

张丽◆著

各向异性地层井孔声场 的理论求解和数值模拟

Theoretical solution and numerical simulation
of borehole acoustic field in anisotropic formation



通化师范学院学术著作出版基金资助出版
国家社会科学基金项目(12BZW059)研究成果

各向异性地层井孔声场的 理论求解和数值模拟

张丽 / 著

吉林大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

各向异性地层井孔声场的理论求解和数值模拟 / 张
丽著. — 长春 : 吉林大学出版社, 2016.11
ISBN 978-7-5677-8195-5

I. ①各… II. ①张… III. ①声波测井—数值模拟
IV. ①P631.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 284309 号

各向异性地层井孔声场的理论求解和数值模拟

张丽 著

责任编辑：张树臣 责任校对：张树臣

封面设计：张沫沉

吉林大学出版社出版、发行

长春科普快速印刷有限公司 印刷

开本：787×1092 1/16

2016 年 11 月 第 1 版

印张：10.75 字数：160 千字

2016 年 11 月 第 1 次印刷

ISBN 978-7-5677-8195-5

定价：48.00 元

版权所有 翻印必究

社址：长春市明德路 501 号 邮编：130021

发行部电话：0431-89580028/29

网址：<http://www.jlup.com.cn>

E-mail:jlup@mail.jlu.edu.cn

目 录

第一章

绪 论	/003
1.1 引 言	/003
1.2 多极源声波测井的发展	/004
1.3 各向异性介质地层中的多极声测井研究	/008
1.4 介质对称主轴与井轴不平行的地层多极源声波测井	/010
1.5 各向异性多极源声波测井问题的进一步发展探析	/013
1.6 本文的主要内容	/014

第二章

各向异性介质中弹性波的基本理论	/019
2.1 均匀各向异性弹性固体介质	/019
2.2 几种各向异性介质	/020

第三章

立方晶系各向异性地层井孔声多极模式波频散的摄动 积分理论计算与数值分析	/027
3.1 引 言	/027
3.2 立方晶系各向异性介质中的弹性动力学	/027
3.3 用摄动积分计算立方晶系各向异性地层井孔导波的频散	/030
3.4 数值计算与分析	/034

3.4.1 单极源激发摄动量为($C_{12} = \lambda + \varepsilon\lambda$ 情况, ε 取 10%)	
数值计算与分析	/035
3.4.2 偶极源激发摄动量为($C_{12} = \lambda + \varepsilon\lambda$ 情况, ε 取 10%)	
数值计算与分析	/037
3.4.3 四极源激发摄动量为($C_{12} = \lambda + \varepsilon\lambda$ 情况, ε 取 10%)	
数值计算与分析	/039
3.5 小结	/041

第四章

摄动展开方法在 VTI 介质 - 井孔模型中的应用	/045
---------------------------	------

4.1 VTI 介质 - 井孔模型的摄动求解	/047
4.1.1 井孔外 VTI 介质场方程的摄动求解过程	/047
4.1.2 井内声场计算方法	/054
4.1.3 边界条件	/054
4.2 VTI 介质严格解的泰勒展开	/056
4.2.1 井孔中多极源激发的声波场	/057
4.2.2 VTI 介质中多极声场的严格解	/058
4.2.3 严格解向各向同性解展开	/060
4.3 数值模拟与分析	/063
4.4 小结	/086

第五章

摄动展开方法在 HTI 介质 - 井孔模型中的应用	/091
---------------------------	------

5.1 位移势方程	/091
5.2 摄动展开	/093
5.3 柱坐标中位移势的表示	/095
5.4 应力应变关系	/096
5.5 柱坐标系中的应力分量表示	/098
5.6 总位移和应力	/101
5.7 井孔中的波场	/102

5.8 边界条件	/102
5.9 数值分析	/105
5.10 小结	/117

第六章

VTI 和 HTI 介质井孔中声场的频率 – 波数分析	/121
6.1 VTI 模型下频率 – 波数分析	/121
6.2 HTI 模型下井中波场的频率 – 波数分析	/129
6.3 小结	/144

第七章

全文总结	/147
附 录	/150
参考文献	/156

第一章

D I Y I Z H A N G



绪 论

1.1 引 言

声波测井是矿场地球物理技术中发展得最迅速的方法之一，声波测井可以提供地层岩性参数(纵波和横波声速、弹性模量、泊松比)和储层参数(孔隙度、渗透率和含油饱和度)的直接的和潜在的可能性，使声波测井理论和方法研究持续不断并十分活跃。

在一个被无限的地层介质包围的流体井孔中，由声源激发的声波在井壁上产生反射和透射，在井孔中形成了极为复杂的声波场。井中声场包含纵波、横波到达和导波，这些波具有不同的激发与传播机制，并在实验室模型实验和现场实验中被证实(Roever et. al. 1974^[1]; Schoenberg et. al. 1981^[2]; Chen 1982^[3]; Aron et. al. 1978^[4])。由于地层纵波快于地层横波，地层横波快于导波，在井中接收到的波场中，纵波最先到达，横波其次，导波最后到达，因而纵波能够较容易地被直接探测到，首波声速是声波测井中最早被利用的信息。

地层横波携带了较多的地层信息，在确定地层弹性模量、孔隙度、流(含气)体饱和度和裂缝以及各向异性等参数上具有重要意义。因此在地震勘探和声波测井研究中横波的激发和传播机制及其拾取都是人们十分关心的问题。在多极源声波测井问世以前，人们都是研究具有轴对称场的激发和接收的声波测井问题，开展了大量的关于流体井孔中弹性波传播的理论和实验工作(Biot 1952^[5]; White 1962^[6]; White and Zechman 1968^[7]; Petersom 1974^[8]; Tsang and Rader 1979^[9]; 王克协等, 1979^[10,11])及声波信号处理技术(Cheng 1981^[12]; Kimball 1984^[13]; Ingram 1985^[14]; Hsu

1985^[15]；伍先运，1994^[16]等等)。在硬地层(地层横波速度大于井中流体波速度)下，经过一些信号技术方面的处理，可以从常规测井的全波列中提取横波，或根据斯东利(Stoneley)波速度反演来求取横波速度，这些方法通常称为间接横波速度测井，利用这些方法求取地层横波速度也并不是那么容易。然而在软地层(地层横波速度小于井中流体波速度)下，很难从记录的声全波信号中提取地层横波，而地层横波信息(速度和幅度等)对测井解释和地震勘探日趋重要，这就激发了人们在继续研究和改进信号提取技术的同时去进一步寻求直接获取横波信息的其它途径。

White (1967)^[17]首先提出利用偶极子声源激发弯曲波(*Flexural wave*)来实现直接横波速度测井。直到八十年代，人们才开始对利用多极源(偶极源和四极源)声波测井方法开展了较多的理论和实验工作(Kurkjian 1986^[18-19]；Winbow 1984，1985^[20-21]；Chen 1988，1989^[22-23])。在偶极源和四极源激发的声场中，在低频区域纵波部分受到压抑，而横波部分得到加强且受其它分波的影响较小，从而使得横波成为首波实现直接横波速度测井，这些已被实验证实(Zemanek et. al. 1984^[24]；Angona et. al. 1987^[25])。

与地层横波信息密切相关的另一因素是地层的各向异性，各向异性在地震勘探和声波测井中极大地吸引了人们的研究兴趣(Crampin 1984, 1985^[26-27]；White and Tongtaow 1981^[28]；Schmitt 1989^[29]；Zhang Bi-Xing (张碧星) et. al. 1994, 1995, 1996^[30-32])。在实际沉积岩中，地层介质一般都不是各向同性的弹性介质，都不同程度地存在各向异性。地层各向异性是由于地层中存在薄层及二重和三重应力构造的微结构以及天然裂缝等因素引起的。因此利用声波测井资料来研究地层的各向异性，从而对周围地层的各向异性作出分析与判断具有极为重要的意义。

1.2 多极源声波测井的发展

常规声波测井和长源距声波测井利用的是对称声源(单极源)，在井孔内、外激发的声波场具有轴向对称性。在全波记录中横波总是出现在纵波

和导波之间，经常因与前后波群的叠加，很难被准确提取。对声速较低的地层，这种情况更为明显。

White (1967)^[17]提出偶极子源能产生横波信息以后，White 1968^[33]还根据偶极子概念提出了可能的横波速度测井仪。Tongtaow 1980^[34]采用一系列数学模型作了发展。White 和 Tongtaow 都没有清楚地说明在低频时使用偶极测井仪的重要性。Kitsunezaki 1980^[35]研制了一种以低频工作的电磁驱动偶极子横波测井仪，以便在软地层下实现连续横波测井，他证实了使用该仪器在近地表层中能探测到纯的横波信号。Zemanek et. al. 1984^[24]，Winbow et. al. 1986^[36]，和 Angona et. al. 1987^[25]为了解决 Kitsunezaki 1980 提出的偶极源测井的实用范围，提出了一种压电偶极子横波测井仪，经过许多口井的现场试验，在硬、软地层下均能得到较好的结果。Chen 1988，1989^[22-23]在实验室范围内用 40: 1 和 25: 1 的缩小超声井孔模型模拟了偶极子源和四极源激发的声波场，在硬地层和软地层下分别证实了偶极源和四极源能够实现横波速度测井。

对于一定地层的横波速度测井都有一个最佳的频率范围，在这范围内横波信号明显强于纵波，该最佳频率范围随地层横波速度而变化。对于一个 10 英寸的井径，表 1 给出了利用偶极源直接横波测井的最佳频率范围。

表 1-1 偶极源横波测井中最佳频率与地层横波速度的关系

地层横波速度的近似范围(m/s)	最佳频率范围(KHz)
5000 - 6000	1.5 - 7.5
6000 - 7000	3.0 - 12
7000 - 8000	4.0 - 16
8000 - 9000	4.5 - 20

关于流体井孔中多极源激发的弹性声波场，人们在理论上进行了较为深入的研究工作。Roever 1974^[1]首先对偏离井轴的脉冲对称点源激发的声波场进行了理论研究，不仅考查了单极声场部分，而且分析了非对称的高

阶声场部分。Kurkjian 1986^[18-19]研究了低频水平点力在弹性固体地层井孔中激发的辐射声波场。并作出了低频远场近似，他还对弹性固体井孔中多极源激发的声波场进行了详细的介绍和研究。Winbow 1984, 1985^[20-21]分析了弹性固体井孔中的多极声场特性，并指出偶极源在适当频率范围内总能有效地压制纵波增强横波，使得横波成为首波而实现直接横波速度测井。对于给定级数 n 的多极源及接收源距 z ，他指出(折射)纵波与 $1/zn + 1$ 成正比，而(折射)横波与 $1/z|n - 1| + 1$ 成正比，从而对于单极源($n = 0$)，在 z 较大时，纵波占主要地位，而对于偶极和四极源($n = 1, 2$)，横波则占主要地位。Schmitt 1987^[37]则进一步研究了双相介质地层井孔中的多极源激发的多极声场，分析了原地层渗透率对非对称源激发的模式波产生的影响；Bake 1988^[38]对多极源在地层介质中的探测深度作了研究，发现偶极源和四极源在常规测井频率范围(10 ~ 20 KHz)内对原地层进行 P 波探测时，测得的信噪比要比用单极源探测时高，用偶极源和四极源对原地层的探测深度比单极源高二到三倍。最近，一些处理多极源声场数据来获取地层横波速度等参数的方法也已被提出(Tang et. al. 1995^[39]，Ellefsen et. al. 1992, 1993^[40-41])。

国内这方面的工作从八十年代后期开始，张金钟等 1988^[42]在 Roever 1974 基础上对裸眼井中非对称的模式波进行了频散分析，朱正亚 1990^[43]在 Kurkjian 等人推导的数学公式基础上数值模拟了弹性固体井孔中的多极声场，并利用 PZT 压电晶体片的弯曲模式，制作了偶极子换能器，分别在模拟井和现场井中进行了测试。关于偶极子声波横波测井仪器，谢忠联 1989^[44]作了概括性介绍；王旭高等 1995^[45]研究了横波测井的原理和方法。

一些研究者(Winbow 1984, 1988^[20,46]；朱正亚等 1994^[47])在研究偶极源直接横波测井时认为，偶极源能激发出一种弯曲模式波，该模式波具有截止频率且有无穷多个高阶模式，在其截止频率处，弯曲模式波的传播速度等于地层的横波速度，因而在低频段当偶极源频率处在弯曲模式波截止频率附近时，就能够在时域全波列信号中获取该弯曲波。显然他们认为低频横波测井中测得的是弯曲模式波而不是真正的地层横波。然而进一步

的研究(Zhang Bixing et. al. 1994, 1995^[30,31,48])表明:(弯曲)模式波虽然在截止频率处的传播速度等于地层横波速度,但此时模式波的强度却精确地等于零,而当模式波强度不为零时,其传播速度却低于地层横波速度,而且是高度频散的,这说明了在多极源低频横波测井中测得的并不是模式波。另一方面,通过研究绕横波支点的割线积分可发现,在低频临界折射横波的频谱中具有一个共振频率^[52,55],由于该共振峰的存在贡献了低频全波列中的主要成份,该成份以地层横波速度传播且无频散特性。由此可以确定测得的是能够直接给出地层横波速度的首波波至,它并不是高度频散的模式波,而是无频散的临界折射横波。

关于纵波和横波的激发与传播机制问题,尽管首波是声波测井中最早被利用的信息,但至今还不能说完全清楚。在现行的首波理论中,人们将纵波和横波分别表示为绕纵波和横波支点的竖直割线积分,即表示为垂直于波数 k 的实轴的路径积分(Tsang and Rader 1979^[9]; Kurkjian 1985^[49]; 董庆德等,1991^[50])。张海澜和王秀明等 1995^[51]研究了不同黎曼叶上的复极点(泄漏模式)对纵波和横波的贡献,并指出在源距不太大和大泊松比时,泄漏模式的影响是不可忽视的。这一工作虽然是在各向同性介质及单极源下完成的,但在多极源(包括各向异性地层)情况下会遇到类似的问题,在多极源下关于泄漏模式的研究目前已经有人在研究。由于复极点对应于较强的衰减,在长源距接收信号时,泄漏模式的贡献很小,人们常常不考虑它的影响。张碧星 1991, 1993, 1995^[48,52-54]研究了硬、软双相介质层下的井孔多极声波场,除分析了导波的频散特性及时域波形外,还着重研究了与多极源割线积分对应的临界折射纵波和临界折射横波的激发与传播;王秀明等 1992^[55]研究了软地层下弹性固体井孔中多极源激发的纵波和横波的传播机制。

井孔纵波和横波都具有很强的共振激发特性,在频率域具有一系列的共振频率和共振峰值。对于单极源,纵波和横波的第一个共振峰值靠得较近,相互之间的影响较大,因而在时域波形中难以拾取迟到的横波。而随着多极子级数的增加,纵波的第一个共振峰向高频方向移动,以至纵波和横波的第一共振峰值彼此分开,在低频范围内只有一个横波的共振峰,从

而在全波波列中能够较方便地提取横波信息。

以上关于多极源的工作都是在多极源处在井轴上的条件下完成的，对于偏离井轴的多极源声测井问题也有作者研究过，Leslie and Randall 1990^[56] 和 Schmitt 1993^[57] 研究了偏轴放置的偶极源激发的声波场；Zhang Bixing 1996(张碧星)^[58] 研究了柱状声系偏离井轴时激发的声测井问题，提出了一种拾取横波的新方法。

多极源声波测井是一种直接横波测井，这一新技术问世以来已取得了很大的进展。它具有很强的生命力，而且很有经济价值，也是非常有潜力的一种新的测井技术。目前关于多极源声波测井的仪器已由多家推出，而且国外已大部分实现了工业化应用。但无论在原理、方法和探头仪器等方面都存在着问题，还并不成熟，有待于进一步的提高和发展。

1.3 各向异性介质地层中的多极声测井研究

随着人们认识的不断深入，发现了一些利用各向同性介质模型无法解释的现象，如波的传播速度随传播方向而发生变化；不同类型的体波之间发生耦合；横波发生分裂；面波速度频散依赖于其传播方向等。人们在许多国家和地区进行实地考查，都不同程度地发现了地层中各向异性介质的存在，近些年来，对各向异性介质地层的研究逐渐被人们所重视。

人们对于各向异性地层弹性波传播的研究开始于地震勘探研究领域中，Postma 1955^[59] 首先注意到了介质各向异性的存在，Heibig 1956^[60] 发现了地层各向异性对时间剖面和深度剖面转换的影响。经过 Hudson 1981^[61]，Crampin 1984，1985^[26-27] 等人的努力，认为裂隙定向分布可以产生各向异性效应，并提出了应力应变关系，将弹性常数与裂隙分布参数联系起来了，这使得在各向异性地层下的弹性波场的研究取得了很大的进展。人们认为对于具有 21 个弹性常数的全方位各向异性的研究似乎没有必要，而注重于含有 5 个弹性常数的横向各向同性介质的研究，这主要是因为对于油气藏具有重要意义的周期薄互层 (periodic thin-layer, 或 PTL) 与裂隙定向分布 (广泛扩容性各向异性，extensive-dilatancy anisotropy，或

EDA) 的介质模型在长波假设下均等效于横向各向同性介质模型。因此横向各向同性介质成为了人们研究各向异性介质的重要课题。

八十年代以来, 各向异性介质在地震波研究领域中取得了比较迅速的发展, 这激起了人们对于各向异性介质地层下的声波测井研究的兴趣。对于多极源声波测井, 国内、外科技工作者开展了较多的工作。实际上, 多极源声波测井除在软地层下能检测到横波外, 更有意义的是可能对地层的各向异性做出探测。例如在井眼周围的裂隙性地层中存在着不对称的泄流和注水格局, 了解裂缝延伸方向对最有效地开采天然裂缝储集层和水力压开裂缝储集层有十分重要的意义。除非在浅层, 这种天然微裂缝或可能被压开的潜在裂缝通常是垂直的或接近垂直的。而裂缝走向的不均匀性表现为地层的各向异性, 会引起沿不同方向偏振的横波的传播速度不相同, 即产生横波双折射。所以利用声波横波双折射可以探测地层的各向异性, 进而可以预测裂缝的走向, 这一点不仅已被实验所证实, 而且已被用于预测裂缝的走向。但以往声波测井是通过对岩芯各向异性测量来实现的, 这只有对岩芯井才能进行。如果能通过测井手段将地层的各向异性作出探测, 不仅可以逐口井地进行, 而且测得的是关于原地层的信息。

White and Tongtaow 1981^[28] 利用对称柱源研究了横向各向同性地层井孔中的声波场特性; Chan and Tsang 1983^[62] 则采用对称点源分析了柱状分层的横向各向同性介质井孔中的声波场, 着重研究了临界折射体波的机制; Tongtaow 1982^[63] 和 Rice 1987^[64] 在横向各向同性弹性固体介质模型下分别研究了偶极源和四极源激发的井孔声波场, 显示了一种可能的关于横向各向同性的横波测井方法; Ellef sen et. al. 1988^[65] 利用 Rayleigh 原理研究了模式波的性质, 这些研究都是在各向异性弹性固体介质模型下进行的。Schmitt 1989^[29] 则进一步对柱状分层的横向各向同性[包含有遵从 Biot 1955^[66] 理论的横向各向同性双向介质]地层模型井孔中导波和时域全波声场进行了详细的数值研究, 并分析了套管井和浸入带的影响, Zhang Bixing et. al. 1994, 1995^[30-31] 针对横向各向同性弹性固体及横向各向同性双相介质地层, 在导波频散特性分析的基础上进一步研究了与多极源割线积分对应的临界折射波的激发与传播机制。

在横向各向同性介质中，不同类型的体波是耦合在一起的，形成似 P 波、似 S V 波，在各向异性双相介质中纵波和横波耦合形成似 P1 波、似 P2 波和似 S V 波以及两种 S H 波。而且这些波沿不同方向传播的速度是不相同的，在给定方向上具有确定的传播速度，如利用多极源声波测井来获取沿井传播的不同性质的波的速度，即可得到关于地层介质的多个弹性常数，从而可对地层的各向异性作出分析与判断。

当横向各向同性地层介质的对称主轴与井轴平行时，体系的弹性波场具有统一的角度因子 $\cos n\theta$ ，该情况下的声波测井探测不到水平面内的各向异性（假定井轴是竖直的），例如偶极源（ $n = 1$ ）情形，对于偶极子发射和接收换能器的偏振方向相互垂直时，则接收不到任何信号，而在相互平行或反平行时则可接收到最强的信号。然而在有水平面内各向异性介质出现时，即当 PTL 地层介质对称主轴与井轴不平行时，就不会出现这种情况，在偶极激发时可能不是在相互垂直而是在其它某些特殊的位置上会接收不到场信号，而在另外一些特殊位置上接收到的信号最强，这些特征可以从水平面内介质的各向异性上得到解释。从这一特性中还可看出，如果采用单极对称点源来进行这种各向异性探测，则会丧失许多有用的信息，这也说明了多极源在各向异性探测上所具有的优势。

1.4 介质对称主轴与井轴不平行的地层多极源声波测井

由于声波测井中柱状井筒的存在，通常采用以井轴为 z 轴的圆柱坐标系 (r, θ, z) 。当横向各向同性介质的对称主轴与井轴平行时，介质中的弹性波方程能够严格求解（上面所讨论的关于横向各向同性介质地层的工作都属于这种情况），在这种模型中，由于地层中沿井轴方向传播的 S H 波和 S V 波的速度相同，因此在井孔中是观测不到横波双折射现象的。实际上，横向各向同性介质地层的对称主轴常常与井轴不平行，这使得沿井轴方向传播的不同方向偏振的横波速度并不相同，在井中应该能够观测到横波双折射现象，为模拟这种情况，必须采用地层介质对称主轴与井轴并不平行的各向异性介质地层——井孔模型。但是在这样的物理模型下，求

解波动方程时将会遇到数学上的困难，径向 r 和水平切向 θ 的波函数耦合在一起，不能通过变量分离法来严格求解井孔内、外的声波场，找不到精确的解析解。

这种地层是目前最为接近实际介质的地层——井孔模型，人们还只能采用一些近似的方法进行研究。然而即使这样的研究工作也不多见，主要是因为体系井轴对称性的破缺使得该情况下的井孔弹性动力学成为一个难题，这种破缺影响着人们对井中弹性波场的激发与传播机制的认识。

Leveille and Serriff 1989^[67] 在横向各向同性介质对称主轴与井轴垂直的模型中分析了管波(tube wave)的低频极限，并得到了井孔中水平点力源激发的位移场；Nicoletis et. al. 1990^[68] 在同样的各向异性地层情况下也对管波的低频极限作了研究和分析；Norris and Sinha 1993^[69] 研究了弱各向异性介质主轴与井轴斜交时的管波特性，得到了管波速度与 θ (介质对称轴与井轴的夹角)的关系曲线，并研究了管波速度的反演问题。但这些方法都不能够对井孔内外的波场作出更深入的研究。

Leslie and Randall 1992^[70] 采用有限差分方法计算了各向异性介质地层井孔中单极和偶极源激发的时域全波波形，并利用 Prony 法(Lang et. al. 1987)进行处理得到了斯东利波和弯曲波的频散曲线；Randall 1991^[71] 在二维柱坐标系中采用交错网格有限差分法研究非轴对称地层——井眼模型中的多极源激发的声波场；另外，Cheng et. al. 1995^[72]，Kurkjian et. al. 1994^[73]，Yoon and McMechan 1992^[74] Avdeev D B, 2002^[75]，Tompkins M J, 2004^[76] 等人都用有限差分法对井外复杂地层作过研究和分析。虽然这一数值计算方法能够处理任意类型的各向异性地层，然而与解析解相比，它的计算精度与计算速度当时限制了人们的研究兴趣，而且这些数值解法不便于物理分析，很难给出各分波在传播机制上的差异和特性。

Ellefsen et. al. 1990^[77] 针对弱的各向异性介质对称轴与井轴垂直的情况，首先提出了一种变分法(variational method)，计算了流体井孔中沿井传播的弯曲模式波的频散曲线。该方法对沿 z 轴(井轴)传播的因子采用解析的表达式 $e^{ik_z z}$ ，而对垂直于井孔的平面波动则用有限元方法来处理，这