



数学家的智慧

胡和生 著

胡和生文集

Here π_ϵ is defined by $\pi_\epsilon = H_\epsilon^{-1} \Phi(\epsilon) L_1^{-1}$. Without loss of generality we assume that $[L_1, L_2] \in \mathcal{L}(N)$ and $L_1^{-1} L_2 \in \mathcal{L}(N)$. Then we have

$$H_\epsilon^{-1} = \begin{bmatrix} C_1(\epsilon) & C_2(\epsilon) \\ C_3(\epsilon) & C_4(\epsilon) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

respectively. Then $C_1(\epsilon) L_1^* \Phi(\epsilon)^* \Phi(\epsilon) L_1 = I_k$, $C_2(\epsilon) L_2^* \Phi(\epsilon)^* \Phi(\epsilon) L_2 = I_{N-k}$ and $C_3(\epsilon) L_1^* \Phi(\epsilon)^* \Phi(\epsilon) L_1 = 0$, $C_4(\epsilon) L_2^* \Phi(\epsilon)^* \Phi(\epsilon) L_2 = 0$.

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_\epsilon &= H_\epsilon^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I_{N-k} & 0 \end{bmatrix} H_\epsilon^{-1} = \Phi(\epsilon^{-1}) L_2 C_2(\epsilon) L_2^* \Phi(\epsilon^{-1})^*, \\ \pi_\epsilon^\perp &= H_\epsilon^{-1} \begin{bmatrix} I_k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} H_\epsilon^{-1} = \Phi(\epsilon) L_1 C_1(\epsilon) L_1^* \Phi(\epsilon)^*. \end{aligned} \quad (3.5)$$

The Darboux matrix is

$$D_\epsilon = (\pi_\epsilon + r_\epsilon \pi_\epsilon^\perp) \left(\frac{\mu - \epsilon^{-1}}{1 - \epsilon^{-1}} \right) \quad (3.6)$$

with

$$r_\epsilon = \frac{(\epsilon - 1)(\mu - \epsilon)}{(1 - \epsilon)(\bar{\epsilon}\mu - 1)} \quad (\rightarrow \mu \text{ as } \epsilon \rightarrow 0). \quad (3.7)$$

Consider the limit of $\pi_\epsilon^\perp$ (resp. π_ϵ) as $\epsilon \rightarrow 0$. At first we see that the k columns of $\Phi(\epsilon) L_1$ are invariant vectors of $\pi_\epsilon^\perp$. In fact

$$\pi_\epsilon^\perp \Phi(\epsilon) L_1 = \Phi(\epsilon) L_1 C_1(\epsilon) L_1^* \Phi(\epsilon)^* \Phi(\epsilon) L_1 = \Phi(\epsilon) L_1. \quad (3.8)$$

Denote the image of $\pi_\epsilon^\perp$ which are spanned by the k columns of $\Phi(\epsilon) L_1$ by F_ϵ .

The expansion of $\Phi(\epsilon) L_1$ as a polynomial of ϵ is denoted by

$$\Phi(\epsilon) L_1 = \tilde{X}^0 = X_0^0 + X_1^0 \epsilon + \cdots + X_n^0 \epsilon^n \quad (3.9)$$

where $X_0^0, \dots, X_n^0$ are $N \times k$ matrices. Choose some columns of X_0^0 to constitute matrix

$$\tilde{X}^1 = \tilde{X}_0^1 + \tilde{X}_1^1 \epsilon + \cdots + \tilde{X}_n^1 \epsilon^n \quad (3.10)$$

such that $\tilde{X}_0^1$ consists of linearly independent columns of X_0^0 and all other columns of X_0^0 are linear combinations of them.

The matrix $\tilde{X}^1$ is obtained by subtracting suitable linear combinations of the columns of $\tilde{X}^0$ from $\tilde{X}^0$.



