



新世纪高等学校教材



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

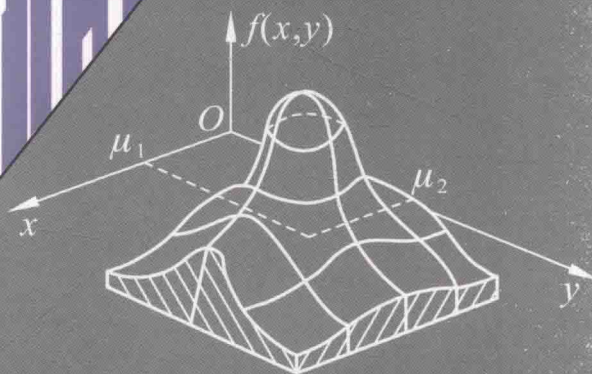
大学公共课系列教材

王颖喆 编著

北京师范大学数学科学学院 主编

概率与数理统计 (第2版)

GAILÜ YU SHULI TONGJÌ



北京师范大学出版社
Beijing Normal University Press



新世纪高等学校教材



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

大学公共课系列教材

北京师范大学数学科学学院 主编

概率与数理统计 (第2版)

GAILÜ YU SHULI TONGJI

王颖喆 编著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率与数理统计/王颖编著. —2版. —北京:北京师范大学出版社, 2016.3

(新世纪高等学校教材 数学公共课系列教材)

ISBN 978-7-303-12697-2

I. ①概… II. ①王… III. ①概率论—高等学校—教材
②数理统计—高等学校—教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 020909 号

营销中心电话 010-62978190 62979006
北师大出版社科技与经管分社 <http://jsws.bnupg.com>
电子信箱 kjtg@bnupg.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com

北京市海淀区新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印刷: 北京京师印务有限公司

经销: 全国新华书店

开本: 730 mm×980 mm 1/16

印张: 23.5

字数: 430 千字

印数: 9 001~12 000

版次: 2016 年 3 月第 2 版

印次: 2016 年 3 月第 4 次印刷

定价: 40.00 元

策划编辑: 岳昌庆

责任编辑: 岳昌庆 郑家森

美术编辑: 焦 丽

装帧设计: 焦 丽

责任校对: 陈 民

责任印制: 赵非非

版权所有 侵权必究

反盗版、反侵权举报电话: 010-62978190

北京读者服务部电话: 010-62979006-8021

外埠邮购电话: 010-62978190

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-62979006-8006

内 容 简 介

概率论与数理统计是研究和揭示不确定的随机现象的统计规律的一门数学学科. 本书介绍概率论与数理统计的基本知识, 是一本入门教材. 全书包括两个部分, 概率论部分和数理统计部分. 第 1 章到第 5 章为概率论部分, 研究对象为偶然事件的数量关系, 其中包括随机事件与概率、随机变量的分布及数字特征、大数定律与中心极限定理等内容. 主要以一元及多元微积分作为其主要的分析理论和计算方法. 接下来的第 6 章到第 10 章是数理统计部分, 是以概率论为基础, 通过对随机现象的观察和试验, 研究如何有效地收集、整理和分析受随机影响的数据, 并对所考虑的问题作出推断或预测, 直至为采取决策和行动提供依据和建议的一门学科. 其中包括数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析等内容. 具有概率论的基础知识是学习数理统计的先决条件.

书中几乎每一节内容后面都附有思考题, 这些思考题总结了作者在多年教学中发现的学生容易犯的错误, 可以帮助读者更好地掌握和理解基本概念、基本方法. 同时, 在思考题及习题中, 有许多题目来自全国硕士研究生入学统一考试数学卷中概率论与数理统计的考试真题, 有助于读者了解考研试题的难度和范围, 对考研复习是有益处的.

本书于 2012 年被评为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材. 第 2 版是在第 1 版的基础上进行的修订, 因篇幅限制, 删掉了第 8 章非参数检验的部分, 对主体内容并无影响. 本书可供高等院校本专科非数学专业学生作为教材或教学参考书, 也可供函授生和在职中学教师等使用和参考.

