

全国高等院校土木与建筑专业创新规划教材



结构力学

(第2版)

宋非非 韩 芳 姜维成 主 编
甄 颂 宋 平 董亚兴 副主编

赠送
电子课件



清华大学出版社

全国高等院校土木与建筑专业创新规划教材

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

课程编号：100001 课程名称：结构力学

课程负责人：宋非非 课程负责人：宋非非

编写人：宋非非、韩芳、姜维成、甄頌、宋平、董亚兴

本书是根据教育部颁布的《工程力学课程教学基本要求》编写而成的。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

本书可作为高等院校土木与建筑专业及相关专业的教材。

结构力学

(第2版)

宋非非 韩芳 姜维成 主编

甄頌 宋平 董亚兴 副主编

清华大学出版社

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书根据高等院校土木工程专业“结构力学”课程的基本要求编写,注重基本理论、基本方法的讲授。本书可供教学学时为60~120课时的“结构力学”课程选用。

全书共12章,内容包括绪论、平面体系的几何组成分析、静定结构的内力计算(梁、平面刚架、拱和平面桁架)、静定结构的位移计算、力法、影响线及其应用、位移法、渐近法、矩阵位移法、结构动力学、结构的极限荷载、结构稳定性计算。全书各章附有习题及参考答案。

本书可作为土木工程类、水利工程类各专业及工程力学专业的教材,也可作为有关工程技术人员工作及自学的参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

结构力学/宋非非,韩芳,姜维成主编. —2版. —北京:清华大学出版社,2017
(全国高等院校土木与建筑专业创新规划教材)

ISBN 978-7-302-44926-3

I. ①结… II. ①宋… ②韩… ③姜… III. ①结构力学 IV. ①O342

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第213082号

责任编辑:桑任松

装帧设计:刘孝琼

责任校对:周剑云

责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62791865

印 刷 者:三河市君旺印务有限公司

装 订 者:三河市新茂装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:21.75

字 数:527千字

版 次:2013年8月第1版

2017年3月第2版

印 次:2017年3月第1次印刷

印 数:1~1500

定 价:46.00元

产品编号:062550-01

前 言

本书是为普通高等院校土木工程类各专业及工程力学等专业中多学时结构力学课程的教学而编写的。

根据对 21 世纪进行素质教育和创新意识培养的要求,本书适当降低了对结构力学深度和难度的要求,更加注重于基本理论、基本方法和基本计算的训练。本书内容的选取借鉴了国内的优秀教材,其特点为注重基础训练,淡化纯理论推导,注重公式物理意义的讲解和基本方法的学习和掌握。

本书共 12 章,采用了最新国家标准。本次再版对原版的某些重点章节进行了修订,使其力学概念更加清晰准确。

本书由吉林建筑大学宋非非、长春工程学院设计研究院韩芳、吉林建筑大学姜维成担任主编,浙江建效工程监理有限公司甄颂、浙江建设职业技术学院宋平、中国建筑第二工程局有限公司北京分公司董亚兴担任副主编,宋平同时担任主审。具体编写分工如下:第 1、2、8 章由宋非非、董亚兴编写,第 3、6 章由韩芳编写,第 4、5、7 章由宋平编写,第 9、10、11、12 章由姜维成、甄颂编写。全书由宋非非、姜维成负责统稿。

