

和拉普拉斯的高光谱各向异性扩散模型,应用于高光谱遥感影像图像去噪和分类中。第5章首先研究 Lee、Frost 和 Kuan 等自适应滤波器与线性偏微分方程的内在联系,并介绍基于各向异性扩散的相干斑降噪方法(SRAD 模型)。在此基础上,提出 SAR 图像斑点噪声鲁棒各向异性扩散模型。第6章介绍概率扩散模型,并提出基于该模型的多光谱遥感图像自动分类技术,并将其应用于多/高遥感图像分类处理中,来改善遥感图像分割结果和提高遥感图像的分类精度。

本书的出版得到了国家自然科学基金(61271408)的支持。限于作者的水平 and 时间的仓促,书中难免存在一些不妥之处,敬请广大同行读者批评指正。

作 者

2015 年 11 月



# 目 录

|                         |      |
|-------------------------|------|
| 第 1 章 绪 论               | (1)  |
| 1.1 研究现状                | (1)  |
| 1.1.1 偏微分方程在图像处理中的应用    | (1)  |
| 1.1.2 偏微分方程图像处理方法的发展历史  | (2)  |
| 1.2 基于各向异性扩散的图像分析及其研究现状 | (3)  |
| 1.2.1 高斯噪声去除的各向异性扩散模型   | (4)  |
| 1.2.2 斑点噪声去除的各向异性扩散模型   | (5)  |
| 1.2.3 多维矢量各向异性扩散模型      | (6)  |
| 第 2 章 各向异性扩散图像分析技术      | (7)  |
| 2.1 偏微分方程图像去噪模型         | (7)  |
| 2.2 尺度空间                | (8)  |
| 2.2.1 尺度空间理论            | (8)  |
| 2.2.2 尺度空间的公理与不变性质      | (9)  |
| 2.3 线性尺度空间              | (10) |
| 2.3.1 高斯滤波              | (10) |
| 2.3.2 尺度空间和偏微分方程        | (11) |
| 2.4 非线性尺度空间             | (13) |
| 2.4.1 PM 各向异性扩散模型       | (13) |
| 2.4.2 方程解的特性            | (15) |
| 2.4.3 扩散系数的选择           | (15) |
| 2.5 其他形式的各向异性扩散方程       | (17) |
| 2.5.1 CBAB 模型           | (17) |
| 2.5.2 CLMC 模型           | (17) |
| 2.5.3 ALM 模型            | (18) |
| 2.5.4 鲁棒各向异性扩散模型        | (19) |

|              |                              |             |
|--------------|------------------------------|-------------|
| 2.5.5        | 形态学各向异性扩散模型                  | (19)        |
| 2.5.6        | MB 模型                        | (20)        |
| 2.5.7        | YK 模型                        | (20)        |
| 2.5.8        | AMD 模型                       | (20)        |
| 2.5.9        | FAB 模型                       | (21)        |
| 2.5.10       | 非线性结构张量扩散模型                  | (21)        |
| 2.6          | 各向异性扩散模型参数分析                 | (22)        |
| 2.6.1        | 梯度阈值                         | (22)        |
| 2.6.2        | 高斯滤波尺度因子                     | (23)        |
| 2.6.3        | 迭代最优停止时间的设置                  | (24)        |
| 2.7          | 各向异性扩散模型的数值离散格式              | (24)        |
| 2.7.1        | 梯度下降显式解法                     | (24)        |
| 2.7.2        | 梯度下降半隐式解法                    | (26)        |
| 2.7.3        | 高维差分解法                       | (26)        |
| <b>第 3 章</b> | <b>依赖时间的多光谱鲁棒各向异性扩散模型</b>    | <b>(27)</b> |
| 3.1          | 依赖时间的鲁棒各向异性扩散模型              | (27)        |
| 3.1.1        | 依赖时间的各向异性扩散模型                | (27)        |
| 3.1.2        | 依赖时间的鲁棒各向异性扩散模型              | (28)        |
| 3.2          | 多光谱各向异性扩散模型                  | (29)        |
| 3.2.1        | 像素相似性准则                      | (29)        |
| 3.2.2        | 多光谱梯度                        | (30)        |
| 3.2.3        | 多光谱各向异性扩散模型                  | (30)        |
| 3.3          | 依赖时间的多光谱鲁棒各向异性扩散模型           | (31)        |
| 3.4          | 算法步骤与数值计算方法                  | (32)        |
| 3.4.1        | 算法流程                         | (32)        |
| 3.4.2        | 算法讨论                         | (33)        |
| 3.5          | 实验结果与分析                      | (34)        |
| 3.5.1        | 各向异性扩散算法和评价方法                | (34)        |
| 3.5.2        | 实验结果与分析                      | (34)        |
| <b>第 4 章</b> | <b>基于梯度和拉普拉斯的高光谱各向异性扩散模型</b> | <b>(39)</b> |
| 4.1          | 高光谱各向异性扩散模型                  | (39)        |
| 4.1.1        | PM-HAD 模型                    | (39)        |