北京师范大学数学科学学院简介

北京师范大学数学系成立于 1922 年,其前身为 1915 年创建的北京高等师范学校数理部,1983 年成立数学与数学教育研究所,2004 年成立数学科学学院.学院现有教师 78 人,其中教授 36 人,副教授 28 人;有博士学位的教师占 96%.特别地,有中国科学院院士 2 人,第三世界科学院院士 1 人,国家千人计划 2 人,全国高校教学名师奖 1 人,教育部长江学者奖励计划特聘教授 4 人和讲座教授 1 人,国家杰出(优秀)青年基金获得者 4 人(1 人),入选新世纪百千万人才工程国家级人选 2 人.现有全日制在校生 1 220 人,其中本科生 881 人,硕士研究生 245 人,博士研究生 94 人.

数学科学学院 1981 年获基础数学、概率论与数理统计博士学位授予权,1986 年获应用数学博士学位授予权.1988 年,基础数学、概率论与数理统计被评为国家重点学科.1990 年建立了北京师范大学第一个博士后流动站.1996 年,数学学科成为国家 211 工程重点建设的学科.1997 年成为国家基础科学人才培养基金基地.1998 年获数学一级学科博士学位授予权.2001 年概率论方向被评为国家自然科学基金创新群体.2005 年进入“985 工程”科技创新基础建设平台.2007 年数学被评为一级学科国家重点学科.2008 年数学与应用数学专业师范教育方向获第一批高等学校特色专业建设点.2009 年教育部数学与复杂系统重点实验室挂牌,分析类课程教学团队被评为国家级优秀教学团队,调和与分析与流形的几何方向被评为教育部创新团队.2012 年在高校第 3 轮数学一级学科评估中排第 5 名.2015 年 10 月,数学学科在美国新闻与世界报道(US News)联合汤森路透公司发布 2015 世界最佳大学学科前 100 排名榜中列 29 位(2014 年列 40 位),在内地高校中排名第 3 位.学院还有 6 个硕士点,8 个教研室和《数学通报》杂志编辑部.

100 年来,数学科学学院已毕业全日制本科生 7 860 人(不含辅仁大学数学系毕业生).30 多年来,已授予博士学位 387 人,硕士学位 1 608 人,研究生班毕业 209 人.据不完全统计,在博士毕业生中:当选为中科院院士 2 人和第三世界科学院院士 1 人,获全国高校教学名师奖 2 人,入选万人计划教学名师 1 人,任教育部长江学者特聘教授 3 人,中国科学院百人计划 1 人,获国家杰出青年基金 6 人,获国家自然科学基金 4 人,获国家科技进步奖 3 人,获国家级有突出贡献的中青年专家称号 2 人,入选新世纪百千万人才工程国家级人选 2 人,入选全国百篇优秀博士学位论文 2 篇,获全国百篇优秀博士学位论文提名奖 5 篇.(李仲来执笔)

2016-01-10

第2版前言

1915年北京高等师范学校成立数理部,1922年成立数学系.2004年成立北京师范大学数学科学学院.经过100年的风风雨雨,数学科学学院在学科建设、人才培养和教学实践中积累了丰富的经验.将这些经验落实并贯彻到教材编著中去是大有益处的.

1980年,北京师范大学出版社成立,给教材的出版提供了一个很好的契机.北京师范大学数学科学学院教师编著的多数教材已先后在这里出版.除《北京师范大学现代数学丛书》外,就大学教材而言,共有5种版本.第1种是列编委会的《高等学校教学用书》,这是在1985年,由我校出版社编写出版了1套(17部)数学系本科生教材和非数学专业高等数学教材.在出版社的大力支持下,这一计划完全实现,满足了当时教学的需要.第2种是未列编委会的《高等学校教学用书》.第3种是《面向21世纪课程教材》.第4种是《北京师范大学现代数学课程教材》.第5种是未标注“高等学校教学用书”,但实际上是高等学校教学用书.在这些教材中,除再次印刷外,已经有多部教材进行了修订或出版了第2版.

