

中学数学易混概念

辨析手册

王永建 编著

江苏教育出版社

王永建 编著

中学数学易混概念
辨析手册



江苏教育出版社

中学数学易混概念辨析手册

王永建 编著

责任编辑 王建军

出版发行:江苏教育出版社

(南京马家街 31 号, 邮政编码: 210009)

经 销:江苏省新华书店

印 刷:常熟市第六印刷厂

(常熟市赵市镇南 邮政编码: 215518)

开本 850×1168 毫 1/32 印张 11.5 插页 1 字数 276,800

1998 年 9 月第 1 版 1998 年 9 月第 1 次印刷

印数 1—5000 册

ISBN 7-5343-3226-5

G · 2940

定价: 11.40 元

江苏教育版图书若有印刷装订错误, 可向承印厂调换

前 言

“文革”期间，教育战线是重灾区，数学教育受到严重的破坏。1969年，针对当时数学教学中存在的片面强调简单的实用、否定系统理论的偏向，笔者编写了《容易混淆的数学概念》一书。完稿后，书稿经过较长时间的审查，排除了一些干扰，终于在1974年由江苏人民出版社出版。第一版第一次印了12万册。1979年，修订版又印了20万册。70年代末期，中国少年儿童出版社对该书再次进行了修订，于1982年出版，印刷了198000册，后又印刷过一次。80年代后期，台湾谦谦出版社在征得笔者的同意后，向中国少年儿童出版社买去该书的版权，并于1991年初版印刷了2000册。

《容易混淆的数学概念》一书各版发行量总计约60万册，在社会上产生了较大的影响，受到广大读者的欢迎。80年代前期，中国少年儿童出版社将该书收入《少年百科丛书》。90年代初期，台湾谦谦出版社又将该书收入《青少年百科丛书》。1993年，该书被收入《少年百科丛书》（精选本），荣获第四届中国图书奖一等奖，并被中国书刊发行业协会评为全国“深受少年朋友喜爱的优秀畅销书”。1994年，又荣获首届国家图书奖提名奖。

1996年初，笔者获准退休。在考虑退休后的创作计划时，首先想到的就是重写《容易混淆的数学概念》这本书。

笔者之所以想重写,主要有以下几点原因:

第一,1969年,江苏人民出版社在编审笔者的书稿时,为了符合少年儿童学习的特点,将高中内容全部砍去。此部分书稿一直压在身边,从未发表。过去由于工作繁忙,无暇整理。现在时间比较宽裕,考虑到该书初中部分的社会反映良好,高中部分“枪毙”实在可惜,应该重新整理出版。

第二,原书初稿完成于“文革”时期,当时数学教材内容贫乏,要求很低,许多概念含糊。时过二十多年,“大纲”几经变迁,教材多次修改,内容有了充实,要求发生变化。现在全国已普及义务教育,对照国家义务教育数学教学大纲,原有初中部分内容显然已不能适应形势的发展,需要按照新大纲、新教材重新编写。

第三,现在,高中《数学课程标准》以及高中新的《数学教学大纲》已颁布,高中数学教学内容有了较大的变动,增加了概率、微积分初步等知识。我过去留下的部分高中的书稿需要重新审改,并作较大幅度的补充,以适应未来若干年教学的需要。

这本新编的《中学数学易混概念辨析手册》共收入初高中数学有关内容 176 段,共约 23 万字。全书分算术、代数、平面几何、立体几何、解析几何、微积分等几部分,概率有关内容放在代数之中。而过去所写的小册子,仅收入初中内容 41 段,约 4 万字。比较起来,可以说是面貌一新了。

感谢江苏教育出版社何震邦、王建军同志,他们对这

本书的出版给予了很大的支持。

由于水平所限,书中疏漏不当之处在所难免。殷切希望广大读者能继续给予批评指正,以便今后进一步修改充实。

王永建

1998年2月

对于容易混淆的概念,要引导学生用对比的方法,弄清它们的区别和联系。

——摘自九年义务教育全日制
初级中学《数学教学大纲》

第三,现在,高中《数学课程标准》以及高中新编《数学教学大纲》已颁布,高中数学教学内容有了较大的变动,增加了概率、微积分初步等知识。我过去留下的那套高中的老稿需要重新修改。作为数大编委的补充,以适应当前高中数学教学的需要。

这本新编的《中学数学易混概念辨析手册》共分八册,高中数学有关内容3本册,共约25万字,全书分代数、数论、初等几何、立体几何、解析几何、微分与几何学、概率与统计等七个部分。而过去所编的小册子,只收入初中内容41度,高中内容20度左右,可以说全面更新了一部《手册》。

编辑组各成员有数社何国栋、王惠军、何国治、何国治、

目 录

前言

算术

“数字”和“数”.....	3
“量”和“数”.....	5
“基数”和“序数”.....	7
“零”和“无”.....	9
“时”和“小时”.....	11
“增加”和“扩大”.....	12
“复名数”和“诱导单位”.....	15
“除”和“除以”.....	17
“整除”和“除尽”.....	18
“直接测量”和“间接测量”.....	20
“分数线”和“除号”.....	22
“除”和“比”.....	23
“比”和“比例”.....	25
“质数”、“质因数”和“互质数”.....	27
“繁分数”和“连分数”.....	29

代数

“相反数”和“倒数”.....	35
“负数”和“带负号的数”.....	37
“性质符号”和“运算符号”.....	39
“代数式”和“多项式”.....	41
“系数”和“常数”.....	42

“条件等式”和“恒等式”	44
“等式”和“公式”	46
“经验公式”和“近似公式”	48
“乘方”和“幂”	50
“ -2^4 ”和“ $(-2)^4$ ”	52
“幂的乘法”和“幂的乘方”	52
“两数和的平方”和“两数的平方和”	54
“交换”和“移项”	55
“约去”和“消去”	57
“分数”和“小数”	59
“绝对误差”和“相对误差”	62
“乘法分配律”和“提取公因式”	65
“分离系数法”和“综合除法”	67
“因式分解”和“分解因式”	70
“ $2\sqrt{3}$ ”和“ $2\frac{1}{3}$ ”	72
“ $a \div b \cdot c$ ”、“ $a \div bc$ ”和“ $a \div b \div c$ ”	72
“分子为零”和“分式为零”	74
“ $\frac{x}{xy}$ ”和“ $\frac{1}{y}$ ”	75
“ $a > b$ ”、“ $a = b$ ”和“ $a \geq b$ ”	77
“平方根”和“算术平方根”	78
“化去分母里的根号”和“化去根号里的分母”	80
“有理化因式”和“共轭因式”	82
“不尽根数”和“无理数”	84
“同类根式”和“同次根式”	87
“同解方程”和“方程的结果”	89
“解”和“根”	92
“一个解”和“一组解”	94

“恒等变形”和“同解变形”	96
“所列方程的解”和“原题的解”	98
“图解法”和“图算法”	100
“平均数”和“加权平均数”	103
“ $\{0\}$ ”、“ $\{ \}$ ”和“ 0 ”	105
“ $\in$ ”和“ $\subseteq$ ”	106
“ $\{a, b\}$ ”和“ $\{(a, b)\}$ ”	108
“ A 是 B 的子集”和“ A 是由 B 的部分元素组成的集合” ..	109
“ $0^\circ \sim 90^\circ$ 间的角”、“锐角”、“小于 90° 的角”和“第一象限的角”	110
“代数方程”和“超越方程”	111
“不等式的解”和“不等式的解集”	113
“球赛中的 $1:0$ ”和“数学中的 $1:0$ ”	115
“函数的传统定义”和“函数的近代定义”	116
“函数”和“方程”	118
“正比例函数”和“一次函数”	120
“幂函数”和“正比例函数”	122
“积、商、幂、方根的对数”和“对数的积、商、幂、方根”	124
“ $(\lg 5)^2$ ”和“ $\lg 5^2$ ”	127
“方程 $\lg(x^2 + 11x + 8) - \lg(x + 1) = 1$ ”和“方程 $\lg \frac{x^2 + 11x + 8}{x + 1}$ $= 1$ ”	127
“角度”和“弧度”	129
“周期”和“最小正周期”	131
“1 海里”和“1852 米”	133
“ $y = \sin x$ 的反函数”和“ $y = \arcsin x$ ”	136
“ $\sin(\arcsin x)$ ”和“ x ”	137
“ $y = \lg x^2$ ”和“ $y = 2 \lg x$ ”	139

“函数 $y = \sqrt{x^2}$ ”和“函数 $y = (\sqrt{x})^2$ ”	140
“初等函数”和“代数函数”	141
“不定型”和“不存在”	142
“集合”和“数列”	144
“数列”和“级数”	145
“数列的极限”和“函数的极限”	148
“无穷大”和“任意大”	150
“ $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ”和“ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ ”	152
“无理数”和“超越数”	154
“复数”和“虚数”	155
“虚数部分”和“虚部”	158
“ $\arg z$ ”和“ $\text{Arg} z$ ”	159
“笛卡儿平面”和“高斯平面”	161
“复数的代数形式”、“复数的三角形式”和“复数的指数形式”	163
“复数的三角形式”和“ $\frac{1}{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$ 等”	166
“归纳法”和“数学归纳法”	168
“加法原理”和“乘法原理”	172
“排列数”和“一个排列”	176
“或”和“且”	177
“二项式系数”和“二项展开式项的系数”	178
“每一个”和“有一个”	179
“行列式”和“矩阵”	181
“余子式”和“代数余子式”	184
行列式展开式中的“ $a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in}$ ”和“ $a_{i1}A_{j1} + a_{i2}A_{j2}$ + $\cdots + a_{in}A_{jn}$ ”	187
“互斥事件”和“互逆事件”	189

平面几何

“几何体”和“物体”	193
“直角”和“ 90° ”	194
“平角”和“直线”	195
“联结”、“连结”和“吻接”	196
“补角”和“邻补角”	198
“垂线”和“铅垂线”	200
“垂直”和“ $\perp$ ”	201
“点到直线的垂线段”和“点到直线的距离”	202
“同位角”和“平行线中的同位角”	203
“题设”和“条件”	204
“命题”、“公理”和“定理”	207
“判定定理”和“性质定理”	211
“三角形的基本元素”和“三角形的元素”	212
“不等边三角形”和“锐角三角形”	214
“ Rt ”和“right triangle”	215
“中位线”和“中线”	216
“三角形的稳定性”和“平面的确定”	218
“命题”和“定义”	219
“推理”和“证明”	220
“证题的依据”和“例题中的真命题”	222
“三角形的外角”和“三角形某个角相邻的外角”	225
“三角形三边间的关系”和“判断已知三线段能否构成三角形”	227
“坡度”和“坡角”	228
“方位角”和“象限角”	230
“相似形”和“位似形”	232
“角”和“三角函数”	234

“对应边、对应角”和“对边、对角”.....	236
“轴对称”和“轴对称图形”.....	238
“凸多边形”、“凹多边形”和“折多边形”	242
“五角星”和“五角星形”.....	244
“一条弧所对的圆周角”和“一条弧所含的圆周角”.....	245
“五心”和“中心”.....	246
“圆”和“圆面”.....	249
“同圆”、“等圆”和“同心圆”	252
“等弧”和“等长的弧”.....	254
“切线”和“切线的长”.....	255
“相等的弧”和“相同度数的弧”.....	256
“接”和“切”.....	258
“共点线”和“共线点”.....	259
“ π ”和“3.1416”	261
“轨迹”和“集合”.....	263
“割补法”和“分割法”.....	264
“体积”和“容积”.....	266
“投影”和“影子”.....	268
“分析法”和“综合法”.....	269
“反证法”和“同一法”.....	271
“归谬”和“诡辩”.....	274
“工具作图”和“尺规作图”.....	277
“基本作图”和“代数作图法的基本作图”.....	278
“定位作图”和“活位作图”.....	279
“作图不能”和“作图无解”.....	282
立体几何	
“平面图形中的辅助线”和“空间图形中的辅助线”.....	289
“异面直线”和“不同平面内的直线”.....	290

“四边形”和“空间四边形”	291
“三垂线定理”和“三垂线定理的逆定理”	294
“有且仅有”和“当且仅当”	295
“长方体”和“直平行六面体”	297
“棱台”和“楔形”	299
“轴截面”和“直截面”	302
“正多边形”和“正多面体”	304
“球面”和“球”	307
“球冠”和“球缺”	308
“两点的距离”和“球面上两点的距离”	311
“正四面体”和“正三棱锥”	313

解析几何

“有向线段”、“有向线段的长度”和“有向线段的数量”	317
“倾斜角”和“斜率”	318
“直线 l_1 和 l_2 的夹角”和“直线 l_1 到 l_2 的角”	320
“抛物线”和“一支双曲线”	322
“移形”和“移轴”	324
“摆线”、“短摆线”和“长摆线”	327
“充分条件”、“必要条件”和“充要条件”	329

微积分

“函数在一点处的导数”和“函数的导数”	335
“极值”和“最值”	336
“导数”和“微分”	338
“驻点”和“极点”	340
$(e^x)'$ 和 $(a^x)'$	342

其他

容易混淆的数学符号	345
“有限运算”和“无限运算”	348

“优选法”和“运筹法”	350
结束语	352

数学“附”数

算 术

算数，是数学的一个分支，它研究的是数量关系和数量变化。算数在数学中占有重要的地位，它是数学的基础，也是数学的入门。

算数的发展历史，可以追溯到远古时代。在原始社会，人们为了记录猎物的数量，开始使用简单的计数方法。随着社会的进步，人们开始使用文字来记录数量，算数也就逐渐发展起来了。

算数的发展可以分为三个阶段：一是古代算数，二是近代算数，三是现代算数。古代算数主要研究的是数的性质和运算法则。近代算数主要研究的是数的表示方法和运算法则。现代算数主要研究的是数的表示方法和运算法则，以及数的应用。

算数在数学中的地位，可以说是举足轻重的。它是数学的基础，也是数学的入门。没有算数，就没有数学。算数的发展，推动了数学的发展，也推动了社会的进步。

算数在生活中的应用，也是非常广泛的。从简单的计数，到复杂的运算，算数无处不在。算数的发展，不仅推动了数学的发展，也推动了社会的进步。算数的发展，是人类文明进步的重要标志之一。

算数的发展，是人类文明进步的重要标志之一。算数的发展，不仅推动了数学的发展，也推动了社会的进步。算数的发展，是人类文明进步的重要标志之一。算数的发展，是人类文明进步的重要标志之一。