|       |                             |      |
|-------|-----------------------------|------|
| 4.1.2 | TD-GVVRAD 模型 .....          | (40) |
| 4.1.3 | M-HAD 模型 .....              | (40) |
| 4.2   | 基于梯度和拉普拉斯的高光谱各向异性扩散模型 ..... | (41) |
| 4.3   | 实验结果与分析 .....               | (42) |
| 4.3.1 | 高光谱各向异性扩散算法评价方法 .....       | (42) |
| 4.3.2 | 实验结果与分析 .....               | (42) |
| 第 5 章 | SAR 图像斑点噪声鲁棒各向异性扩散模型 .....  | (48) |
| 5.1   | 斑点噪声的形成原理 .....             | (48) |
| 5.2   | 自适应滤波和偏微分方程的联系 .....        | (49) |
| 5.2.1 | Lee 滤波与线性偏微分方程的联系 .....     | (49) |
| 5.2.2 | Frost 滤波与线性偏微分方程的联系 .....   | (51) |
| 5.3   | 基于各向异性扩散的斑点噪声滤波方法 .....     | (51) |
| 5.3.1 | 基于局域方差的扩散系数 .....           | (52) |
| 5.3.2 | 斑点抑制各向异性扩散 SRAD 模型 .....    | (54) |
| 5.4   | SAR 图像斑点噪声鲁棒各向异性扩散模型 .....  | (54) |
| 5.4.1 | SRAD 模型存在的问题 .....          | (55) |
| 5.4.2 | 模型特性分析 .....                | (56) |
| 5.5   | 本章算法和数值离散方法 .....           | (57) |
| 5.6   | 实验结果及其分析 .....              | (58) |
| 5.6.1 | 实验结果与分析 .....               | (58) |
| 5.6.2 | 参数讨论 .....                  | (63) |
| 第 6 章 | 基于概率扩散模型的多光谱遥感图像分类方法 .....  | (65) |
| 6.1   | 概率扩散模型 .....                | (65) |
| 6.1.1 | 后验概率 .....                  | (65) |
| 6.1.2 | 概率扩散模型 .....                | (66) |
| 6.2   | 基于 MPD 的多光谱遥感图像自动分类方法 ..... | (67) |
| 6.3   | 实验结果与分析 .....               | (69) |
| 6.3.1 | 实验数据 .....                  | (69) |
| 6.3.2 | 监督分类实验及结果分析 .....           | (69) |
| 6.3.3 | 非监督分类实验及结果分析 .....          | (71) |
| 6.3.4 | 算法讨论 .....                  | (73) |
| 参考文献  | .....                       | (74) |



# 第1章 绪论

20世纪90年代初,基于偏微分方程的图像处理学科的正式形成对于整个图像处理研究领域具有重大的意义。此前,图像处理技术是一门偏向于工程技巧性的学科,正是偏微分方程在图像处理中的引入和发展,带来了大量数学工具的引入,使得图像处理真正发展成为一个具有深厚理论基础的基础性科学研究领域。在很多图像处理和计算机视觉的应用领域,由于继承了数学物理方程中的大量研究成果,图像偏微分方程的研究目前逐渐丰富和成熟,已经迅速发展成为一种理论严谨、实用有效的方法。

## 1.1 研究现状

### 1.1.1 偏微分方程在图像处理中的应用

近年来,在图像处理和图像分析中两个最新的进展是小波分析和偏微分方程在图像处理中的应用。偏微分方程(partial differential equation),现已应用于图像处理和计算机视觉的许多方面,包括图像复原、边缘检测、图像分割、图像校准、运动物体跟踪、物体检测、光流、对比度增强、图像量化等方面,尤其是在卫星遥感图像的复原和去噪、医学图像处理(超声、核磁共振、伽马相机和CT)以及安全和工业生产等领域发挥了巨大的作用。

目前,PDE图像分析方法应用最广泛最成功的主要有图像分割和图像复原两个分支。图像复原是计算机图像处理的重要课题,而PDE图像复原则是近20年来图像复原研究的热点。其根本原因在于PDE图像复原方法与其他传统的图像复原方法相比具有很多突出的优点(Guichard和Morel,2002;赵小华,2002;李小林,2005;许冠军,2006;Jain,1977)。

(1)能够描述图像的局部和几何特征。通常一幅图像具有很多局部特征,这些特征很难用反映全局特征的因子(如频率等)来描述,从而限制了一些传统处理方法的应用。PDE方法能够直接处理一些图像中的梯度、曲率和等位线(level set)等几何特征,便于建立各种数学模型灵活表述,而且可以充分利用数值分析和偏微分方程计算理论中的一些已有成果,能获得较好的图像质量,并具有一定的稳定性。

(2)具有严格的数学理论基础。在数学理论研究领域已经存在大量与PDE相关的基础理论研究成果及其严格的数学证明,例如证明PDE的收敛性、稳定性和唯一解,特别是当数据集为凸集的情况下,相关的数学理论很成熟。

(3)数值算法简洁且易于实现。关于PDE的相关文献中存在大量求解各类PDE方程的



数值解法,为计算机处理 PDE 图像实现提供了很好的条件。另一方面,传统算法比较复杂,需要有多个步骤才能获得较好的结果,而 PDE 图像处理一般只用一个 PDE 方程就能够精确表示图像复原过程,然后选择合适的数值解法就能实现,并且比传统方法要简单,主要集中在方程的稳定性、收敛性等方面。

(4)理论分析和实现过程可分离。PDE 方法是一种直接分析图像的连续模型,因此,PDE 图像复原的理论和特征分析往往是在连续空间中进行,而这对于数学分析十分有利。但其实现过程可以在离散(在像素水平上)空间使用微分算子来进行,并且求解一个 PDE 方程可以使用不同的数值技术。因此,可以方便而有效地实现理论分析和计算实现的分离。

(5)可以最大程度上保留图像的结构信息。PDE 图像复原方法往往可以保留图像的大部分结构和信息,能够获得与传统图像复原方法一样,甚至更好的图像复原结果。例如用于滤波合成的实际应用——图像平滑与保持边缘,使得同时去除噪声和保持边缘的方案成为现实。