2005年5月,李仲来教授汇总了北京师范大学数学科学学院教师在北京师范大学出版社出版的全部著作,由李仲来教授与北京师范大学出版社理科编辑部岳昌庆、王松浦进行了沟通和协商,由北京师范大学数学科学学院主编(李仲来教授负责),准备对学院教师目前使用的,或北京师范大学出版社已经没有存书的部分教材进行修订后再版,另有一些教材需要重新编写.计划用几年时间,出版数学与应用数学系列教材、数学教育主干课程系列教材、大学公共课数学系列教材、数学学科硕士研究生系列教材,共4个系列的主要课程教材.

由学院组织和动员全院在职和退休教师之力量,主编出版数学一级学科4个系列的60余部主要课程教材.教材编写涉及面如此之广和数量之大,持续时间之长,这在一所高校数学院系内是为数不多的,其数量在中国数学界列全国第一.经过10年的编写,至今已经出版了67部教材,原计划的大多数教材已经出版,对于学院来讲,这是一件值得庆贺的大事.现在可以说,数学科学学院和北京师范大学出版社基本上干成了一件大事.这是很难办圆满的一件大事.剩下的一些教材在两三年内多数可以出版.若留下缺憾,则需要后人去补充.

从数量上看,按教材系列,出版数学与应用数学系列教材 32 部、数学教育主干课程系列教材 12 部、大学公共课数学系列教材 12 部、数学学科硕士研究生系列教材 11 部.按出版教材版次,第 1 版 25 部、第 2 版 23 部、第 3 版 18 部、第 4 版 1 部.还出版了 3 部教辅教材.

从质量上看,7 部教材被评为普通高等教育“十一五”国家级规划教材;8 部教材被评为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材;9 部教材被评为北京市高等教育精品教材;《师范院校数学学科 4 个系列教材建设》项目获 2012 年北京师范大学教育教学成果一等奖.

本套教材可供高等师范院校数学教育本科生和研究生、教育学院数学系、函授(数学专业)、开放大学和在职中学教师等使用和参考.希望使用这些教材的校内外专家学者和广大读者,提出宝贵的修改意见,使其不断改进和完善.(李仲来执笔)

北京师范大学数学科学学院

2016-01-15

第2版编者的话

概率论与数理统计是一门大学里大部分专业的学生都要学习的必修课,甚至简单的概率统计方法已经出现在小学三年级的数学课本里.这说明,概率论与数理统计的知识被认为是应该普及的非常重要的基础认知.一位科学家说过这样的话:统计推理能力应该成为每一位公民的必备能力!原因很简单,生活中充满着越来越多的不确定性和随机性,我们如何对这些不确定的信息进行度量,从而得到做出决策的依据?在这个信息化的社会,大量的信息以量化的数字形式传播,我们怎样从这些数字中看出真谛而不至于上当受骗?我们所处的这个信息时代每天都在发生着变化,智能手机的应用、人工智能的发展、大数据研究的崛起,这些进步是如何取得的?其实这些现象的背后离不开随机数据,离不开研究这些随机数据的基础理论——概率论与数理统计.所以,概率论与数理统计应该是每一位现代大学生的必修课,不仅是为了专业需要而学,更是为了更准确地、更理性地了解这个社会、为了更好的生活而学。

《概率与数理统计》这本教材是根据编者常年授课讲义编写的,包含了许多实际的应用案例,理论知识是非常基础的,只要求学习者事先掌握一点微积分的计算方法即可,因此适合各个方向的大中专学生学习.教材的第1版是2008年底出版的,已经使用了7年.2012年,这本教材入选了“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材,这是对这本教材的极大的肯定.不过在多年的教学中,不断的发现一些小的错误和不足之处,因此这一次修订是非常必要的.概率论与数理统计的基础理论和内容是非常经典的,所以第2版的修订,教材本身的内容并没有太大的变化.与第1版相比,第2版删减了第8章非参数检验的内容,这是因为非数学专业的概率论与数理统计的课时一般设置为每周3学时,课时有限,同时这部分内容也不属于全国硕士研究生入学统一考试数学卷的考试范围,再加上篇幅限制,只好做了删减.不过非参数统计是非常重要且实用的统计方法,有许多相关的教材和参考书,感兴趣的读者可以阅读相关文献.另外,第2版还删减了个别不具有代表性的例题和习题.与本书配套的习题解答书《概率

与数理统计习题精解》已于 2010 年由北京师范大学出版社出版, 可以作为本书的配套辅导书.