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

$$\epsilon \tilde{X}^1 = \epsilon(\tilde{X}_0^1 + \tilde{X}_1^1 \epsilon + \cdots). \quad (3.11)$$

Let

$$X^1 = [\tilde{X}^1, \tilde{X}^0]. \quad (3.12)$$

数学家的智慧

胡和生 著



胡和生文集



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

数学家的智慧:胡和生文集 / 胡和生著. —上海:上海教育出版社,2017.6

ISBN 978-7-5444-7568-6

I. ①数... II. ①胡... III. ①数学—文集 IV. ①01-53

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第109419号

责任编辑 赵海燕 蒋徐巍 张莹莹

特约编辑 虞 彬

书籍设计 陆 弦

技术编辑 李伟克

印装监制 朱国范

数学家的智慧——胡和生文集

Shuxuejia de Zhihui——Hu Hesheng Wenji

胡和生 著

出 版	上海世纪出版股份有限公司 上 海 教 育 出 版 社 官 网 www.seph.com.cn 易文网 www.ewen.co
地 址	上海市永福路 123 号
邮 编	200031
发 行	上海世纪出版股份有限公司发行中心
印 刷	上海中华商务联合印刷有限公司
开 本	787×1092 1/16 印张 34.5 插页 17
版 次	2017 年 6 月第 1 版
印 次	2017 年 6 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5444-7568-6/G·6232
定 价	168.00 元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

专心致志，刻苦钻研，持之以恒，不受干扰

胡和生



胡和生在复旦大学数学研究所办公室（2005年）



胡和生与祖父名画家胡郅卿（1932年）



胡和生与表妹胡韵生（左一）在复兴公园（1933年）



胡和生与弟弟胡庚生在复兴公园（1936年）

胡和生与大姐胡冠琛（左一）、叔叔胡伯洲（左三）、大哥胡东初（左四）、弟弟胡庚生（右二）及祖父胡郊卿（1936年）





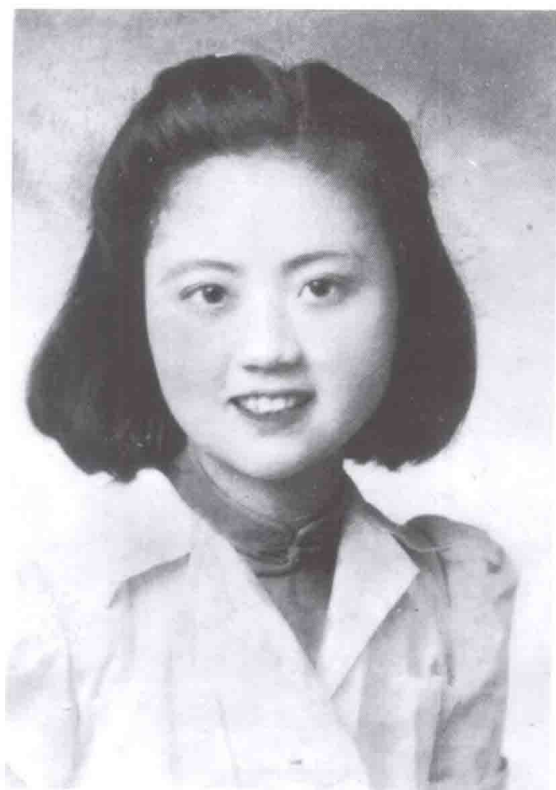
胡和生小学二年级（1935年）



胡和生小学四年级（1937年）



胡和生初中一年级（1939年）



胡和生（1948年）



胡和生与小妹胡美琛（左二）、大姐胡冠琛（左三）、二姐胡润生（左四）在杭州（1952年）



胡和生与谷超豪结婚照（1957年夏）



胡和生与苏步青、谷超豪、卢景义（后排左一）、姜国英（后排左二）、张国樑（后排左三）、黄宣国（后排右二）、陈咸平（后排右一）（1980年）



胡和生与部分家人（左一弟弟胡庚生、左二大姐胡冠琛、左三四妹胡华琛、左四小妹胡美琛、左六父亲胡伯翔、左七外甥女冯如英、右六大姐夫冯大埔、右五谷超豪、右四侄子胡晓松、右三小妹夫欧阳光中、右二外甥欧阳村茂、右一儿子谷晓明）（1984年）



胡和生与黄宣国（前排左一）、忻元龙（前排左二）、潘养廉（前排左四）、沈纯理（前排右二）、徐幼于（前排右一）及国内微分几何进修教师班学员（1986年）



谷超豪、胡和生夫妇和学生们在复旦大学数学系图书资料室，左起：成庆明、周子翔、胡和生、丁青、谷超豪、林峻岷（1987年）



谷超豪、胡和生夫妇与独子谷晓明在复旦大学第九宿舍（1988年）



胡和生与周子翔（左一）、林峻岷（右一）在复旦大学数学系图书资料室（1988年）



胡和生与时任京都大学数理解析研究所所长
Araki（1990年）



胡和生与陈省身、郑士宁夫妇、陈恕行
（1991年）



胡和生与谷超豪（1991年）



胡和生、谷超豪与苏步青（1991年）



中国科学院数学物理学部数学学科学部委员合影（1992年）

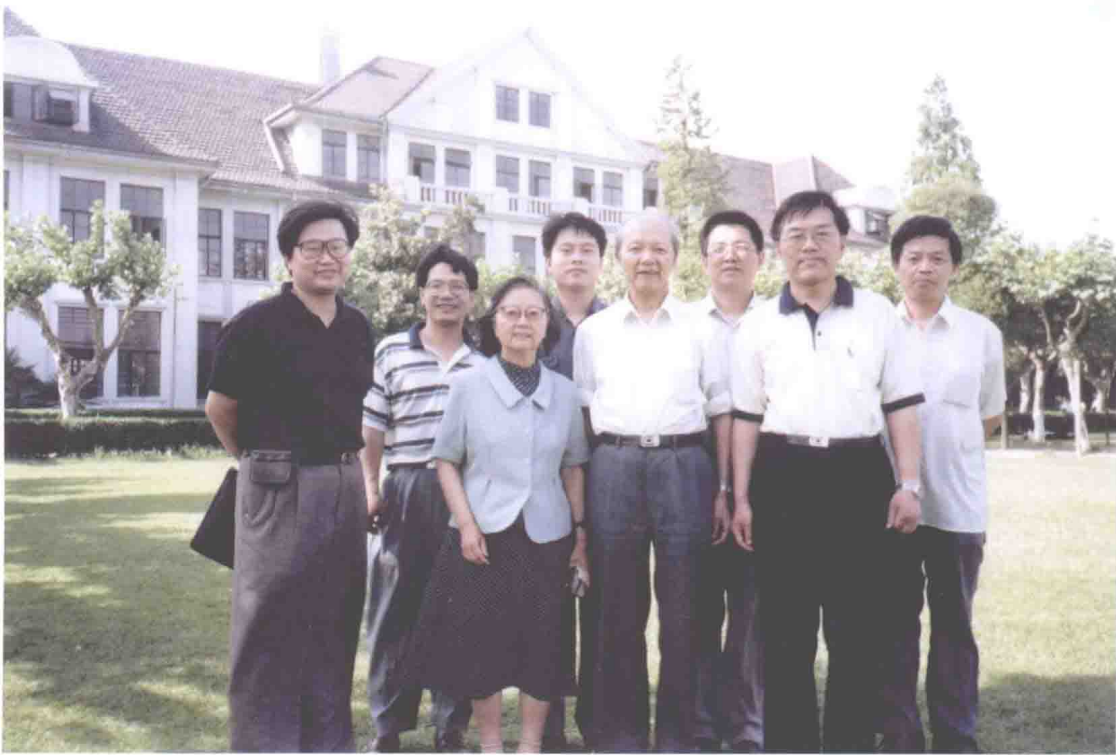


胡和生、谷超豪与洪家兴（1995年6月17日）



胡和生与陈省身、郑士宁夫妇（1995年）

胡和生、谷超豪与王红（左一）、
许洪伟（右二）、东瑜昕（右一）
在杭州大学数学系（1997年）



胡和生、谷超豪与忻元龙（右二）、林峻岷（左一）、周汝光（左二）、于祖焕（左四）、乔志军（右三）、黎镇琦（右一）（1997年）