(6)能够有效模拟图像复原的可视化动态过程。PDE 图像复原方法的实现过程是基于数值计算,也就是不断的迭代过程来实现,每一步迭代处理后的图像效果以可视化的方式有效地模拟线性扩散、非线性扩散等动态图像复原过程。

正是由于以上优点,PDE 方法已经成为图像分析中的一种重要方法。现在基于 PDE 的图像处理已经是一个结合了数学形态学、变分法、逼近论和仿射几何等数学工具的完整理论体系。

### 1.1.2 偏微分方程图像处理方法的发展历史

基于偏微分方程的图像分析是图像处理领域中的一个重要分支,有关内容日益成为相关领域研究人员关注的一个热点。最早的研究可以追溯到 Gabor(1965)和 Jain(1977)的工作,然而实质性飞跃要归功于 Koenderink(1984)和 Witkin(1983)引入的尺度空间理论,他们将多尺度图像表示为 Gaussian 滤波器的结果,这等效于将原图像经过热传导方程使之变形,获得各向同性的扩散流。20 世纪 80 年代后期,Hummel(1989)注意到热扩散流不是产生尺度空间的唯一抛物线方程,并提出满足极大值原理的演化方程也能够定义一类尺度空间。极大值原理可以视为因果性的数学解释,同时 Koenderink(1984)又一次提出在 Gaussian 滤波器处理过程中加入一个阈值运算器。

对于图像复原和重建问题最有影响力的贡献还要归功于 Perona 和 Malik(1990)提出的著名的各向异性扩散模型(PM 模型)。各向异性扩散模型的实质就是进行多尺度保边缘平滑。图像在尺度空间中被划分为不同尺度的区域,PM 模型利用扩散系数来控制空间各点的扩散程度,使扩散主要发生在图像各尺度区域内部。随着扩散的进行,低对比度的区域内部变得越来越平滑,而高对比度的区域(如边缘)得以保持。PM 模型处理图像能够在滤除噪声的同时锐化图像的边缘特征,达到平滑和锐化的平衡。然而,在 PM 模型中,方程解的唯一性和数值计算的稳定性难以保证,于是 Catte 等(1992)提出了正则化的 CLMC 模型。Perona 和 Malik(1990)的研究开辟了图像处理中偏微分方程理论的应用研究等众多新领域(Alvarez 等,1992;ter Haar Romeny,1994;Weickert,1998;Special,1998)。随后,Osher 和 Sethian(1998)提出了曲率流模型。曲率流模型是各向异性扩散模型的一种,它能够使图像灰度值的扩散仅发生在图像梯度的正交方向上,在保持图像轮廓精确位置和清晰度的同时沿轮廓进行平滑和去噪。与此同时,Osher 和 Rudin(1990)关于图像增强型滤波器(shock filter)的研究以及 Rudin 等(1992)关于全变分去噪模型的研究工作,明确指出了图像处理中应用偏微分方程的

必要性和重要性。这些方法成功之处在于将图像视为由跳变边缘连接而成的分片光滑函数(曲面),从而与某种偏微分方程的分片光滑解相联系。很多学者对基于曲线和曲面演化的偏微分方程相当重视,如 Osher 和 Sethian(1988)提出的水平集(level set)数值方法具有重要影响,其基本思想就是将曲线、曲面和图像演化表示为更高维数的超平面水平集,不仅提供了更精确的数值计算方法,同时也解决了长期以来一直困扰着广大图像处理学者的图形拓扑改变难题。当然,将图像中目标物体用水平集表示的方法对于计算机视觉和图像处理界并不是全新的技术,因为它是数学形态学的基本方法(Serra,1988)。Kimia 等(1995)定义的“反应-扩散”尺度空间,将冲激理论和各向异性平滑相结合,产生了很好的效果。Bertalmio(2001)构建了基于偏微分方程的图像修复、变形活动轮廓、运动追踪算法。Mumford 和 Shah(1989)提出的基于偏微分方程的 Mumford-Shah 分割模型以及 Kass(1988)提出的 Snake 模型(蛇模型)都对图像分割领域产生了深远影响,之后很多学者在其基础上提出了改进的模型与方法。