本教材从第 1 版的编写到第 2 版的修订, 离不开李仲来老师的组织协调工作, 离不开北京师范大学出版社的大力协助, 在此对他们表示衷心的感谢!

编者 2016 年 3 月

第1版前言

1915年,北京师范大学的前身——北京高等师范学校成立数理部,1922年成立数学系,2004年成立北京师范大学数学科学学院.经过90多年的风风雨雨,数学科学学院在学科建设、人才培养和教学实践中积累了丰富的经验.将这些经验落实并贯彻到教材编著中去是大有益处的.

1958年以前,我校主要在物理系和化学系开设高等数学课,1958年开始,由于扩大招生和进行教学改革的需要,于1959年开始成立公共数学教研室.针对各系专业课对数学的要求,进行课程内容的改革和教学进度的调整,并要求讲课教师树立对外系专业课“服务”的教学思想.当时,物理系和天文系开设4学期的高等数学课,内容有解析几何、高等代数、一元和多元微积分及场论;化学系开设3学期的高等数学课,主要内容是一元微积分;生物系和地理系开设2学期的简明微积分.

1981年3月后,我校除中文系、历史系和外语系外,其余的系都开设高等数学课.因此,高等数学教学任务日渐增加.1999年高校扩大招生规模后,我校每年有约2300名本科生学习高等数学.从1999年秋季开始,在学校教务处的大力支持下,按照不同专业分层次进行教学的原则,我系制定并统一安排了全校非数学专业大学数学教学改革工作,根据各专业对数学知识和数学能力的要求,分为大学数学A(3学期,周6学时),B(2学期,周6学时),C(2学期,平均周4.5学时),D(1学期,周4学时)四个层次.各专业根据需要选择本专业数学课的教学内容.在20世纪80年代,部分教师充分利用在外系讲课的便利条件,合作进行科学研究,或撰写高等数学教学研究论文,或编写教材.编写的教材有物理类用的《高等数学》,化学、生物学和地理学用的《高等数学》,生物系用的《生物统计》.2005年5月,由北京师范大学数学科学学院李仲来教授和北京师范大学出版社理科编辑部王松浦主任进行了沟通和协商,由李仲来教授任主编,准备对北京师范大学出版社出版的5部数学教材修订后再版,再用几年时间,出版大学数学A,B,C课程三个层次的系列教材(考虑到2009年全国硕士研究生

入学统一考试的数学教学大纲中将数学三、数学四合并为新数学三，我们也相应地将大学数学 C、大学数学 D 合并为新的大学数学 C).

经过多年的教学实践，高等数学的教学内容已经比较固定，国内外教材已经有多种版本，对物理和工科类联系实际的教材比较好，对其他方向联系实际的教材还需要大力加强. 在这种情况下，本套系列教材力图在与专业的结合上写出特色. 当然，这对作者提出了比较高的要求. 我们希望使用这些教材的校内外专家学者和广大读者提出宝贵的修改意见，使其不断改进和完善.

本套教材可供高等院校非数学专业本/专科生、函授生和在职中学教师等使用和参考.

北京师范大学数学科学学院

2008-10-16

第1版编者的话

“概率论与数理统计”是高等院校各专业普遍开设的一门重要的基础课,是理工科学生的一门必修课.它来自对不确定现象的理解和认识,是研究和揭示不确定的随机现象的统计规律的一门数学学科.概率论与数理统计的方法日益渗透到各个领域,被广泛应用于自然科学、工程技术、经济理论、经营管理、医学、金融保险甚至人文科学等许多方面.