由于编者水平有限,不妥之处在所难免,希望广大读者批评指正,以利于本书的进一步完善和提高。

编 者

目 录

第 1 章 绪论.....1

1.1 结构的分类.....1

1.2 荷载的分类.....2

1.3 结构的计算简图.....3

1.4 结构力学的研究对象和任务.....5

第 2 章 平面体系的几何组成分析.....7

2.1 概述.....7

2.2 平面体系的计算自由度.....7

2.2.1 自由度.....7

2.2.2 联系.....8

2.2.3 体系的计算自由度.....8

2.2.4 平面体系计算自由度结果分析.....9

2.3 几何不变体系的简单组成规则.....10

2.3.1 三刚片规则.....10

2.3.2 二元体规则.....11

2.3.3 两刚片规则.....11

2.4 瞬变体系.....12

2.5 机动分析举例.....13

2.6 几何构造与静定性的关系.....15

习题.....15

第 3 章 静定结构的内力分析.....19

3.1 静力平衡.....19

3.1.1 利用静力平衡求解支座反力.....19

3.1.2 利用静力平衡求解杆件内力.....22

3.2 静定梁.....24

3.2.1 内力图.....24

3.2.2 利用微分关系作内力图.....24

3.2.3 叠加法作弯矩图.....25

3.2.4 斜梁.....29

3.2.5 多跨静定梁.....31

3.3 静定平面刚架.....34

3.3.1 刚架概述.....34

3.3.2 刚架内力分析.....34

3.3.3 少求或不求反力绘制弯矩图.....39

3.4 三铰拱.....42

3.4.1 拱结构概述.....42

3.4.2 三铰拱的反力和内力计算.....42

3.4.3 三铰拱的合理轴线.....47

3.5 静定平面桁架及组合结构.....50

3.5.1 桁架的概念.....50

3.5.2 桁架的内力计算.....51

3.5.3 静定组合结构.....58

3.5.4 静定结构的特性.....60

习题.....60

第 4 章 静定结构的位移计算.....67

4.1 结构位移的概念.....67

4.1.1 结构位移.....67

4.1.2 结构位移计算的目的.....68

4.1.3 位移计算的有关假设.....68

4.2 变形体系的虚功原理.....68

4.2.1 虚功和刚体系虚功原理.....68

4.2.2 变形体系虚功原理.....69

4.3 结构位移计算的一般公式.....71

4.3.1 结构位移计算的一般公式.....71

4.3.2 单位荷载的设置.....72

4.4 静定结构在荷载作用下的位移计算.....73

4.5 图乘法.....78

4.6 静定结构温度变化引起的位移计算.....83

4.7 静定结构支座移动时的位移计算.....85

4.8 线弹性结构的互等定理.....86

习题.....89

第 5 章 力法.....93

5.1 超静定结构概述.....93

5.2 力法原理和力法方程.....95

5.3 用力法计算超静定结构.....98



5.4 对称性的利用	111	习题	198
5.5 温度变化和支座移动时超静定结构的计算	117	第9章 矩阵位移法	203
5.6 超静定结构的位移计算和最终内力图的校核	122	9.1 概述	203
5.7 超静定结构的特性	126	9.2 单元分析	203
习题	127	9.2.1 结构离散化	203
第6章 影响线及其应用	131	9.2.2 在单元局部坐标中的单元刚度矩阵	204
6.1 移动荷载和影响线的概念	131	9.3 在整体坐标中的单元刚度矩阵	209
6.2 用静力法作静定结构的影响线	131	9.4 整体分析	213
6.3 机动法作静定结构的影响线	137	9.4.1 直接刚度法的原理	213
6.4 超静定结构的影响线	141	9.4.2 结构原始刚度矩阵的性质	216
6.5 利用影响线求量值	143	9.4.3 举例	216
6.6 最不利荷载位置的确定	144	9.5 边界条件的处理	219
6.7 简支梁的绝对最大弯矩	150	9.6 非结点荷载的处理	222
6.8 内力包络图	152	9.7 结构矩阵分析举例	226
习题	155	习题	235
第7章 位移法	159	第10章 结构动力学	237
7.1 基本概念	159	10.1 概述	237
7.2 等截面直杆的转角位移方程	160	10.1.1 结构动力计算的特点和目的	237
7.3 基本未知量数目的确定	164	10.1.2 动荷载的种类	237
7.4 位移法典型方程及计算步骤	166	10.2 结构振动的自由度	238
7.5 直接由平衡条件建立位移法基本方程	175	10.3 单自由度体系的自由振动	239
7.6 对称性的利用	177	10.3.1 单自由度体系自由振动的运动方程	239
习题	180	10.3.2 单自由度体系的自由振动分析	241
第8章 渐近法	183	10.4 单自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动	243
8.1 概述	183	10.4.1 体系的运动方程	243
8.2 力矩分配法的基本原理	183	10.4.2 纯强迫振动分析	244
8.2.1 劲度系数和传递系数的概念	183	10.4.3 算例	246
8.2.2 力矩分配法的基本原理	184	10.5 阻尼对单自由度体系振动的影响	250
8.3 用力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架	187	10.5.1 阻尼对单自由度体系自由振动的影响	250
8.4 无剪力分配法	193	10.5.2 阻尼对简谐荷载作用下强迫振动的影响	253
8.4.1 无剪力分配法的计算方法	193		
8.4.2 无剪力分配法应用推广	197		