关于偏微分方程图像处理方法之间的联系如图 1-1 所示(Guichard 和 Morel,2002)。

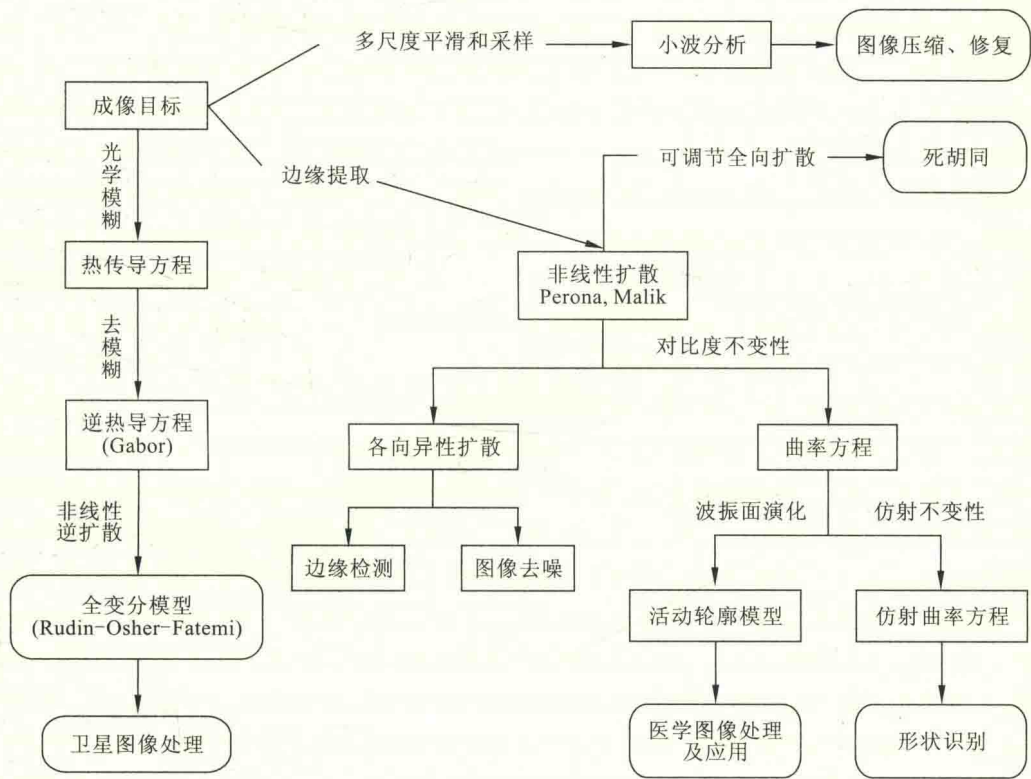


图 1-1 偏微分方程图像处理方法的联系

1.2 基于各向异性扩散的图像分析及其研究现状

在偏微分图像处理中,基于非线性扩散(偏微分)方程的图像处理方法成为近年来图像研究的一个热点。它从分析图像去噪的机理入手,结合数学形态学、微分几何、射影几何等数学工具,建立了滤波和偏微分方程相关的公理体系。另外,它在图像重构、图像分割、图像识别、



遥感图像处理、图像分析、边缘检测、图像插值、医学图像处理、动态图像修补、立体视觉深度检测、运动分析等方面得到了一定的应用(乔明,2004)。

在这些偏微分方程中,双曲线型偏微分方程因为其平滑噪声和图像复原的能力而格外引人注目。为了复原图像,这些方程通常对变分问题使用梯度下降法来求解。图像平滑常常和尺度空间(scale space)紧密地联系在一起,在这个领域的先驱者应当属于 Alvarez 等(1993)和 More(1992),他们建立起了尺度空间的基本概念,将图像处理的过程纳入偏微分方程的框架。在该数学框架下有两种方程:各向同性和各向异性的扩散方程,这两种方程在实质上有着紧密的联系。它们在演化过程中遵守一个共同的原则:如果一幅图像的亮度大于另一幅,那么在尺度空间内演化过程中,这个亮度顺序必须始终保持不变。

自从 Perona 和 Malik(1990)首次提出各向异性扩散的概念后,许多学者都致力于这一主题的发展,从理论和实践的角度对各向异性扩散进行了分析,提出了许多相关的图像增强和平滑算法。主要包括:①各向异性扩散的数学机理以及相关的变分公式(Catte 等,1992;Aubert 和 Vese,1997;Kichenassamy,1996;Perona 和 Malik,1990);②稳定的各向异性扩散偏微分方程(Catte 等,1992;Alvarez 等,1992,1993;Rudin 等,1992;You 等,1996;Guichard,1993;Nitzberg 和 Shiotu,1992;Gilboa 等,2002);③各向异性扩散的快速算法及其特定应用(Gerig 等,1992);④各向异性扩散与其他图像处理算子的联系(Sapiro,1996;Shah,1996;Zhu 和 Mumford,1998),等等。本书将从三个方面对现有的各向异性扩散技术进行归纳和总结,并分别介绍相关的模型及其国内外的研究现状。

### 1.2.1 高斯噪声去除的各向异性扩散模型

基于高斯噪声去除的各向异性扩散模型主要有两方面的研究内容:基于梯度的各向异性扩散模型和基于尺度的各向异性扩散模型。

基于梯度的各向异性扩散模型是指模型的扩散系数仅是梯度的单调函数。Catte 等(1992)证明,PM 模型存在两个问题:①模型在噪声环境下性能不稳定;②模型对应的偏微分方程是病态方程,理论上同一个初始条件会产生多个解。为此,Catte 等(1992)在梯度估算中引入高斯平滑处理,提出了选择性平滑模型(CLMC 模型)。然而该模型没有明确的几何意义。于是,Alvarez 等(1992)在 CLMC 模型基础上,引入了新的坐标系,完善了各向异性扩散的几何意义,提出了退化扩散模型(ALM 模型)。在此基础上,Segall 等(1997)将 CLMC 模型中的高斯核替换为形态学算子,提出了基于形态学的各向异性扩散模型。此外,Black 等(1998)借助于各向异性扩散和鲁棒统计学的联系,提出了鲁棒各向异性扩散模型。为克服各向异性扩散处理后图像出现的阶梯效应,You 和 Kaveh(2000)提出了基于四阶偏微分方程的各向异性扩散模型(YK 模型)。为解决 PM 模型中梯度模和门限不能准确区分强噪声图像中的噪声和边缘的问题,Ling 和 Bovik 等(2002)提出了各向异性中值扩散滤波(anisotropic median-diffusion, AMD)模型。当图像受到强噪声污染时,梯度算子不足以区分由噪声造成的灰度变化和由图像边缘造成的灰度变化。为了解决该问题,Yu 等(2008)提出了核各向异性扩散模型(kernel anisotropic diffusion, KAD)。此外,Weickert(1996)将梯度方向考虑到扩散过程中,提出了严格意义上的各向异性扩散方程(Weickert 等,1998;Weickert,2001)。Alvarez 和 Mazon(1994)从增强边缘的角度出发,提出了结合 Shock 滤波器和各向异性扩散方程的混合 PDE。Gilboa 等(2002)提出了前后双向(forward and backward, FAB)扩散模型,