编者近年来一直担任着北京师范大学非数学专业本科生的概率论与数理统计课程的教学,本教材是在授课讲义的基础之上编写的,内容针对非数学专业学生,介绍概率论与数理统计最基本的知识.为了更好地让学生了解概率统计的重要性和应用的广泛性,书中选入了一些有较强应用背景和有一定趣味性的实际问题.在每章的开始,都会提一个或几个这样的问题,以激发学生学习的兴趣.书中对基本概念的解释比较详细,而且书中几乎每一节内容后面都附有思考题,有些思考题总结了作者在多年教学中发现的学生容易犯的错误,可以帮助读者更好地理解 and 掌握基本概念、基本方法.同时,在思考题及习题中,有许多题目来自近 20 年来全国硕士研究生入学统一考试数学试题,特别是包括了 2000 年到 2008 年考研数学中概率论与数理统计部分的所有真题.出自考研试题的练习或习题都会在题后标注考题的年份,有助于读者了解考研试题的难度和范围,对考研复习是有益处的.本书的习题较多,书后附有答案.

本书的书名采纳了李仲来教授的建议,去掉了概率论的“论”字,以区别于更理论更抽象的现代概率论.由于这是一本概率论与数理统计的入门书,读者只要掌握了微积分的基本知识就可以阅读本书.书中略去了一些定理的证明,这些证明往往涉及较深的数学知识,感兴趣的读者可在更专业的文献中查到.

在学习这门课程时,要注意避免陷入一个误区,即认为概率部分并不重要,真正有用的是数理统计,于是忽略对概率论的学习.实际上,概率论是数理统计的理论基础,数理统计是建立在概率概念框架上,利用概率论提供的理论模型,从观测数据出发,选择合适的模型建模,从而帮助人们在面对随机现象时,做出较为合理的决策.要正确合理地使用统计方法,必须理解并掌握概率论提供的理论模型,因此学好概率部分是理解统计方法和正确加以应用的前提.

本书的编写用到的主要参考书目有:魏宗舒等编的《概率论与数理统计教程》,浙江大学编著的《概率论与数理统计》,茆诗松等编著的《概率论与数理统计教程》,王梓坤著《概率论基础及其应用》,凯勒和沃拉克著《统计学:在经济和管理中的应用》,C.R.劳(美)著《统计与真理》,袁卫等著《统计学》,以及其他一些概率论与数理统计的教材.

最后,编者对李仲来教授和北京师范大学出版社的帮助表示衷心的感谢!

编者 2008 年 12 月

关于本书中部分记号的说明

$\mathbb{R}$: 实数集, 或一维欧氏空间, 或实直线.

$\mathbb{R}^n$: n 维欧氏空间.

$\mathbb{N}$: 自然数集合.

Ω : 样本空间.

$\emptyset$: 空集.

A_n^k : 从 n 个不同的元素中任取 k 个所能得到的不同的排列数.

C_n^k : 从 n 个不同的元素中任取 k 个所能得到的不同的组合数.

$X, Y, Z, \dots; \xi, \eta, \zeta, \dots$: 表示随机变量.

$\sum_{i=1}^n x_i$ 或 $\sum_{i=1}^n x_i$: 表示求和: $x_1 + x_2 + \dots + x_n$.

$\prod_{i=1}^n x_i$ 或 $\prod_{i=1}^n x_i$: 表示求积: $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$.

$\vee$: 表示两者之间求最大.

$\wedge$: 表示两者之间求最小.

$B(n, p)$: 参数为 n, p 的二项分布.

$P(\lambda)$: 参数为 λ 的泊松分布.

$Geo(p)$: 参数为 p 的几何分布.

$H(n, N, M)$: 参数为 n, N, M 的超几何分布.

$U(a, b)$: (a, b) 区间上的均匀分布.

$E(\lambda)$: 参数为 λ 的指数分布.

$N(\mu, \sigma^2)$: 参数为 μ, σ^2 的正态分布.

$\varphi(x)$: 标准正态分布的概率密度.

$\Phi(x)$: 标准正态分布的分布函数.

$\vec{x}$: 表示向量.

另外, 集合上加“ $|\cdot|$ ”表示对集合的度量, 即计数有限集合中元素的个数, 或表示几何区域的长度(一维情形)、面积(二维情形)或体积(三维情形).

本书例题中的最后计算结果除特殊情况, 一般保留小数点后 4 位有效数字.

目 录

第 1 章 随机事件与概率	1
§ 1.1 引言	1
§ 1.2 随机事件的基本概念	3
思考与练习 1.2	8
§ 1.3 概率的定义与性质	9
思考与练习 1.3	17
§ 1.4 概率计算实例	17
思考与练习 1.4	22
§ 1.5 条件概率	24
思考与练习 1.5	35
§ 1.6 事件的独立性	36
思考与练习 1.6	40
习题一	41
第 2 章 一维随机变量及其分布	47
§ 2.1 随机变量	47
思考与练习 2.1	50
§ 2.2 离散型随机变量及其分布律	50
思考与练习 2.2	56
§ 2.3 二项分布与泊松分布的应用	56
思考与练习 2.3	59
§ 2.4 分布函数	60
思考与练习 2.4	64
§ 2.5 连续型随机变量及其概率密度	65
思考与练习 2.5	72
§ 2.6 正态分布	72
思考与练习 2.6	80
§ 2.7 随机变量函数的分布	80
思考与练习 2.7	85

习题二.....	87
第 3 章 多维随机变量及其分布	92
§ 3.1 二维随机变量的联合分布	93
思考与练习 3.1	98
§ 3.2 边缘分布	98
思考与练习 3.2	102
§ 3.3 随机变量的独立性	103
思考与练习 3.3	109
§ 3.4 多个随机变量的函数的分布.....	109
思考与练习 3.4	120
§ 3.5 条件分布	120
思考与练习 3.5	123
习题三.....	124
第 4 章 随机变量的数字特征	130
§ 4.1 数学期望	131
思考与练习 4.1	142
§ 4.2 数学期望的应用	143
思考与练习 4.2	147
§ 4.3 方差.....	147
思考与练习 4.3	154
§ 4.4 协方差与相关系数	155
思考与练习 4.4	162
习题四.....	163
第 5 章 大数定律与中心极限定理	169
§ 5.1 大数定律	169
思考与练习 5.1	176
§ 5.2 中心极限定理	176
思考与练习 5.2	182
习题五.....	182

第 6 章 数理统计的基本概念	184
§ 6.1 引言	184
§ 6.2 总体与样本	189
思考与练习 6.2	193
§ 6.3 统计量	194
思考与练习 6.3	198
§ 6.4 三大统计分布	198
思考与练习 6.4	202
§ 6.5 抽样分布定理	202
思考与练习 6.5	205
§ 6.6 分位数	206
思考与练习 6.6	207
习题六	208
第 7 章 参数估计	210
§ 7.1 点估计概述	211
思考与练习 7.1	215
§ 7.2 矩估计法	216
思考与练习 7.2	218
§ 7.3 最大似然法	218
思考与练习 7.3	226
§ 7.4 区间估计	226
思考与练习 7.4	245
习题七	245
第 8 章 假设检验	251
§ 8.1 假设检验的基本概念	254
思考与练习 8.1	262
§ 8.2 单个正态总体未知参数的假设检验	264
思考与练习 8.2	271
§ 8.3 两个正态总体参数的假设检验	272
思考与练习 8.3	282
习题八	282

第 9 章 方差分析	287
§ 9.1 引言	288
思考与练习 9.1	291
§ 9.2 单因素方差分析	291
思考与练习 9.2	296
§ 9.3 双因素方差分析	296
思考与练习 9.3	306
习题九	306
第 10 章 回归分析	309
§ 10.1 回归分析的基本概念	310
思考与练习 10.1	317
§ 10.2 一元线性回归分析	317
思考与练习 10.2	326
习题十	327
部分习题答案	329
附录 常用统计分布表	340
附表 1 二项系数表	340
附表 2 二项分布概率值表	341
附表 3 泊松分布概率值表	343
附表 4 标准正态分布函数值表	346
附表 5 t 分布上分位数表	348
附表 6 χ^2 分布上分位数表	349
附表 7 F 分布上分位数表	351