

非线性多尺度耦合系统的 簇发行为及其分岔

Bursting Behavior and Bifurcation in Nonlinear
Systems with Multiple Scales Coupling

李向红 毕勤胜 著



科学出版社

非线性动力学丛书 24

非线性多尺度耦合系统的 簇发行为及其分岔

Bursting Behavior and Bifurcation in Nonlinear
Systems with Multiple Scales Coupling

李向红 毕勤胜 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书针对各工程领域中广泛存在的多时间尺度耦合系统的非线性动力学行为展开研究, 主要内容包括揭示几类化工系统和机械系统中存在的簇发振荡行为及其分岔机理, 探讨研究多尺度耦合系统的分析方法。本书紧紧围绕国内外研究热点展开, 既有系统的理论分析, 又有翔实的数值模拟, 反映了该学科近十几年的研究成果。

本书适用于从事非线性动力学研究的读者, 包括力学、数学、机械、化工、航空、车辆、交通、电力等相关专业的本科生、研究生、教师、科研人员和相关工程技术人员等。

图书在版编目(CIP)数据

非线性多尺度耦合系统的簇发行为及其分岔/李向红, 毕勤胜著. —北京: 科学出版社, 2017.4

(非线性动力学丛书: 24)

ISBN 978-7-03-052406-5

I. ①非… II. ①李… ②毕… III. ①耦合系统-非线性力学-动力学-研究 IV. ①O313

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017) 第 054923 号

责任编辑: 刘信力 / 责任校对: 邹慧卿

责任印制: 张 伟 / 封面设计: 陈 敬

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京九州迅驰传媒文化有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 4 月第 一 版 开本: 720 × 1000 B5

2017 年 9 月第二次印刷 印张: 11

字数: 206 000

定价: 69.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

“非线性动力学丛书”编委会

主 编 胡海岩

副主编 张 伟

编 委 (以汉语拼音为序)

陈立群 冯再春 何国威

金栋平 马兴瑞 孟 光

余振苏 徐 鉴 杨绍普

周又和

“非线性动力学丛书”序

真实的动力系统几乎都含有各种各样的非线性因素，诸如机械系统中的间隙、干摩擦，结构系统中的材料弹塑性、构件大变形，控制系统中的元器件饱和特性、变结构控制策略等。实践中，人们经常试图用线性模型来替代实际的非线性系统，以方便地获得其动力学行为的某种逼近。然而，被忽略的非线性因素常常会在分析和计算中引起无法接受的误差，使得线性逼近成为一场徒劳。特别对于系统的长时间历程动力学问题，有时即使略去很微弱的非线性因素，也会在分析和计算中出现本质性的错误。

因此，人们很早就开始关注非线性系统的动力学问题。早期研究可追溯到 1673 年 Huygens 对单摆大幅摆动非等时性的观察。从 19 世纪末起，Poincaré, Lyapunov, Birkhoff, Andronov, Arnold 和 Smale 等数学家和力学家相继对非线性动力系统的理论进行了奠基性研究，Duffing, van der Pol, Lorenz, Ueda 等物理学家和工程师则在实验和数值模拟中获得了许多启示性发现。他们的杰出贡献相辅相成，形成了分岔、混沌、分形的理论框架，使非线性动力学在 20 世纪 70 年代成为一门重要的前沿学科，并促进了非线性科学的形成和发展。

近 20 年来，非线性动力学在理论和应用两个方面均取得了很大进展。这促使越来越多的学者基于非线性动力学观点来思考问题，采用非线性动力学理论和方法，对工程科学、生命科学、社会科学等领域中的非线性系统建立数学模型，预测其长期的动力学行为，揭示内在的规律性，提出改善系统品质的控制策略。一系列成功的实践使人们认识到：许多过去无法解决的难题源于系统的非线性，而解决难题的关键在于对问题所呈现的分岔、混沌、分形、孤立子等复杂非线性动力学现象具有正确的认识和理解。

近年来，非线性动力学理论和方法正从低维向高维乃至无穷维发展。伴随着计算机代数、数值模拟和图形技术的进步，非线性动力学所处理的问题规模和难度不断提高，已逐步接近一些实际系统。在工程科学界，以往研究人员对于非线性问题绕道而行的现象正在发生变化。人们不仅力求深入分析非线性对系统动力学的影响，使系统和产品的动态设计、加工、运行与控制满足日益提高的运行速度和精度需求，而且开始探索利用分岔、混沌等非线性现象造福人类。