它能够在噪声平滑和边缘保持的同时不受极值原理的限制,从而使边缘在扩散过程中得到进一步的加强。这些研究从不同的角度入手,建立了性能稳定的扩散系数,极大地丰富了各向异性扩散的理论研究。

近年来,基于尺度的各向异性扩散模型得到广泛关注,它是指在扩散系数中引入局部尺度来影响和控制扩散,因此模型的扩散系数不是或者不单是梯度的单调函数。随着各向异性扩散技术的深入发展,研究发现仅仅使用梯度不能够有效识别噪声图像上的细节特征或者梯度值较小的细微边缘,于是许多学者提出了局部尺度(local scale)的概念,并用图像局部结构特征来控制扩散过程,取得了较为理想的结果。Ping等(1998)提出了基于局部噪声估计的尺度显著性函数,建立了基于局部尺度控制的各向异性扩散模型。Saha和Udupa(2001a,b)用局部尺度代替梯度来检测图像的边缘,提出了基于尺度的各向异性扩散模型。Bayram等(2002)则利用最小可信尺度,建立了基于置信度的各向异性扩散模型。Song等(2004)通过噪声估计和最小可信尺度的显著性函数,建立了一个基于尺度的改进型各向异性扩散滤波算法。Ke Chen(2005)在Saha等(2001)研究的基础上,在设计新扩散系数的同时考虑了梯度和局部尺度这两个决定因素,提出了基于梯度和邻域上下文的自适应各向异性扩散模型。

在国内方面,余庆军等(2004)根据人类视觉系统的一些特性提出了改进的各向异性扩散方法。贾迪野等(2005)则基于方向曲率模值提出描述图像平滑度的泛函,并推导出新的高阶偏微分方程PDE图像降噪模型,在有效降噪的同时,能较好地保持特征。谢美华等(2006)针对边缘增强扩散和相干增强扩散的优缺点建立了新的边缘定向增强扩散模型。关于这一领域的其他参考文献包括:Gerig, 1992; Whitaker和Pizzer, 1993; Li和Chen, 1994; Fischl和Schwartz, 1999; Monteil和Beghdadi, 1999。

### 1.2.2 斑点噪声去除的各向异性扩散模型

最初各向异性扩散模型主要是以加性噪声(高斯噪声)为假设条件建立的,为了进一步扩大和增强各向异性扩散技术的应用范围,已经有学者将这一技术应用于医学超声图像(UI)和遥感SAR图像的斑点噪声滤除,取得了一定程度的突破。2002年,Yu等证明了基于局部特性的自适应滤波器和线性同性扩散模型的等价性,并将局部统计特性引入扩散系数中,提出了基于斑点噪声去除的各向异性扩散模型(SRAD模型)。

SRAD模型中的instantaneous coefficient of variation (ICOV)边缘检测器结合了归一化的梯度算子和归一化的拉普拉斯算子来提高在斑点噪声中的边缘检测性能;Abd-Elmoniem等在2002年提出了一种基于复合非线性扩散的实时超声图像斑点噪声抑制方法(CENCD模型),该方法结合了非线性各向同性扩散、各向异性扩散和平均曲率运动扩散方程(Alvarez等, 1992; Yezzi, 1998),并根据图像的局部统计特性在3种扩散方法间进行过渡切换,以保证图像有效降噪的同时最大程度地保持边缘信息。CENCD模型中则采用了结构张力矩阵来区分噪声区域和组织区域。

2004年,Gilboa等提出了非线性复数域扩散NCD(nonlinear complex diffusion)模型,NCD模型将扩散扩展到复数域,利用虚部等效的鲁棒性边缘检测算子来控制扩散的过程。该模型在2007年被Salinas等成功应用于光学相关断层扫描图像(optical coherence tomography)中斑点噪声的抑制。Yue等在2006年提出了基于正则化系数的非线性多尺度小波扩散NMWD(normalized modulus-based nonlinear multiscale wavelet diffusion)。2007



年, Zhang 等提出了一种基于 Laplacian 金字塔多分辨率的超声降噪 LPND (Laplacian pyramid-based nonlinear diffusion) 模型, 该模型将多分辨率分析在噪声、信号分离中的优势引入各向异性扩散中。Tauber 等(2004)把 SRAD 模型的局域方差系数引入鲁棒各向异性扩散模型, 提出了基于斑点噪声去除的鲁棒各向异性扩散模型。在 Yu 等人研究的基础上, Aja-Fernandez 等(2006)改进了区域统计量的估算方法, 提出了针对斑点噪声的边缘保持各向异性扩散模型(DPAD 模型)。Ma 等(2014)提出了极化 SAR 图像斑点噪声去除的自适应各向异性扩散模型。

目前, 国内对斑点噪声去除的各向异性扩散模型也进行了一系列较有意义的研究。周宏潮等(2004)通过对 SAR 图像目标区、阴影区和背景区的特性分析, 构造目标函数和扩散系数矩阵, 提出了 SAR 图像增强的前后双向扩散方程。黄倩等(2006)用 SAR 图像的局部统计特性和鲁棒估计, 建立了新的扩散系数, 对均匀区域进行各向同性扩散, 对边缘细节进行各向异性扩散。付树军等(2005)结合各向异性扩散方程和边缘以及细节的一、二阶法向导数提出了一种斑点噪声去除与边缘增强算法。谢美华等(2006)通过分析 SAR 图像的幅度分布特性, 提出了一种基于幅度信息的非线性扩散方程方法。目前用于斑点噪声去除的各向异性扩散技术还在不断发展和完善中。