10.6 单自由度体系在任意荷载作用下的 强迫振动.....256	第 12 章 结构稳定性计算.....297
10.7 多自由度结构的自由振动.....259	12.1 结构稳定问题概述.....297
10.7.1 体系运动方程的建立.....259	12.2 结构稳定分析的静力法.....299
10.7.2 频率和主振型.....261	12.2.1 有限自由度体系的临界荷载 计算.....299
10.8 多自由度体系在简谐荷载作用下的 强迫振动.....268	12.2.2 无限自由度体系的临界荷载 计算.....302
10.9 振型分解法.....274	12.3 结构稳定分析的能量法.....306
习题.....278	12.3.1 有限自由度体系临界荷载 计算.....306
第 11 章 结构的极限荷载.....281	12.3.2 无限自由度体系临界荷载 计算.....309
11.1 极限弯矩、塑性铰和破坏机构.....282	*12.4 平面刚架稳定分析的矩阵 位移法.....312
11.2 静定结构的极限荷载.....283	习题.....319
11.3 单跨超静定梁的极限荷载.....284	习题参考答案.....321
11.4 比例加载时关于极限荷载的几个 定理.....287	索引.....330
11.5 连续梁的极限荷载.....289	参考文献.....339
11.6 刚架的极限荷载.....291	
习题.....293	



第1章 绪论

1.1 结构的分类

在工程实际中,能承受荷载、传递荷载、起到骨架作用的体系称为结构,如房屋建筑中的梁、板、柱等都是结构。

结构的类型很多,可从不同的角度来分类,按照其几何特征,一般可分为杆件结构、薄壁结构和实体结构。

杆件结构:当构件的长度远大于其截面尺寸时称为杆件。由杆件组成的结构称为杆件结构或杆系结构。

薄壁结构:构件的厚度远小于长度和宽度的结构。

实体结构:构件三个方向的尺寸相近的结构。

结构力学的研究对象是杆件结构,杆件结构按其受力特性的不同又可分为以下几种。

1. 梁

梁是一种受弯杆件,其轴线通常为直线,常见的有单跨梁和多跨梁(见图 1.1)。



图 1.1

2. 刚架

刚架是由梁和柱组成的结构,其结点以刚结点为主,也可有铰结点(见图 1.2)。

3. 拱

拱是轴线为曲线且在竖向荷载作用下支座处产生水平反力的结构(见图 1.3)。

4. 桁架

桁架是由若干直杆在两端用铰联结而成的结构(见图 1.4)。

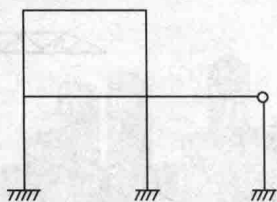


图 1.2

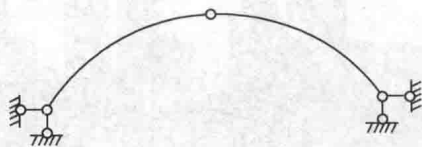


图 1.3

5. 组合结构

组合结构是桁架和梁或桁架和刚架组合在一起的结构(见图 1.5)。

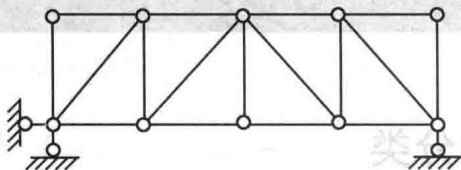


图 1.4

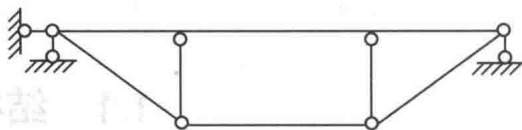


图 1.5

6. 悬索结构

悬索结构是承重构件为悬挂于塔或柱上的缆索的结构(见图 1.6)。

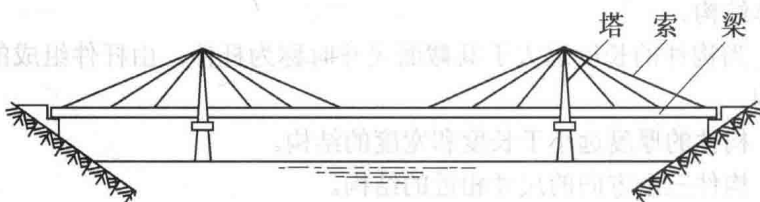


图 1.6

按照杆件轴线和外力作用的空间位置,结构可分为平面结构和空间结构。当杆件轴线和作用力均在同一平面内时为平面结构,否则就是空间结构。虽然实际工程中多为空间结构,但很多情况下可以简化为平面结构来计算。

1.2 荷载的分类

荷载是作用在结构上的外力中的主动力。荷载有几种不同的分类方法。

1. 按荷载作用的状况

按荷载作用的状况可以将荷载分为集中荷载和分布荷载。当作用在结构上的荷载的分布面积远小于结构的尺寸时,可认为荷载是作用在结构上的一个点,将该荷载视为集中荷载,如火车和汽车的轮压、次梁传给主梁的荷载等。当作用在结构上的荷载的分布面积不是远小于结构的尺寸时,则为分布荷载,如静水压力、土压力、人群给楼板作用的荷载等。分布荷载的大小用单位面积或长度上的作用力——荷载集度来表示。当分布荷载的集度为定值时,称为均布荷载。

2. 按荷载作用的时间

按荷载作用的时间可以将荷载分为恒载和活载。恒载是指长期作用在结构上不随时间变化的荷载，如结构的自重等。活载是指作用在结构上随时间变化的荷载，如人群、吊车等荷载。

荷载又可分为固定荷载和移动荷载。当荷载作用在结构上的位置可以认为是不变动的，称为固定荷载。当荷载作用在结构上的位置是移动的，称为移动荷载，如火车、汽车、吊车等。

3. 按荷载对结构产生的动力效应

按荷载对结构产生的动力效应可以将荷载分为静力荷载和动力荷载。静力荷载是指荷载的大小、方向和作用位置不随时间变化，或虽有变化但较缓慢，不会使结构产生明显的加速度，因而可以略去惯性力影响的荷载。一般风荷载、雪荷载等多数活荷载都可视为静力荷载进行计算。动力荷载是指当荷载作用在结构上使结构产生明显的加速度，因而惯性力不容忽视的荷载，如地震、机械振动荷载等。

结构主要是由荷载作用而产生内力、变形、位移。除荷载外还有一些因素也可使结构产生内力和位移，如温度变化、支座沉陷、材料松弛、徐变等。

1.3 结构的计算简图

实际结构受力复杂，按实际情况进行分析是烦琐困难的，几乎难以实现。因此，必须将实际结构作必要的抽象和简化。采用简化的图形代替实际结构称为结构的计算简图。

选取结构的计算简图一般遵循以下原则。

- (1) 抓住主要因素，尽可能反映结构的实际情况。
- (2) 略去次要因素，方便结构的计算。

计算简图的选取直接关系到计算精度和计算工作量，计算简图应根据结构的重要性、计算问题的性质和设计阶段的要求以及计算工具的性能等具体情况来选择。

将杆件结构简化为计算简图，通常从以下几个方面进行简化。

1. 杆件的简化

在计算简图中，用杆件轴线来代替杆件。

2. 结点的简化

杆件与杆件的连接区用杆件轴线的交点表示，称为结点或节点。

结点可分为以下两种。

- 1) 刚结点

刚结点的特征是汇交于结点的各杆端，既不能相对移动，也不能相对转动。如图 1.7(a)所示为一钢筋混凝土框架的结点，该结点可传递力和力矩。其计算简图如图 1.7(b)所示。

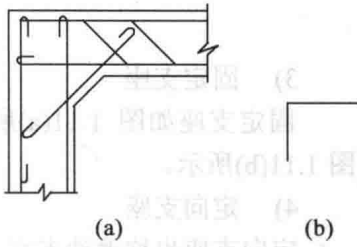


图 1.7

2) 铰结点

铰结点的特征是汇交于结点的各杆端不能相对移动,但可以绕结点自由转动。一般钢桁架的结点如图 1.8(a)所示,根据结点的构造和受力特点简化为铰结点。铰结点能传递力,不能传递力矩,其计算简图如图 1.8(b)所示。

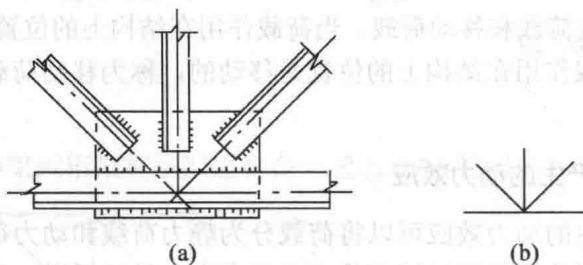


图 1.8

3. 支座的简化

支座是支承结构或构件的各种装置。常见的平面结构支座有以下 4 种。

1) 可动铰支座

可动铰支座也称滚轴支座,如图 1.9(a)所示,其特征是支座只约束结构的竖向移动,不约束其水平移动和转动。其计算简图如图 1.9(b)所示。

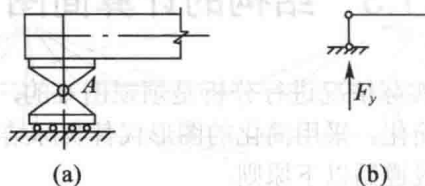


图 1.9

2) 固定铰支座

固定铰支座如图 1.10(a)所示,其特征是支座约束结构的移动,不约束其转动。其计算简图如图 1.10(b)所示。

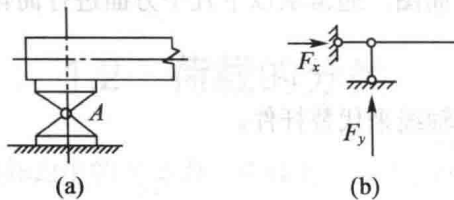


图 1.10

3) 固定支座

固定支座如图 1.11(a)所示,其特征是既约束结构的移动也约束转动。其计算简图如图 1.11(b)所示。

4) 定向支座

定向支座也称滑动支座,如图 1.12(a)所示,其特征是约束结构转动和垂直于支承面的移动。其计算简图如图 1.12(b)所示。

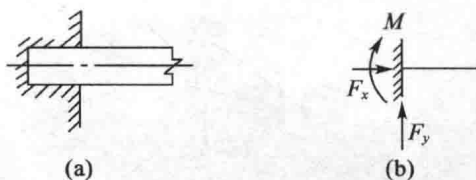


图 1.11

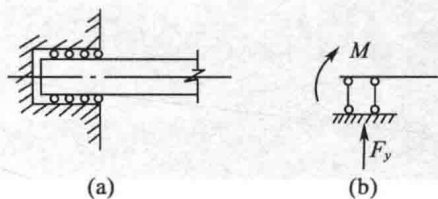


图 1.12

1.4 结构力学的研究对象和任务

为使结构既能安全、正常地工作，又能符合经济的要求，需对其进行科学合理的设计，设计时需确定结构的最不利内力并以此作为设计的依据选用材料、确定截面尺寸等。也就是说，结构设计中非常重要的内容是对结构进行力学分析，而结构力学就是研究结构受力的学问。

我们知道理论力学(静力学部分)研究的对象为刚体，研究的问题是平衡。材料力学研究的对象是一根杆，横放是梁，竖放是柱；研究的问题是杆件的内力、应力、变形及杆件的强度、刚度和稳定性。结构力学的研究对象是由杆件组成的杆系结构，如桁架、框架等。其研究的具体内容和任务是：①结构的组成规则和合理形式；②杆系结构的内力和位移；③结构的稳定性，以及动力荷载作用下结构的动力反应。

第2章 平面体系的几何组成分析

2.1 概 述

杆件结构是由若干杆件相互联结而组成的体系，但组成的不合理体系是不能成为结构的，所以我们要对杆件组成的体系进行分析。只有组成的体系为几何不变的体系方可作为结构。

几何不变体系：在任意荷载作用下，若不考虑材料的变形则体系的几何形状与位置保持不变，如图 2.1(a)所示。

几何可变体系：在任意荷载作用下，虽不考虑材料的变形，但其几何形状与位置均不能保持不变，如图 2.1(b)所示。

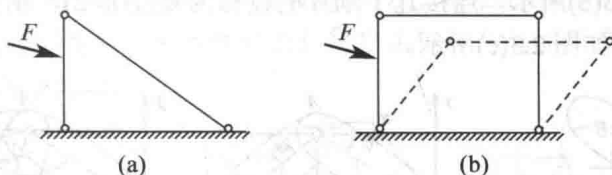


图 2.1

判别体系是否几何不变，这一工作称为体系的几何机动分析，或称几何构造分析。

在几何机动分析中，由于不考虑材料的变形，可以把一根杆件或已知是几何不变的一部分体系看成一个刚体。在平面体系中又将刚体称为刚片。

工程中的结构必须是几何不变体系(方能承受荷载、传递荷载)。

2.2 平面体系的计算自由度

2.2.1 自由度

为了判定体系的几何可变性，有时要先计算它的自由度。

物体的自由度：物体运动时独立变化的几何参数的数目称为物体的自由度，也可理解为确定物体位置所需的独立坐标数。

物体的自由度=物体运动的独立参数=确定物体位置所需的独立坐标数

平面上的一个点,它的位置用坐标 x_A 和 y_A 完全可以确定,它的自由度等于 2,如图 2.2(a)所示。

平面上的一刚片,它的位置用 x_A 、 y_A 和 φ_A 完全可以确定,它的自由度等于 3,如图 2.2(b)所示。

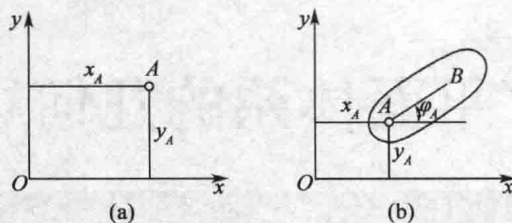


图 2.2

2.2.2 联系

体系有自由度,加入限制运动的装置可使自由度减少,减少自由度的装置称为联系。能减少一个自由度的装置称为一个联系或一个约束。常用的联系有链杆和铰。

1) 链杆

一个刚片有 3 个自由度,加上了一个链杆,自由度为 2,减少了一个自由度,则称链杆为一个联系或一个约束,如图 2.3(a)所示。

2) 铰

两个刚片用一个铰连接,可减少两个自由度,我们称连接两个刚片的铰为单铰,相当于两个联系,如图 2.3(b)所示。连接几个刚片的铰称为复铰($n>2$),相当于 $(n-1)$ 个单铰,相当于 $2 \times (n-1)$ 个联系,如图 2.3(c)所示。

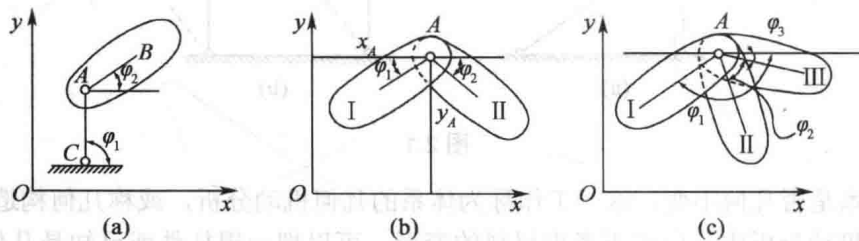


图 2.3

2.2.3 体系的计算自由度

体系的计算自由度为组成体系各刚片自由度之和减去体系中联系的数目。

设体系的计算自由度为 w , 体系的单铰数为 h , 支座链杆数为 r , 体系的刚片数为 m , 则

$$w = 3m - (2h + r) \quad (2-1)$$

【例 2.1】求如图 2.4 所示体系的计算自由度 w 。

解: 体系刚片数 $m=7$, 单铰数 $h=9$, 支座链杆数 $r=4$ (其中固定端支座相当于 3 个链杆), 则

$$w = 3 \times 7 - (2 \times 9 + 4) = -1$$

【例 2.2】 求如图 2.5 所示体系的计算自由度 w 。

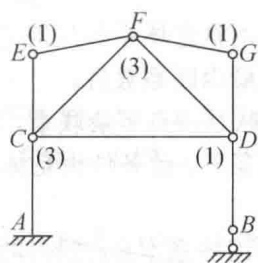


图 2.4

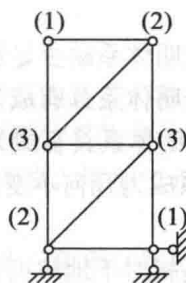


图 2.5

解：体系刚片数 $m=9$ ，单铰数 $h=12$ ，支座链杆数 $r=3$ ，则

$$w=3 \times 9 - (2 \times 12 + 3) = 0$$

如图 2.5 所示，这种完全由两端铰结的杆件所组成的体系，称为铰结链杆体系，其自由度除可用式(2-1)计算外，还可使用下面的简便公式来计算。

设体系的结点数 j ，杆件数为 b ，支座链杆数为 r ，则体系计算自由度 w 为

$$w = 2j - (b + r) \quad (2-2)$$

对于例 2.2，如按式(2-2)计算，则有

$$w = 2 \times 6 - (9 + 3) = 0$$

2.2.4 平面体系计算自由度结果分析

上面讨论了平面体系的计算自由度 w 的计算方法，那么计算自由度 $w=0$ 或 $w<0$ 是否一定表明平面体系几何不变呢？平面体系的计算自由度 w 与体系可变性是什么关系呢？下面结合图 2.6 来说明这个问题。

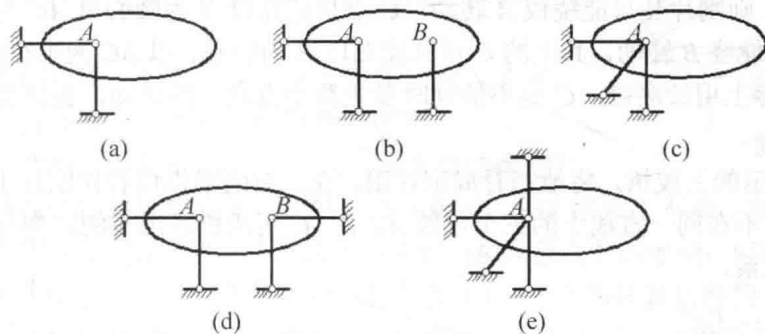


图 2.6

图 2.6(a)中， $w=1>0$ ，体系是几何可变的。

图 2.6(b)中， $w=0$ ，体系是几何不变的，且无多余联系。

图 2.6(c)中，虽是 $w=0$ ，体系却是几何可变的，有一个多余联系(刚片体系上的 A 点用两个支座链杆和地基相连就可以了，另一个就是多余的)。

图 2.6(d)中， $w=-1<0$ ，体系是几何不变的，且有一个多余联系。

图 2.6(e)中，虽 $w=-1<0$ ，体系却是几何可变的，且有两个多余联系。

以上分析可推广到一般情况,即平面体系的计算自由度 w 与体系的可变性的关系有如下 3 种结论。

- (1) $w > 0$, 表明体系缺少足够的联系, 因此可以肯定体系是几何可变的。
- (2) $w = 0$, 表明体系具有成为几何不变所需的最少联系数目。
- (3) $w < 0$, 表明体系具有成为几何不变所需的联系并有多余联系。

由上可知,体系成为几何不变需要满足 $w \leq 0$ 的条件,此条件也是体系成为几何不变的必要条件。

前面所讲 w 是相对于地球而言,工程中常先考虑体系本身(或称体系内部)的几何不变性。当不考虑体系与地球相联的问题,而仅考虑体系本身的几何不变性时,其成为几何不变的必要条件变为 $w \leq 3$ 。

这里还要说明一点,体系的计算自由度和体系的实际自由度是不同的。这是因为实际中每一个联系不一定能使体系减少一个自由度,这与联系的具体布置有关。如图 2.6(c)所示,虽 $w = 0$,但其实际自由度为 1。

以上我们知道了判断体系几何不变性的必要条件,其充分条件将在几何不变体系的组成规则中给出。

2.3 几何不变体系的简单组成规则

2.3.1 三刚片规则

三个刚片用不在同一直线上的三个单铰两两联接,组成的体系是几何不变的,且无多余联系。

如图 2.7 所示的铰结三角形,每个杆件都可看成一个刚片。若刚片 I 不动(看成地基),暂把铰 C 拆开,则刚片 II 只能绕铰 A 转动, C 点只能在以 A 为圆心以 AC 为半径的圆弧上运动;刚片 III 只能绕 B 转动,其上的 C 点只能在以 B 为圆心、以 BC 为半径的圆弧上运动。但由于 C 点实际上用铰联接, C 点不能同时发生两个方向上的运动,它只能在交点处固定不动。

如图 2.8 所示的三铰拱,将地基看成刚片 III,左、右两半拱可看作刚片 I、II,此体系是由三个刚片用不在同一直线上的三个单铰 A、B、C 两两相联组成的,为几何不变体系,而且没有多余联系。

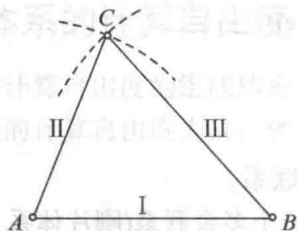


图 2.7

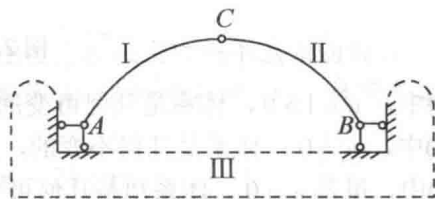


图 2.8