在这样的背景下，有必要组织在工程科学、生命科学、社会科学等领域中从事非线性动力学研究的学者撰写一套“非线性动力学丛书”，着重介绍近几年来非线

性动力学理论和方法在上述领域的一些研究进展,特别是我国学者的研究成果,为从事非线性动力学理论及应用研究的人员,包括硕士研究生和博士研究生等,提供最新的理论、方法及应用范例。在科学出版社的大力支持下,我们组织了这套“非线性动力学丛书”。

本套丛书在选题和内容上有别于郝柏林先生主编的“非线性科学丛书”(上海教育出版社出版),它更加侧重于对工程科学、生命科学、社会科学等领域中的非线性动力学问题进行建模、理论分析、计算和实验。与国外的同类丛书相比,它更具有整体的出版思想,每分册阐述一个主题,互不重复。丛书的选题主要来自我国学者在国家自然科学基金等资助下取得的研究成果,有些研究成果已被国内外学者广泛引用或应用于工程和社会实践,还有一些选题取自作者多年的教学成果。

希望作者、读者、丛书编委会和科学出版社共同努力,使这套丛书取得成功。

胡海岩

2001年8月

前 言

多时间尺度因素广泛存在于生物科学、化工、机械、交通等领域,它不仅来自真实时间上的快慢效应,同时也可能来自几何尺寸上的尺度效应等。通过无量纲变化后,在数学模型中形成状态变量在变化速率上的量级差异,因此研究此类系统的非线性行为具有重要的理论价值和工程意义。

多时间尺度耦合会导致系统的非线性行为更加复杂,产生诸如簇发振荡、混沌簇发等动力学现象,这些现象往往是相关领域希望避免的。比如,簇发振荡将会严重影响催化过程的工业化应用,多尺度耦合致使故障机械系统响应的频率和幅值出现复杂的调制情况等。这就迫切需要从非线性动力学角度深入研究不同尺度耦合系统的动力学特征,尤其是此类系统的复杂振荡及机理,因此不同尺度耦合系统的簇发振荡分析成为近些年的研究热点和难点。目前,有关多尺度耦合系统动力学方面的专著较少。基于上述原因,作者将近些年的文献进行了整理,参考国内外同行的相关工作,并结合作者近几年在国家自然科学基金委员会支持下所取得的成果汇总成这一专著。

感谢石家庄铁道大学和江苏大学的领导在本书撰稿过程中所给予的帮助和支持。他们为作者的学术研究提供了良好的环境。尤其感谢石家庄铁道大学杨绍普教授、申永军教授和陈聚峰博士,他们为本书的撰写给予了很大帮助。作者课题组的研究生侯静玉、唐建花、李莹娜等协助完成了其中部分工作,在此一并致谢。

感谢国家自然科学基金(项目编号:11302136,11672191,11632008)、河北省自然科学基金(项目编号:A2014210062)、河北省创新团队领军人才计划(项目编号:LJRC006)的资助。

另外,本书参考了很多国内外专家和同行学者的论文或者专著,无法一一列举,在此一并表示感谢。

由于作者水平有限,书中不足之处在所难免,欢迎广大读者批评指正。

作 者

2017 年 1 月 1 日

目 录

“非线性动力学丛书”序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 生物神经网络中的多尺度效应	2
1.2 化工系统中的多尺度效应	3
1.3 电路系统中的多尺度效应	4
1.4 机械及其他系统中的多尺度效应	5
参考文献	7
第 2 章 快慢动力学分析方法的改进形式	12
2.1 引言	12
2.2 快慢动力学分析方法的几种改进形式	12
2.2.1 单慢变量包络快慢分析	13
2.2.2 两慢变量快慢动力学分析	15
2.2.3 两慢变量包络快慢分析	16
2.3 本章结论	17
参考文献	18
第 3 章 铂族金属氧化过程中的多时间尺度效应	19
3.1 引言	19
3.2 两时间尺度自治系统的快慢效应	21
3.2.1 动力学模型及其简化	21
3.2.2 分岔分析	22
3.2.3 周期振荡到周期簇发	24
3.2.4 加周期分岔及其产生机制	26
3.2.5 Fold/Fold/Hopf 簇发现象及其诱发机制	26
3.3 周期外激励下非自治系统的多尺度效应	30
3.3.1 分岔分析	30
3.3.2 点-点型受迫簇发	32
3.3.3 点-环型受迫簇发	33
3.3.4 两种受迫簇发的转迁机制	34
3.4 本章结论	37

参考文献	37
第 4 章 周期扰动下 BZ 反应的不同尺度效应	39
4.1 引言	39
4.2 具有单慢变量的单-Hopf 簇发及其余维 1 分岔分析	40
4.2.1 分岔分析	40
4.2.2 单-Hopf 簇发及其分岔机制	41
4.2.3 激励幅值对簇发振荡的影响	43
4.3 具有单慢变量的多尺度效应及其包络快慢分析	44
4.3.1 未扰系统的动力学行为分析	44
4.3.2 受迫簇发及其分岔机制	45
4.4 具有两慢变量 BZ 反应的快慢效应及其 Cusp 分岔分析	47
4.4.1 分岔分析	48
4.4.2 Cusp 簇发与分岔机制	49
4.5 具有两慢变量 BZ 反应的多尺度效应及其包络快慢分析	52
4.6 具有两慢变量 BZ 反应的两尺度效应及其 BT 分岔分析	55
4.7 本章结论	57
参考文献	58
第 5 章 周期切换光敏 BZ 反应的非线性分析	60
5.1 引言	60
5.2 数学模型与分岔分析	60
5.3 周期切换振荡及其分岔机制	62
5.3.1 2T-focus/cycle 与 2T-focus/focus 周期切换振荡	63
5.3.2 振荡增加序列与振荡减少序列	65
5.3.3 不变子空间	67
5.4 混沌切换振荡及其机理分析	69
5.4.1 子系统的动力学行为分析	70
5.4.2 混沌切换振荡	72
5.5 本章结论	74
参考文献	75
第 6 章 Brusselator 振子的快慢效应及其分岔机制	77
6.1 引言	77
6.2 基于坐标变换的 Brusselator 快慢效应	77
6.2.1 经典的 Brusselator 模型及其快慢效应	77
6.2.2 坐标变换后的 Brusselator 模型及其快慢现象	79
6.2.3 坐标变换后 Brusselator 的快子系统稳定性及分岔分析	80

6.2.4 快慢效应的产生机理	82
6.3 具有外激励的 Brusselator 振子的簇发现象	83
6.3.1 Brusselator 振子的分岔分析	84
6.3.2 双-Hopf 簇发及其分岔机制	86
6.3.3 周期外扰幅值对簇发振荡的影响	88
6.4 本章结论	89
参考文献	90
第 7 章 参激系统的分析方法及多尺度效应	92
7.1 引言	92
7.2 基于参数变易的 Mathieu 振子的解析方法	93
7.2.1 本章方法的近似解析解	93
7.2.2 HBM 的近似解析解	94
7.2.3 本章方法和 HBM 法的比较	95
7.3 刚度扰动下分段线性系统的簇发现象	125
7.3.1 分段子系统的解析解	125
7.3.2 分段系统的稳定性分析	127
7.3.3 焦点型簇发现象及其产生机理	129
7.3.4 系统参数对周期簇发的影响	131
7.4 本章结论	137
参考文献	137
第 8 章 两类分数阶系统的多尺度效应及其分岔机制	140
8.1 引言	140
8.2 分数阶 BZ 反应的快慢效应及其分岔机制	141
8.2.1 分岔分析	141
8.2.2 整数阶与分数阶系统的稳定性分析	144
8.2.3 Fold/Fold 快慢型振荡及分岔机理分析	146
8.3 分数阶 Brusselator 的簇发现象及其分岔机制	155
8.3.1 分数阶 Brusselator 振子的分岔分析	155
8.3.2 分数阶阶次对簇发振荡的影响	157
8.4 本章结论	158
参考文献	159
索引	161
“非线性动力学丛书”已出版书目	

第1章 绪 论

近年来,随着科学技术的迅猛发展,新技术和新材料的大量应用,以及系统结构日益复杂,各领域实际动力系统非线性问题越来越突出^[1],国民经济、国防工业和工程技术中的大量重要实际问题迫切需要采用非线性动力学理论和方法加以处理,这推动着非线性动力学研究进入更为全面深入的发展时期。

当前,非线性动力学的理论研究^[2-5]具有两方面的特征:其一,具有特殊结构,诸如多时间尺度耦合、非光滑、时滞等复杂系统中的非线性理论和方法。各个领域中的实际系统具有的各种各样的非线性因素,如碰撞、开关、时间差或时间滞后、分数阶微积分、状态变量的不同时间尺度等,导致非线性动力系统的多样性和复杂性。其二,高维及高余维动力系统的复杂现象及其机理。高维非线性系统的动力学行为是国际非线性动力学领域的前沿和重要课题,同时也是科研难题。国内外很多学者围绕高维系统的降维方法和全局动力学行为分析展开了研究。

同时,非线性动力学理论和方法在各种工程技术(如航空航天、机械、交通、化工、电子、生命科学等)领域中得到了广泛应用。相关研究成果不仅解释了实际工程中出现的许多复杂现象,而且为解决其中的许多问题提供了理论指导。尤其在化工领域中,非线性动力学理论和方法的应用引起了国内外学者的高度重视。我国许多学者对化学反应中的非线性动力学问题进行了研究,取得了一些有意义的成果。许多化学振荡反应体系由于反应过程的特殊性而呈现出复杂的振荡行为,比如,催化反应由于催化剂的存在往往涉及不同时间和空间尺度上的传递,使得反应过程呈现典型的簇发振荡行为。近年来,为揭示化学振荡体系所特有的复杂特征,各国学者通过建立合理的数学模型并进行相应的理论分析和数值模拟,对工程设计和制定适宜的操作方案具有重要的指导意义。但是振荡体系由于各种因素之间强烈的非线性耦合,反应体系存在的非线性现象更为复杂,诸如簇发振荡、混沌簇发等行为,这些特征将严重影响反应过程的工业化应用。因此,迫切需要从非线性动力学角度深入研究化学振荡反应体系中的动力学特征,尤其是不同时间尺度耦合导致的复杂振荡及其机理,揭示多尺度耦合的化学反应过程的一般性规律,为工业生产中振荡反应体系的优化分析与控制等提供一定的理论指导。

本书重点围绕不同系统中的多尺度效应展开研究。

1.1 生物神经网络中的多尺度效应

生物神经网络^[6,7]是由数量巨大的神经细胞相互联结组成的,其中神经元具有重要的基本作用。神经系统整体由数目众多的神经元组成,各个神经元之间通过电突触和化学突触紧密联系,从而形成一个高维、多层次、多时间尺度和多功能的复杂信息网络结构,从而具有复杂的非线性动力学行为。神经元模型一般都是多尺度系统,其中包括与脉冲放电过程有关的快变量以及与静息态转迁有关的慢变量。在神经元模型中,慢变量变化对脉冲放电过程的快变量变化具有一定的调节作用,这样就会导致神经元的簇发放电现象。

研究多尺度耦合系统的方法最常见的为 Rinzel 提出的快慢动力学分析法^[8]。该方法的核心思想是将一个二维系统的变量分为快变量和慢变量,将慢变量当作快变量的一个控制或分岔参数,然后研究慢变量对快变量动力学行为变化的调节作用,进而分析慢变量变化时对快变量分岔行为模式的影响和分岔模式的变化机理,从而得到快慢过程相互转迁的机理。利用该方法,Termann^[9]详细探究了一类 β -细胞模型的动力学行为,证明了不同快慢动力学现象的存在性,并给出了系统参数对不同快慢动力学现象的影响。在文献^[10]中他又分析了不同快慢动力学现象的分岔和转迁机理。Wang^[11]用分岔理论研究了不同的快慢动力学现象,认为不同的分岔类型会导致不同的快慢动力学现象,尤其是激变导致的混沌态失稳及不稳定混沌鞍的同宿性。Chay 和 Fan^[12]对改进的 Chay 模型做了深入研究,总结了各种快慢动力学行为的产生机理,并且解释了不同放电行为的转迁原因。Belykh 等^[13]定性分析了一类 β -细胞模型,将不同快慢动力学现象的产生机理归结为多种分岔行为共存,比如,同宿轨的平衡点发生了鞍结分岔、同宿轨的鞍焦点发生了 Hopf 分岔等。

此外,考虑了分段、随机、耦合、高余维等因素后更复杂的神经元模型也得到了学者的广泛关注。例如, Li 和 Gu^[14]数值研究了一类 Chay 模型的动力学行为,发现该系统中存在加周期分岔和倍周期分岔,并且分析了加周期分岔中在周期 k 和周期 $(k+1)$ 行为之间存在噪声导致的随机簇发,而倍周期分岔则是按照常规的分岔序列存在周期 1 到周期 2、周期 4、……的簇发序列。Yamashita 和 Torikai^[15]提出了一个分段的神经元模型,通过一维迭代映射发现可以重现多种与簇发相关的分岔现象。Zhang 等^[16]利用分岔理论研究了两个耦合的 Hindmarsh-Rose 神经元模型,尤其是通过 Lyapunov 指数揭示了该模型从混沌簇发到常规簇发的转迁途径,并且分析了一些关键参数对系统动力学行为的影响。Wu 和 Cao 等^[17]研究了 Rulkov 模型的不同簇发模式的产生机理,证明了锥形簇发 (tapered bursting) 的产生主要在于鞍结分岔和 Flip 分岔,发现随着参数的变化,锥形簇发的持续时间

会逐渐增加。Fallah^[18] 针对一个 Pernarowski 模型, 研究了其中的对称型簇发模式, 发现其中的慢变量将会导致在不同簇发模式之间的混沌跃迁, 而且跃迁过程中存在着混合运动模式和簇发模式之间的组合。Barnett 和 Cymbalyuk^[19] 分析了如何通过余维 2 分岔控制一个神经元的不同簇发模式, 发现不同簇发模式转迁之间存在角石型分岔 (cornerstone bifurcation), 而这些分岔对应着不变环面上的鞍结分岔。段利霞^[20] (陆启韶指导) 研究了一类改进的 Morris-Lecar 神经元模型, 发现由于系统中存在不同的分岔行为 (circle/fold cycle 分岔和 subHopf/homoclinic 分岔), 所以该系统产生了两种不同的快慢动力学现象。

1.2 化工系统中的多尺度效应

在化工领域中, 许多化学振荡反应体系由于反应过程的特殊性而呈现出复杂的振荡行为, 比如催化反应由于催化剂的存在往往涉及不同时间和空间尺度上的传递, 所以反应过程呈现多尺度耦合的复杂行为。因此, 对复杂化学振荡反应过程的研究是目前国内外各领域的热点之一。

对多尺度耦合的化学反应体系研究主要集中在建立数学模型、实验研究、数值模拟、动力学机理分析等方面。20 世纪 90 年代, 化学反应过程中广泛存在的不规则复杂振荡 (即多时间尺度效应) 受到化学、物理专家的关注, 如 Strizhak^[21] 在实验中发现液相催化体系 Belousov-Zhabotinsky(BZ) 反应中存在混合模式振荡, 并通过改变实验条件发现了不同的混合振荡模式, 即一个大的振荡周期中包含三个或者四个小的振荡周期。Sònia 等^[22] 学者发现在生物代谢中 MWC- 变构酶反应、耦合自催化变构酶反应、D-G 酶反应存在明显的不同时间尺度效应; Luke 等^[23] 在具有铂电极的双氧水电解实验中发现了簇发振荡现象; Stefan 等^[24] 观察到同质液相催化反应亚氯酸盐在连续流动反应釜中的实验结果呈现典型的簇发行为; 张嗣良和储炬^[25] 从生物学角度研究了微生物发酵过程中的多水平 (多尺度) 问题; 钟东辉等在具有慢变量的复杂电化学反应——BZ 反应中, 通过实验观察到了非连续跳跃振荡^[26]; 在气相催化反应中, Lashina 等^[27] 假设铂族金属表面氧的浓度存在某临界值, 在该临界值处催化反应能力突然加强, 也就是反应活化能发生突变, 在实验中发现了 CO 的氧化过程呈现簇发与混沌现象。Cadena 等^[28] 在 BZ 反应堆中, 研究了加入苯酚后产生的簇发现象, 实验数据显示随着苯酚初始浓度的增加, 簇发现象更加明显。

近年来, 具有不同时间尺度化工系统中混合模态振荡的产生机理引起了国内外学者的兴趣。对于耗散化工系统, 多时间尺度容易导致非均质相空间沿着慢变流形方向收缩, Lebiedz^[29] 利用黎曼几何理论计算系统的慢变流形, 基于轨线优化方法, 给出了不同的几何判别准则来研究慢变流形附近的轨线结构, 并在四种化

学反应系统中利用数值模拟进行了验证。Simon 研究了多尺度随机化工系统,提出了改进的约束方法^[30],该方法需要计算慢变流形零空间的特征值,因为该方法不依赖准稳态的假设,且能够充分反映慢变量的动力学行为,更能全面精确分析快慢动力学行为。毕勤胜教授^[31]在四维 BZ 反应中发现了簇发混沌行为,并深入研究了其产生机理,发现了系统存在产生混沌的不同路径。柴俊、李勇等^[32-34]针对 CSTR 自催化反应系统的多时间尺度效应及同步等问题进行了探索。铂族金属表面 CO 氧化反应由于内层与外层反应速率存在量级上的差异,反应过程涉及不同时间尺度,李向红等^[35-40]基于实测数据,建立了不同尺度耦合的数学模型。他们还进一步发现在一定条件下稳态解会由鞍结同宿轨道分岔导致周期振荡,加周期分岔使得系统处于激发态的时间显著增加;对于几种不同周期外扰动的 BZ 化学振荡反应体系,他们证实了其中的单-Hopf 和 Cusp 周期簇发振荡等现象;基于相关文献中 BZ 反应在有光和无光下的数学模型,他们建立了切换反应理论模型,在一定参数范围内,研究了切换系统存在的复杂振荡诸如 2T-focus/cycle 型周期切换振荡、2T-focus/focus 型周期切换振荡、混沌切换振荡等,利用稳定性理论、分岔理论、不变子空间概念等给出了这些非线性行为的诱导机制,解释了系统存在振荡序列增加与振荡序列减少等现象。

1.3 电路系统中的多尺度效应

非线性电路包含着丰富的动力学现象,因此成为了非线性科学研究领域中非常重要的分支之一。电路系统可以用于分析混沌同步、混沌控制和模拟保密通信,并且电路模型在实验上比较容易构建,因此其动力学行为一直是国内外研究的热点课题之一。实际电路系统中存在多种非线性因素,比如,开关、脉冲控制等导致的非光滑因素,再加上由电路参数可调范围较大导致的多时间尺度耦合,这些因素将导致电路系统具有更加复杂的非线性行为。

20 世纪 60 年代以来,非线性电路系统在器件造型、电路分析与综合、故障诊断等方面得到了充分发展。Linsay^[41]在电路系统中验证了 Feigenbaum 的倍周期分岔通向混沌的理论。Ueda 等^[42]学者对正弦激励下非自治电路以及自治电路中的混沌现象进行了研究。随后,在其他非线性系统中产生的非线性现象也不断在电路系统中被证实。比如,倍周期分岔导致的混沌^[43,44]、间歇导致的混沌^[45,46]、突变引起的混沌^[47,48],以及环面破裂导致的混沌^[49-51]。在实际电路系统及其他工程系统中往往存在碰撞、冲击、干摩擦、可变刚度、开关、阈值、脉冲控制、数字控制等大量非光滑因素,这些因素主要是由约束条件、本构关系和控制方式决定的。因此电路系统非光滑特征方面出现了大量成果,比如,陈章耀^[52]研究了自治与非自治电路系统在周期切换连接下的动力学行为及机理,讨论了两子系统在不同

参数下的稳态解以及在周期切换时的各种周期振荡行为,给出了切换系统通过倍周期分岔、鞍结分岔以及环面分岔到达混沌的不同动力学演化过程。李绍龙、张正娣^[53]研究了广义 BVP 电路系统的振荡行为及具有多分界面的非光滑分岔,利用微分包含理论讨论了分界面处产生 Hopf 分岔的临界条件。

近年来,一类有广泛工程背景的含有多时间尺度的非线性电路系统引起了国内外学术界的高度重视,尤其是电路系统中簇发振荡的类型及其分岔机理得到广泛研究。韩修静^[54]研究了修正的 van der Pol-Duffing 电路系统,将该系统由 Hopf 分岔延迟导致的不同簇发形式进行了分类,并指出 Hopf 分岔延迟对簇发行为的产生起着重要作用。张晓芳等^[55,56]研究了多时间尺度和外激励条件下广义蔡氏电路的动力学行为,不同频率激励下系统的簇发行为,发现环面破裂可导致具有对称结构的簇发混沌吸引子产生,不同时间尺度上的分岔模式组合能够引起吸引子结构的变化,进而影响着系统进入混沌的道路,并详细讨论了不同簇发形式之间的转迁过程。由于非光滑是电路系统的典型特征之一,所以多尺度耦合系统的非光滑分岔也得到了关注。季颖和毕勤胜^[57]在研究一类非光滑电路时,发现了其中的簇发现象,揭示了非光滑分岔在簇发演化过程中的重要作用,讨论了非光滑系统的分岔与向量场分界面的密切相关性,证实了快子系统的分岔取决于分界面两侧平衡点的性质。另外由于电路系统具有易于控制和调整参数的特点,所以可以根据实际系统原理设计合理的电路系统,重现理论研究得到的各种动力学现象。Babacan^[58]利用忆阻器建立了仿真电路模型,该电路可以模拟神经元的簇放电和峰放电过程,而且可以通过改变电压来控制系统的簇放电行为。Inaba^[59]从实验和数值模拟两方面研究推广的 van der Pol 型快慢电路系统中混合振动模式,发现若引入噪声扰动,混合振荡将演变为混沌,且在扰动幅值较小的情况下系统存在倍周期分岔过程。Izumi^[60]基于实验和离散映射,研究了受扰电路系统在不同时间尺度下系统分岔之间相互作用的行为。

1.4 机械及其他系统中的多尺度效应

随着现代工业技术的发展,机械、交通、航空航天等工程中材料和结构的特性越来越复杂:既有较软特性的材料与结构,又存在刚度极大的部件。这样一来系统中便会出现极低和极高频率共存的情况,或者说系统可以分为快子系统和慢子系统。当系统发生振动时,系统响应就会变得较为复杂^[61]。

对于机械、交通等领域中快慢耦合的系统,国内外学者针对此类系统的研究方法、快慢流形的计算及其快慢之间的耦合特征等方面进行了大量研究。比如,Georgiou 和 Bajaj^[62]研究了一个大刚度线性结构和一个低刚度非线性结构耦合的系统,通过摄动法并结合几何流形分析了系统的快慢耦合振动,发现在某些参数条件下

存在一条穿越多个平衡点的全局慢变流形。随后 Georgiou 和 Schwartz^[63] 研究了一个平面非线性摆和线性黏弹性柔性杆耦合的非线性系统,应用奇异摄动法和正交分解分析了系统的不变流形,并且发现当柔性杆刚度变化时,系统不仅存在快慢动力学行为,而且可能存在混沌等复杂行为。Leimkuhler^[64] 针对传统快慢系统分析法的缺陷,提出了一种融合反向分部积分、平均和平滑力分解的研究方法,从而能够得到更加精细的结果,尤其是对于超低频慢变响应,最后将其用于包含双子星、卫星、月亮等子系统的 N 体问题。蒋扇英和徐鉴等^[65] 研究了一个带柔性杆的电机-连杆机构,发现当轻量杆的转动惯量远小于电机的转动惯量时,该系统为一个典型的快慢耦合系统,通过拓展的几何奇异摄动法,解析地得到了系统的快慢流形,同时建立了系统稳定性的边界条件。王晓宇和金栋平^[66] 针对一个考虑子星姿态的绳系卫星系统非线性模型,发现子星的高频振动和系绳的低频振动存在明显耦合,通过快慢分离和多尺度方法,研究了该系统在平衡位置附近的稳态运动,证明在某些参数条件下该运动为拟周期振动。Mease^[67] 研究了非线性飞行力学中的多尺度问题,提出了确定系统动力学行为和线性化结构切子空间的 Lyapunov 指数和向量,讨论了确定慢变流形的方法以及最短爬坡时间,并且和两种已有方法进行了对比。陈启军等^[68] 研究了一个宏-微机器人系统,通过引入集中小参数,将宏-微机器人动力模型转化为标准的奇异摄动形式,并且设计了宏-微机器人控制器(宏机械手采用力矩控制,微机械手采用非线性反馈控制),利用一个四自由度宏-微机器人的仿真结果证明了方法的有效性。

同时,在该领域中快慢耦合系统的解析解及系统机理分析等方面也取得了一些进展。比如:谢英超等^[69] 研究了一类带小时滞的非线性快慢系统的初始值问题,利用奇异摄动理论和校正函数法构造了该问题的形式渐近解,并利用微分不等式理论证明了渐近解的一致有效性,表明所述摄动方法是一个行之有效的近似解析方法。蒋扇英和徐鉴^[70] 研究了一个架空输电线具有初始垂度的非线性动力学模型,发现该模型具有快慢变量耦合的特性,应用求解周期运动的奇异摄动方法建立了系统的近似解析解,并且分析了快慢变量对系统周期运动的影响规律。郑远广等^[71] 研究了一个 van der Pol 型自激单摆系统,阐述了其中快慢振动的产生机制,给出了快慢振动周期解的近似表达式,并得到了快慢振动的分界点。李向红等^[72] 研究了一个分段机械结构中的快慢耦合效应,通过建立每一段子系统的解析解,分析了系统中诸多参数如阻尼比、激励幅值等对快慢动力学行为的影响,并且给出了不同类型快慢动力学行为的产生机理。

从以上叙述可见,多尺度效应是众多工程对象中广泛存在的一类非线性因素,其导致的动力学行为较为复杂,因此需要深入研究。本书重点围绕化工和机械系统中常见的几类多尺度耦合系统,深入分析其中复杂动力学现象的产生机理,从而为相关领域的参数优化和过程控制提供理论依据。

本书每章各有所侧重,具有一定的独立性,同时各章之间具有内在联系,体现了本书的统一性。第2章提出了快慢动力学分析法的几种不同改进形式,并被用于后续章节具有不同子结构的快慢系统中。第3章研究了典型的铂族金属氧化过程中的簇发振荡行为,通过研究整个系统的分岔行为,发现了系统由简单平衡态到簇发振荡的路径,并通过快子系统的分岔行为,揭示了簇发振荡的诱导机理。第4章研究了周期扰动下BZ反应的不同尺度效应,发现周期扰动频率和扰动项数的不同会改变快慢子系统的维数和结构,因此存在更为丰富的簇发行为。第5章考虑了周期光照因素存在的BZ反应,因此整个系统是有光与无光的切换系统,并利用稳定性理论和稳定流形定理揭示了周期切换振荡和周期混沌振荡的复杂机理。第6章研究了Brusselator振子,利用坐标变换,将原系统转换为可以分离快慢子系统的拓扑等价系统,进而可以利用快慢分析方法解释沉寂态与激发态之间的转换机理。第7章提出了一种基于参数变易思想的参激系统的高精度求解方法,为频率引起的多尺度效应系统提供了定量分析的方法,同时还研究了一个分段Mathieu方程中存在的复杂簇发振动模式。第8章研究了分数阶BZ反应和分数阶Brusselator系统的簇发行为,重点讨论了分数阶阶次变化时对系统稳定性、分岔模式、簇发行为等动力学特性的影响,并将整数阶系统中的快慢动力学分析法初步应用到了分数阶系统。

参考文献

- [1] 国家自然科学基金“十三五”发展规划(征求意见稿). 2016, 4
- [2] 陆启韶, 张伟. 结构和系统的动力学与控制专刊. 力学进展, 2013, 43(1): 1-2
- [3] 孟庆国, 詹世革, 胡海岩, 等. 关于加强针对国家重大装备的动力学与控制研究的建议. 力学进展, 2007, 37(1): 135-141
- [4] 孟光, 周徐斌, 苗军. 航天重大工程中的力学问题. 力学进展, 2016, 46: 201606
- [5] 杨国伟, 魏宇杰, 赵桂林, 等. 高速列车的关键力学问题. 力学进展, 2015, 45(1): 217-460
- [6] 王青云, 张红慧. 生物神经元系统同步转迁动力学问题. 力学进展, 2013, 43(1): 149-162
- [7] 陆启韶, 刘深泉, 刘锋, 等. 生物神经网络系统动力学与功能研究. 力学进展, 2008, 38(6): 766-793
- [8] Rinzel J. Bursting oscillation in an excitable membrane model//Sleeman B D, Jarvis R J. Ordinary and Partial Differential Equations. Berlin Heidelberg: Springer, 1985
- [9] Terman D. Chaotic spikes arising from a model for bursting in excitable membrane models. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1991, 51: 1418-1450
- [10] Terman D. The transition from bursting to continuous spiking in excitable membrane models. Journal of Nonlinear Science, 1992, 2(2): 135-182
- [11] Wang X J. Genesis of bursting oscillations in the Hindmarsh-Rose model and homoclinic