### 1.2.3 多维矢量各向异性扩散模型

标准的各向异性扩散算法在单波段图像上的应用已较为成熟, 如今这一处理技术已被扩展到多光谱图像处理领域。Acton 和 Landis(1997)提出了基于多光谱图像各波段形成合成梯度的平滑处理方法。Sapiro 和 Ringach(1996)将多光谱图像边缘检测方法应用于各向异性扩散模型中, 提出了基于平均曲率运动的多光谱图像平滑处理方法。Pope 和 Acton(1998)利用 Catte 模型的思想对上面提到的多光谱扩散模型进行了改进, 也取得了好的处理效果。Yu 和 Bajaj(2002)提出了基于极坐标系的矢量各向异性扩散模型。Tschumperle 和 Deriche(2002, 2005)从局部和几何特征上对矢量格式的扩散方程进行了解释, 并且建立了一个基于正则化处理的矢量扩散方程统一的框架。Scheunders 和 Sijbers(2001)提出了基于小波变换的多分辨率彩色图像各向异性扩散模型。Boccignone 等人利用热动力学理论中不可逆变换作为基础, 提出了通用空间-颜色扩散模型, 充分利用了不同颜色通道间的相关性(Lennon 等, 2002)。Smolka 和 Lukac(2002)将依赖时间的冷却技术引入前后双向扩散模型中, 提出了适用于多光谱遥感图像的平滑方法。Tschumperle 于 2006 年提出了通用限制性正则化扩散模型, 它能够有效保持图像几何形态即曲率(Yue 等, 2006)。Vanhamel 等(2009)对彩色图像非线性扩散尺度空间下的尺度选择定位和尺度空间离散化两个问题进行了深入研究。Prasath 和 Singh(2010)提出了适用于多光谱图像去噪的各向异性扩散模型, 该模型将波段相关性表达为当前波段与遥感数据各波段的加权拉普拉斯差异之和, 并将其作为正则化项加入模型, 有效滤除了多光谱遥感影像中的高斯噪声。Tzotsos 等人将非线性尺度空间滤波和多尺度分割技术相结合, 提出了面向对象的多光谱图像分类方法(Liu 等, 2012)。Zehtabian 等(2015)提出了参数自适应的多光谱各向异性扩散模型, 该参数由分水岭分割法来估计得到。

## 第2章 各向异性扩散图像分析技术

各向异性扩散作为目前最流行的偏微分方程数字图像处理技术,是由传统的高斯(Gaussian)滤波发展而来的,不仅拥有着强大的理论基础,而且还具有传统数字图像方法无法企及的良好特性——保边缘平滑。由于这种优良的特性,其在图像的平滑、去噪、恢复、增强和分割等方面得到了广泛的应用。本章首先阐述尺度空间的理论和思想,在此基础上,详细探讨非线性尺度空间中最具有影响力的各向异性扩散模型及其相关理论和方法。

### 2.1 偏微分方程图像去噪模型

图像复原问题的有效性的关键之一取决于描述图像退化过程模型的精确性。要建立图像的退化模型,首先则必须了解、分析图像退化的机理并用数学模型表现出来。在实际的图像处理过程中,图像均需以数字离散函数表示,所以必须将退化模型离散化(李小林,2005)。通常,图像退化模型的简化形式如下:

$$I = HI_0 + n \quad (2-1)$$

式中: $I$ 为观测图像; $H$ 为退化函数; $I_0$ 为原始图像; $n$ 为加性噪声。

由于图像处理过程中通常缺乏噪声的先验知识,对上述模型需要求解 $I_0$ 的一个估计值,使 $HI_0$ 在最小二乘意义上近似于 $I_0$ 。在无约束条件下,图像复原可以看作下列最优化问题:

$$\min_I \left\{ E(I) = \int_{\Omega} \psi(|\nabla I|^2) dx + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} (I - HI_0)^2 dx \right\} \quad (2-2)$$

式中: $\lambda$ 为正则化参数; $\Omega$ 为图像的定义域。在图像去噪时 $H$ 通常被省略, $\psi(\cdot)$ 是关于图像梯度 $|\nabla I|$ 的函数。上式等号右边第一项用来约束图像的光滑程度,第二项用以约束去噪图像与原图像的逼近程度。假设 $\psi(\cdot)$ 可微,由变分法可得式(2-1)对应的欧拉-拉格朗日方程:

$$\lambda(I - I_0) = \text{div}[\psi'(|\nabla I|^2) \nabla I] \quad (2-3)$$

该偏微分方程的解就是图像去噪的结果。假设 $\psi'(s^2) = c(s^2)$ , $c(\cdot)$ 是扩散系数函数。对极值问题式(2-1)应用Euler方程,并引进时间参数 $t$ ,能量最优化问题(2-1)可转化为求解下列偏微分方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}[c(|\nabla I|^2) \nabla I] \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (2-4)$$

式中: $(x, y) \in R^2$ ,  $I(x, y, t) (t \geq 0)$ 为经过 $t$ 时间扩散后得到的去噪图像。根据扩散系数 $c(\cdot)$



定义的不同,偏微分方程(2-4)可分为线性扩散、非线性扩散和各向异性扩散等。本章从求最优化问题出发得出了图像处理中的 PDE 方程,下面将从另一个角度(即图像扩散问题)来导出 PDE 方程。关于图像扩散问题最基本的是高斯滤波,它是典型的各向同性扩散,而图像处理中的各向异性扩散最早由 Perona 和 Malik(1990)提出,在此基础上,人们对各向异性扩散有了更为广泛的应用和研究。

## 2.2 尺度空间

### 2.2.1 尺度空间理论

尺度空间理论的形成具有一个过程,尺度空间(scale space)思想最早由 Iijima 在 1962 年提出,但当时并未引起计算机视觉领域研究者的足够注意,没有形成系统理论。早在尺度空间理论形成之前,多尺度方法已经被应用到图像处理中,如 1980 年 Marr 和 Hildreth 就在边缘检测理论中采用了多尺度方法,他们考虑图像的拉普拉斯变换,并和不同标准差的高斯滤波器相卷积,以检测不同灰度范围内的边缘(Marr, 1982)。1983 年 Witkin 扩展了 Marr - Hildreth 理论,第一次提出尺度空间的概念,并给出了一维连续信号的尺度空间定义,这使得尺度空间方法逐渐得到关注和发展。1984 年 Koenderink 研究了尺度空间中不同尺度层之间的关系,提出了尺度空间因果性的概念,将尺度空间进一步发展成线性尺度空间,推断高斯核是生成尺度空间的唯一核,并指出尺度空间的图像相当于标准热扩散方程的解。经过 Witkin (1983)和 Koenderink(1984)等人的奠定性工作后,尺度空间方法逐渐得到关注和发展。此后,随着非线性扩散方程、变分法和数学形态学等方法在计算机视觉领域中的广泛应用,尺度空间方法进入了快速发展阶段。下面将简单介绍尺度空间基本理论与原理。

如图 2-1 所示,一个原始信号(图像)通过一系列迭代滤波器组进行平滑,每个滤波器的输出信号(图像)是输入信号(图像)的一个平滑版本。迭代的次数称为“尺度”,其直观感觉是,

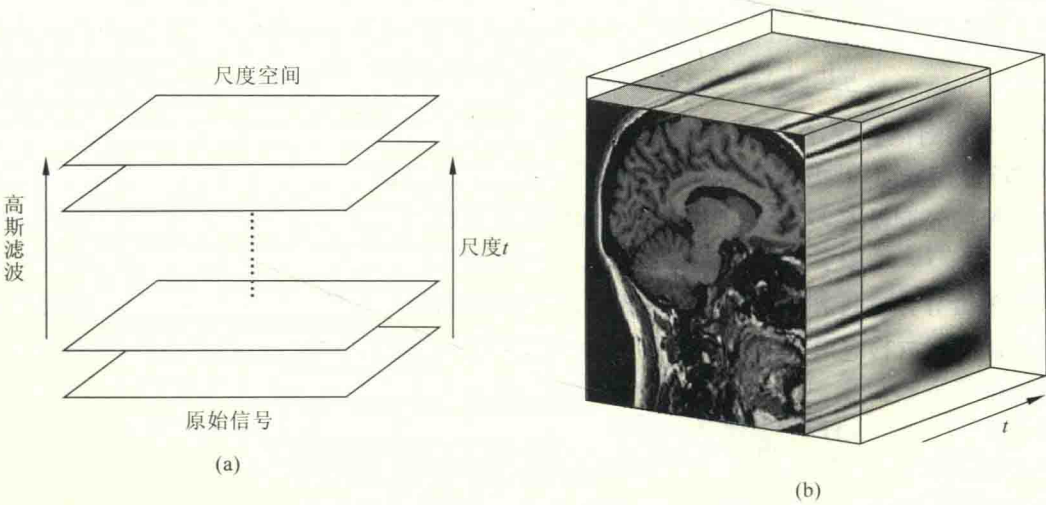


图 2-1 迭代滤波器生成的尺度空间



每个滤波器都除去了信号(图像)中的一些细节,如图 2-1(a)所示,越靠近下边的信号(图像)越复杂或者带有更多的细节信息,越上边的信号(图像)越简单或者越平滑。图 2-1(b)是尺度空间的示例,原始图像是人脑切片图像,随着尺度的不断增大,尺度空间下图像的细节越来越少,最终成为一块均匀平滑的区域。尺度空间方法将传统的单尺度视觉信息处理技术纳入尺度不断变化的动态分析框架中,因此更容易获得图像的本质特征。

把一簇以  $t \geq 0$  为参数的图像光滑算子  $T_t$  称为一个尺度空间,记为  $(T_t)_{t \in \mathbb{R}_+}$ ,尺度算子作用于原始图像  $I_0$  产生一图像序列  $I_t = T_t I_0, t$  为尺度,它定量地反映图像被光滑的程度。图像  $I_t$  称为原始图像  $I_0$  在尺度  $t$  下的分析,不同尺度下的  $I_t$  构成尺度空间。

在不同的应用背景中,人们对图像光滑程度的要求是不同的。例如对于一幅纹理图像,图像中的噪声、图像区域内部的纹理细节以及图像区域的边界细节通常具有不同的尺度。在不同的图像处理应用中,往往希望得到不同程度的光滑图像,比如在图像去噪和增强问题中,希望通过光滑去除噪声干扰而需要保留纹理细节和区域边界信息;在纹理图像分割问题中,只对图像区域边界信息感兴趣。这样就需要控制图像光滑的程度,需要有一簇不同程度的光滑图像供不同的应用选择。这便是引入尺度空间的一个重要背景。

尺度空间方法最初起源于图像处理中的高斯滤波,而高斯滤波模型恰好为热扩散方程的解,由此人们将视觉信息处理的尺度空间方法与偏微分方程联系起来,并逐渐发展了各种不同的尺度空间。其中,最为基础的四类尺度空间依次为:线性尺度空间、非线性尺度空间、形尺度空间和数学形态学尺度空间。这四类基本尺度空间构成了计算机视觉中尺度空间方法的主体。当前国际上流行的众多视觉多尺度分析方法基本上均属于这四类尺度空间之一。例如,Mumford-Shah 泛函(Mumford 和 Shah,1989)或者主动轮廓模型(Chan 和 Vese,2001)均可以转化为非线性偏微分方程,从而可视为非线性尺度空间方法;而 Snakes 算法(Kass 等,1988)作为一种曲线演化算法可视为一类形尺度空间算法,等等。

2.2.2 尺度空间的公理与不变性质

关于尺度空间的公理及不变性质如表 2-1 所示。

表 2-1 有关尺度空间的公理与不变性质(令  $X$  表示空间  $C_b^{\infty}(\mathbb{R}^2)$ )

|     |                                          |                                                                                                                                 |
|-----|------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (1) | 递归性<br>(Recursivity)                     | $T_0(u)=u$ ,则对任意 $s,t \geq 0$ 和 $x,y \in X$ ,有<br>$T_s * T_t(u) = T_{s+t}(u)$                                                   |
| (2) | 规则性<br>(Regularity)                      | 存在一个常数 $c$ ,对于任意 $h,t \in [0,1]$ 和 $u,v \in X$ ,有<br>$ T_t(u+hv) - [T_t(u) + hT_t(v)] _{L^{\infty}} \leq cht$                   |
| (3) | 局部性<br>(Locality)                        | 如果对任意 $u,v \in X$ ,有<br>$[T_t(u) - T_t(v)](x,y) = o(t)$ 则 $\nabla^{\alpha} u(x,y) = \nabla^{\alpha} v(x,y)$                     |
| (4) | 比较准则<br>(Comparison principle)           | 如果对任意 $u,v \in X, t \geq 0$ ,在 $\mathbb{R}^2$ 上满足<br>$T_t(u) \leq T_t(v)$ ,则在 $\mathbb{R}^2$ 上必有 $u \leq v$                     |
| (5) | 灰度平移不变性<br>(Gray-level shift invariance) | $T_0 = 0, T_t(u+c) = T_t(u) + c$ ,<br>其中 $c$ 是任意常量                                                                              |
| (6) | 几何不变性<br>(Translation invariance)        | $T_t(\tau_h \cdot u) = \tau_h \cdot (T_t u), \forall h \in \mathbb{R}^2, t \geq 0$ ,<br>其中 $(\tau_h \cdot u)(x,y) = u(x+h,y+h)$ |

根据表 2-1, 可以看出: ①递归性公理说明在尺度上粗糙的图像可以完全由精细的图像确定, 而不需要其他特征, 尺度参数  $t$  越大, 图像内容越简单; ②规则性公理说明了算子  $T_i$  的连续性, 即对于影像而言, 其尺度空间是连续的; ③局部性公理说明在同一区域的不同尺度的图像  $(T_i u)(x)$  只取决于该区域而与其他无关; ④比较准则公理说明对于两幅图像  $u$  和  $v$ , 如果图像  $u$  比  $v$  亮, 那么这种特性将在尺度空间上保存; ⑤灰度平移不变性和几何不变性保证了不必限制图像亮度且所有的像素点地位相同。当尺度空间满足表 2-1 所列的几个公理和不变形值, 那么该尺度空间可以使用偏微分方程导出。

## 2.3 线性尺度空间

本节讨论高斯滤波器和线性尺度空间之间的联系, 并详细讨论尺度空间的相关理论和性质。

### 2.3.1 高斯滤波

高斯滤波器是一类根据高斯函数的形状来选择权值的线性平滑滤波器。高斯平滑滤波器对于抑制服从正态分布的噪声非常有效。高斯滤波器是一种常见的图像降晰函数, 其在三维空间下可由图 2-2 表示。

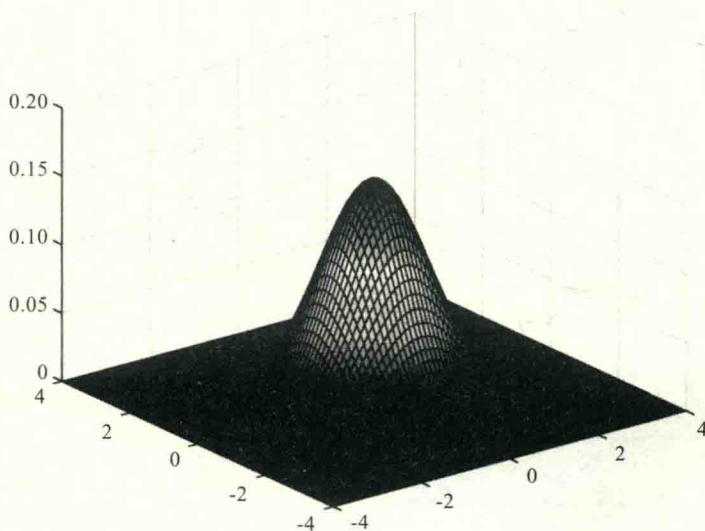


图 2-2 高斯滤波器( $\sigma=1$ )

常用的二维零均值高斯函数表达形式如下:

$$I(x, y, t) = I(x, y, 0) * G_{\sigma} \quad (2-5)$$

$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2} \quad (2-6)$$

尺度因子  $\sigma$  用来控制平滑的程度。高斯函数具有五个重要的性质, 这些性质使得它在早期图像处理中非常有效。其内容主要包括: