

“十三五”国家重点出版物出版规划项目



世界名校名家基础教育系列

Textbooks of Base Disciplines from World's Top Universities and Experts

# Nonlinear Dynamics and Chaos

## 非线性动力学 与混沌

翻译版 · 原书第 2 版

[美] 史蒂芬 H. 斯托加茨 (Steven H. Strogatz) 著

孙梅 汪小帆 等译



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

“十三五”国家重点出版物出版规划项目



世界名校名家基础教育系列

Textbooks of Base Disciplines from World's Top Universities and Experts

# 非线性动力学与混沌

(翻译版·原书第2版)

[美] 史蒂芬 H. 斯托加茨 (Steven H. Strogatz) 著

孙梅 汪小帆 董高高 贾强 译



机械工业出版社

Nonlinear Dynamics And Chaos, 2nd Edition by Steven H. Strogatz

Copyright © 2015 by Steven H. Strogatz

Simplified Chinese translation copyright © 2017 by China Machine Press

This edition published by arrangement with Westview Press, an imprint of Perseus Books, LLC, a subsidiary of Hachette Book Group, Inc., New York, New York, USA. Through Bardon - Chinese Media Agency (博达著作权代理有限公司). ALL RIGHTS RESERVED.

本书由 Westview Press 授权机械工业出版社在中国境内（不包括香港、澳门特别行政区以及台湾地区）出版与发行。未经许可之出口，视为违反著作权法，将受法律之制裁。

北京市版权局著作权合同登记号：图字 01-2014-4754 号。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

非线性动力学与混沌：翻译版·原书第 2 版/(美) 史蒂芬·斯托加茨 (Steven H. Strogatz) 著；孙梅等译。—北京：机械工业出版社，2016.10

书名原文：Nonlinear Dynamics And Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry, And Engineering

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

ISBN 978-7-111-54894-2

I. ①非… II. ①史… ②孙… III. ①非线性力学-动力学系统-混沌理论-研究 IV. ①TP27

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 224275 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑：张金奎 责任编辑：张金奎 李乐 汤嘉

责任校对：张晓蓉 封面设计：张静

责任印制：常天培

保定市中华美凯印刷有限公司印刷

2017 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

148mm × 210mm · 15.875 印张 · 3 插页 · 486 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-54894-2

定价：78.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

服务咨询热线：010-88379833

读者购书热线：010-88379649

网络服务

机工官网：[www.cmpbook.com](http://www.cmpbook.com)

机工官博：[weibo.com/cmp1952](http://weibo.com/cmp1952)

教育服务网：[www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com)

金书网：[www.golden-book.com](http://www.golden-book.com)

封面无防伪标均为盗版

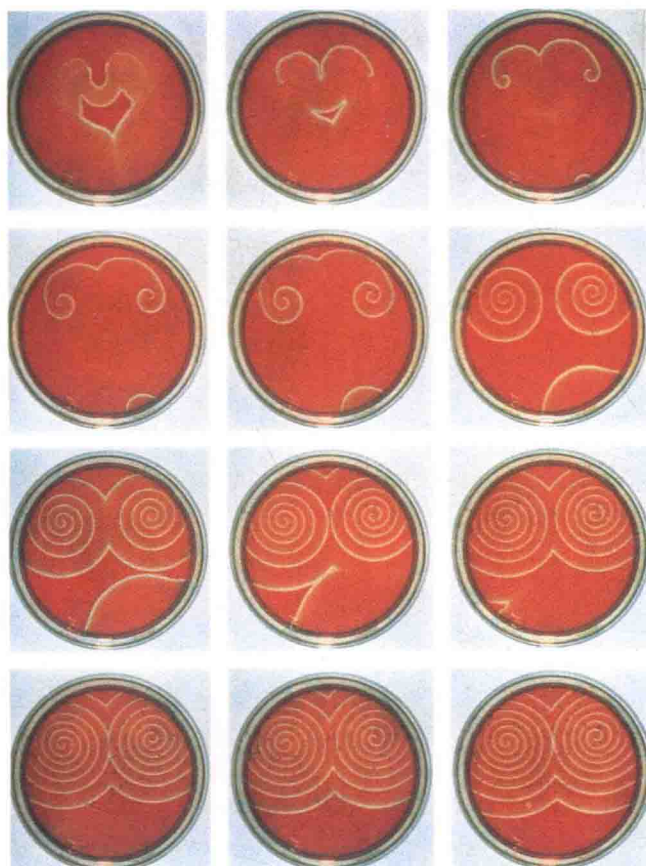


插图 1: 浅盘中 B-Z 反应的化学反应螺旋波 (8.3 节)。图片的阅读顺序为自左到右, 由上往下。左上图中所示的复杂初始情形由热导线触碰液体所触发, 继而引发不断扩大的氧化环形波, 再通过轻摇浅盘以干扰环形波。随着时间推进, 静止的橙色液体上的蓝色波纹不断扩散传播。当两波发生碰撞时, 两者相互抵消, 类似于草原上迎面相遇的火焰。最后系统自组织为一对反向波。图片来自 Winfree (1974), 由 Fritz Goro 拍摄。

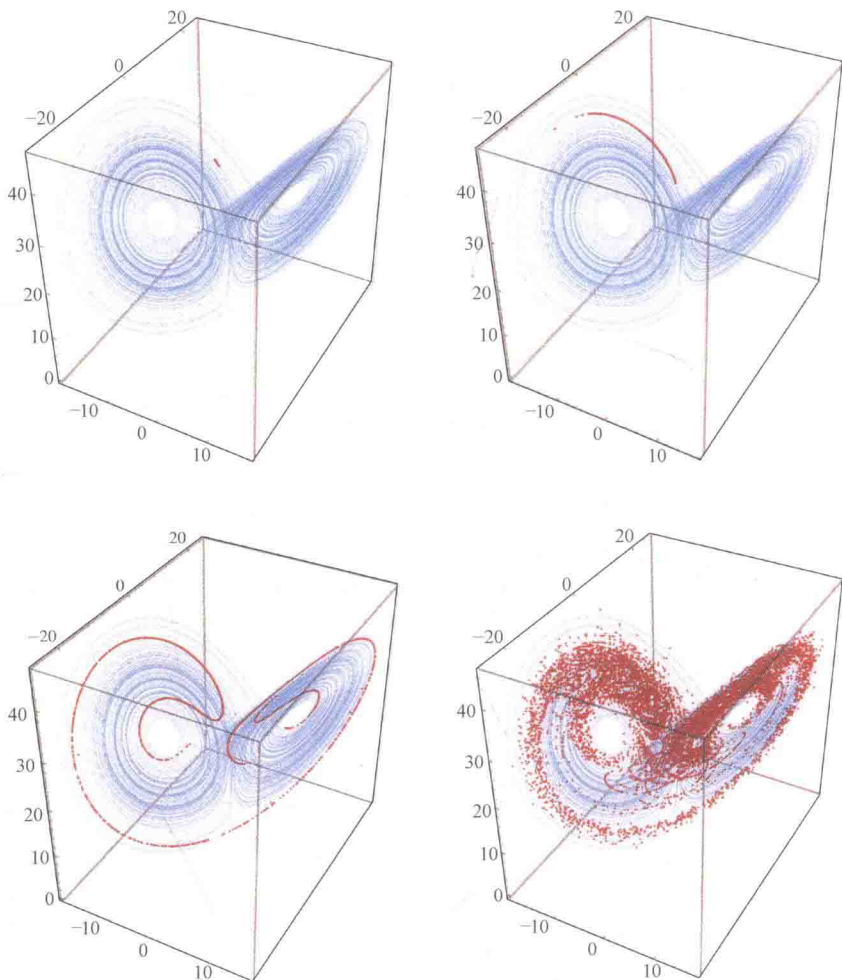


插图 2: 洛伦兹吸引子中相邻轨道的分离 (9.3 节)。洛伦兹吸引子用蓝色表示。红色点展示了初始条件附近 10000 个小球形区域的演化, 对应时刻为  $t = 3, 6, 9, 15$ 。当每个点根据洛伦兹方程移动时, 每个球形被拉伸为细长的丝状, 进而在吸引子中到处缠绕。最终这些点扩散到吸引子上很多区域, 表示最终态几乎遍布各处, 尽管各初始条件几乎相同。这种对初始条件的敏感依赖性 是混沌系统的特征。

该插图受到 Crutchfield 等人 (1986) 的启发。数值积分与计算机画图由 Thanos Siapas 利用方程 (9.2.1) 完成, 相应参数为  $\sigma = 10, b = 8/3, r = 28$ 。

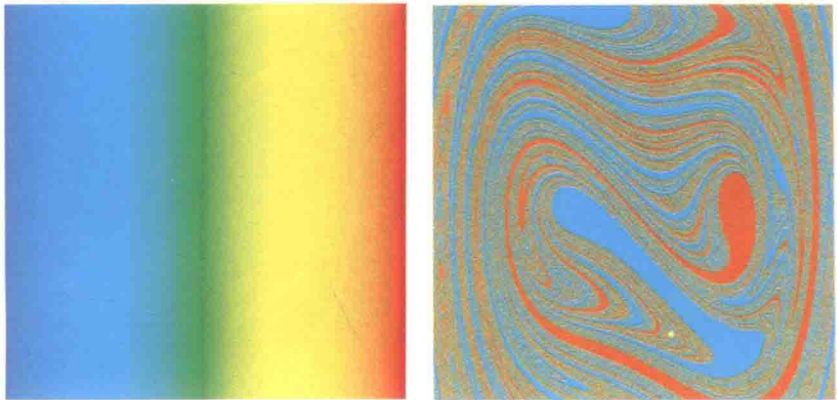


插图 3：周期驱动的双阱振子

$$x' = y, \quad y' = x - x^3 - \delta y + F \cos \omega t$$

的分形吸引域边界，参数为  $\delta = 0.25$ ,  $F = 0.25$ ,  $\omega = 1$  (12.5 节)。对上述参数值，系统有两个周期吸引子，对应局限于左阱或右阱的受迫振动。

(a) 彩色图：方形区域  $-2.5 \leq x, y \leq 2.5$  被分为  $900 \times 900$  的单元，每个单元根据其中心的  $x$  值进行彩色编码。

(b) 吸引域：每个单元根据它在多个驱动周期后的命运进行彩色编码。粗略地说，若轨迹最终在右阱中振动，其初始单元为红色；若其最终在左阱中，则初始单元为蓝色。更准确些，给定某单元中心的初始点  $(x_0, y_0)$ ，计算  $t = 73 \times 2\pi/\omega$  时（即 73 个驱动周期后）的状态  $(x(t), y(t))$ ，并根据  $x(t)$  的值对初始单元进行彩色编码，这些吸引域形状很复杂，它们之间的边界为分形 (Moon 与 Li, 1985)。在边界附近，初始条件的轻微变化可导致完全不同的结果。

数值计算由 Thanos Siapas 在 Thinking Machines CM-5 并行计算机上利用五阶 Runge-Kutta-Fehlberg 方法给出。

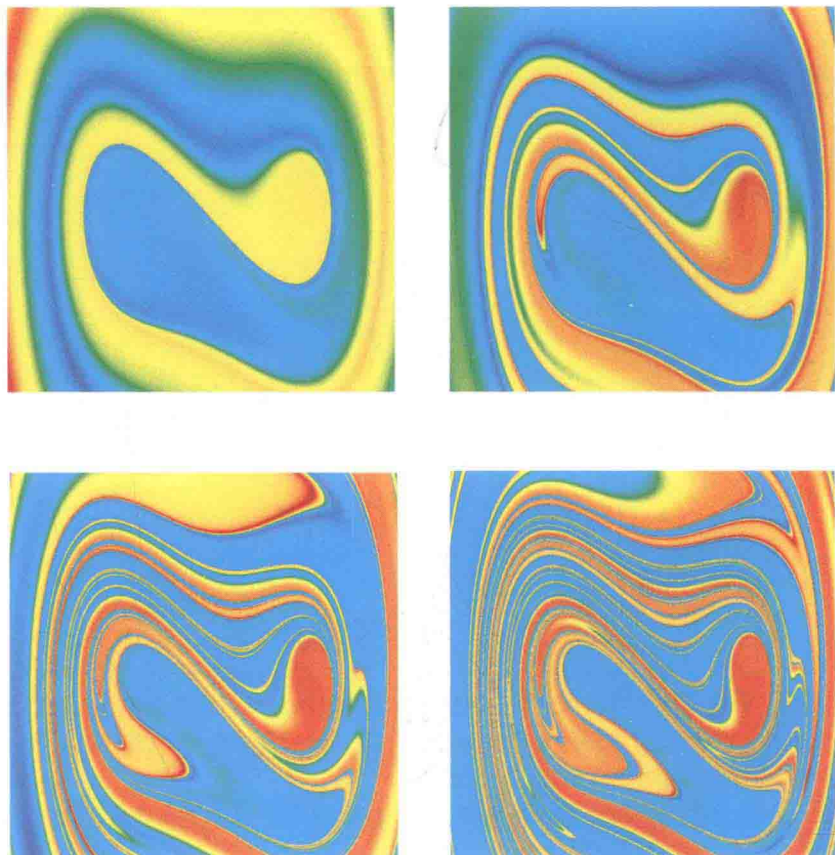


插图 4: 周期驱动双阱振子的短期行为图。方程、参数及彩色比编码与插图 3 相同。但是, 这些插图不是展示系统的渐近行为, 而是分别给出了仅在 1、2、3 及 4 个驱动周期后  $x(t)$  的彩色编码值。红色与蓝色区域对应着快速收敛到两个吸引子之一的初始条件。吸引域边界附近看起来如同彩虹一般, 因为那些初始条件在作图时间内产生了远离每个吸引子的轨迹。

随着科学、技术与信息化的发展，各学科的研究正处在非线性的大时代洪流中。传统的线性化方法已无法准确把握和理解我们当前所认知的诸多领域，特别是其中有关演化动力学的问题。非线性动力学能够精确地刻画与模拟这一挑战性问题，如机械系统中的过阻尼运动、激光的运作、流体中湍流的形成、约瑟夫森结的超导等。利用非线性动力学理论所建立的模型不仅能够反映各系统的规律性，还可能预测其未来的动力学演化特性，这为解决各学科中的非线性问题提供了理论指导与借鉴。

当今的很多非线性动力学方面的教材比较注重非线性理论的严谨性，而缺乏引人入胜的问题导入、浅显易懂的实际例子及激发思维的课后练习。科学的严谨与逻辑的严密往往使人对非线性科学无限憧憬却又望洋兴叹。本书是一本既严谨又有趣，既高大上又浅显易懂的非线性科学领域的著作。本书在第1和第2部分详细地介绍了一维和二维非线性系统中所蕴含的非线性动力学问题。最后一部分介绍了被称为20世纪物理学的三次重大革命之一的混沌理论，从混沌的起源、分形和奇怪吸引子三方面进行细致的解读和描述。无论在非线性动力学基础概念的介绍、重要定理的假设、推导等方面，还是在各学科中的理论验证与应用方面，作者都选择恰当的实例进行深入浅出的引导，并对其在各学科中所蕴含的意义进行阐述。这使得不同学科背景的读者能够无差别地读取和索用。此外，书中每一节后给出的练习题也将使读者在非线性动力学的浩瀚知识海洋中流连忘返，迸发思维的火花。

本书由国际著名非线性动力学专家 Steven H. Strogatz 教授所撰写，



他于1986年取得哈佛大学应用数学博士学位,曾任教于麻省理工学院,现供职于美国康奈尔大学,目前已发表著作200多篇,其著作引用次数达到16300多次。

本书由江苏大学应用系统分析研究院团队成员共同翻译完成,其中第1部分由贾强博士翻译,第2部分由董高高博士翻译,第3部分由孙梅教授翻译。江苏大学应用系统分析研究院的韩敦博士、高翠侠博士、张培培博士及高安娜博士对书稿进行了校对。孙梅教授与上海交通大学汪小帆教授对书稿做了全面的校对和审查。

诚挚地希望广大专家、读者对本书翻译中的错误、不当之处批评指正。

译 者

## 第2版 前言

在本书第一次出版以来的 20 年里，非线性动力学的思想与方法已被应用到很多激动人心的新领域，如系统生物学、演化博弈论、社会物理学等。为了介绍一些新的进展，我已增加了 20 道重要的练习题，希望能吸引读者学习更多内容。这些领域和应用包括（相关的练习题在其后的圆括号中列出）

动物行为：日本树蛙的叫声节律（8.6.9）

经典力学：具有二次阻尼的驱动摆（8.5.5）

生态学：猎食模型；周期性捕鱼（7.2.18、8.5.4）

演化博弈论：石头-剪刀-布（6.5.20、7.3.12）

语言学：语言消亡（2.3.6）

生命起源前的化学反应：超循环（6.4.10）

心理学与文学作品《乱世佳人》中的爱情动力学（7.2.19）

宏观经济学：国民经济的凯恩斯交叉模型（6.4.9）

数学：反复取幂（10.4.11）

神经科学：视觉中的双目竞争（8.1.14、8.2.17）

社会物理学：观点动力学（6.4.11、8.1.15）

系统生物学：蛋白质动力学（3.7.7、3.7.8）

感谢我的同事 Danny Abrams、Bob Behringer、Dirk Brockmann、Michael Elowitz、Roy Goodman、Jeff Hasty、Chad Higdon-Topaz、Mogens Jensen、Nancy Kopell、Tanya Leise、Govind Menon、Richard Murray、Mary Silber、Jim Sochacki、Jean-Luc Thiffeault、John Tyson、Chris Wiggins，以及 Mary Lou Zeeman 对新增练习题提出的建议。特别感谢 Bard Ermentrout 设计的关于日本树蛙（8.6.9）与双目竞争的练

习题（8.1.14、8.2.17），以及 Jordi Garcia-Ojalvo 能分享关于系统生物学的练习题（3.7.7、3.7.8）。

另外，除了某些地方的更正与更新之外，第1版的目标、组织结构与文字都未改动。感谢来信提出建议的所有师生。

很高兴能与 Westview 出版社的 Sue Caulfield、Priscilla Mcgeehon，以及 Cathleen Tetro 一起合作。多谢你们的指导与无微不至的关心。

最后，我深深地感谢我的妻子 Carole、女儿 Leah 和 Jo，以及我的小狗 Murray，容忍我在本书写作中造成的各种干扰，并带给我欢笑。

史蒂芬·斯托加茨

纽约伊萨卡

2014

## 第1版 前言

本书主要面向非线性动力学与混沌领域的初学者，特别是第一次选择该课程的学生。它的基础是我已在麻省理工学院教过多年的为期一学期的课程。目标是尽可能清楚地解释数学知识，并展示如何用数学来理解非线性世界中的很多奥秘。

本书的数学处理简单易懂，虽不太正式，却也非常谨慎。强调结合具体例子使用分析方法和直观的几何方法。本书非常系统地给出了相关理论，从一阶微分方程和分岔开始，以重点讨论洛伦兹方程、极限环、迭代映射、倍周期分岔、重整化、分形和奇怪吸引子作为结尾。

本书的一个特色是突出了应用。主要内容包括机械振动、激光、生物节律、超导电路、昆虫爆发、化学振荡器、基因控制系统、混沌水车，以及利用混沌加密信息的方法。所有情形都给出了基本的科学背景，并与数学理论紧密结合。

### 前提要求

学习本书必不可少的前提是单变量微积分，包括画曲线草图、泰勒级数，以及可分离变量微分方程。有些地方也使用了多变量微积分（如偏导数、雅可比矩阵、散度定理）和线性代数（特征值与特征向量）。物理学的入门知识在本书也会用到。其他科学的前提知识将视考虑的应用而定，但不管怎样，相应的入门知识应该足够了。

### 可用于以下课程

本书可用于下面一些类型的课程：

- 一门非线性动力学的概括性入门课程，主要面向没有接触过本学科的学生。（我已教过此类课程。）在这里，读者可以通读全书，先阅读每章开头的核心内容，选择一些应用问题深入探讨，对更深入的

理论内容可稍加练习或完全略过。一种合理的时间安排是利用七周读完第1~8章,再利用五周或六周来学习第9~12章。确保在学期内有足够的时间来学习混沌、映射与分形。

• 一门非线性常微分方程的传统课程,但更多地强调应用,而减少对摄动理论的介绍。这样的课程应该集中在第1~8章。

• 一门关于分岔、混沌、分形及其应用的现代课程,针对已学习过相平面分析的学生而言。相关的主题可主要从第3、4章,以及8~12章挑选。

对上述课程,应该从每章结尾的习题中给学生布置作业。他们也可以做计算机设计;构建混沌电路与机械系统;或查阅相关参考文献来了解当前的研究。不论学习还是教授这门课程,这些内容都令人激动,希望你能喜欢。

### 通常记号

每节中的方程都按照顺序编号。例如在5.4节,第三个方程称为(3)或者方程(3),而在本节之外却称之为(5.4.3)或方程(5.4.3)。图、例题与练习题一直称其全名,如练习题1.2.3。例题和证明都用明显的停顿结尾,用符号■表示。

### 致谢

感谢国家自然科学基金的资金支持。同时感谢我的学生 Diana Dabby、Partha Saha 与 Shinya Watanabe; 助教 Jihad Touma 与 Rodney Worthing; 提供了书中很多图的 Andy Christian、Jim Crutchfield、Kevin Cuomo、Frank DeSimone、Roger Eckhardt、Dana Hobson, 以及 Thanos Siapas; 为本书提出不少建议的朋友和同事 Bob Devaney、Irv Epstein、Danny Kaplan、Willem Malkus、Charlie Marcus、Paul Matthews、Arthur Mattuck、Rennie Mirollo、Peter Renz、Dan Rockmore、Gil Strang、Howard Stone、John Tyson、Kurt Wiesenfeld、Art Winfree, 以及 Mary Lou Zeeman; 以及编辑 Jack Repcheck, 出版负责人 Lynne Reed, 以及所有其他 Addison-Westley 出版社的工作人员。最后,感谢我的家人与 Elisabeth 给予的爱与鼓励。

史蒂芬·斯托加茨

马萨诸塞州剑桥

1994



# 目录

译者的话

第 2 版前言

第 1 版前言

1 概述 .....	1
1.0 混沌、分形与动力学 .....	1
1.1 动力学简史 .....	2
1.2 非线性的重要性 .....	5
1.3 世界的动力学视角 .....	9

## 第 1 部分 一 维 流

2 直线上的流 .....	15
2.0 引言 .....	15
2.1 几何的思维方式 .....	16
2.2 不动点与稳定性 .....	18
2.3 种群增长 .....	21
2.4 线性稳定性分析 .....	24
2.5 存在性与唯一性 .....	26
2.6 振动的不可能性 .....	29
2.7 势 .....	30
2.8 利用计算机解方程 .....	32
第 2 章 练习题 .....	36
3 分岔 .....	45
3.0 引言 .....	45
3.1 鞍-结分岔 .....	46
3.2 跨临界分岔 .....	51

3.3	激光阈值 .....	54
3.4	叉式分岔 .....	56
3.5	旋转环上的过阻尼球 .....	62
3.6	不完美分岔与灾变 .....	70
3.7	昆虫爆发 .....	74
第3章 练习题 .....		80
<b>4</b>	<b>圆上的流</b> .....	<b>95</b>
4.0	引言 .....	95
4.1	例子与定义 .....	95
4.2	均匀振子 .....	97
4.3	非均匀振子 .....	98
4.4	过阻尼摆 .....	103
4.5	萤火虫 .....	105
4.6	超导约瑟夫森结 .....	108
第4章 练习题 .....		115

## 第2部分 二维流

<b>5</b>	<b>线性系统</b> .....	<b>125</b>
5.0	引言 .....	125
5.1	定义与例子 .....	125
5.2	线性系统的分类 .....	131
5.3	恋爱 .....	139
第5章 练习题 .....		141
<b>6</b>	<b>相平面</b> .....	<b>146</b>
6.0	引言 .....	146
6.1	相图 .....	146
6.2	存在性、唯一性与拓扑结果 .....	149
6.3	不动点与线性化 .....	150
6.4	兔子与羊 .....	156
6.5	保守系统 .....	160
6.6	可逆系统 .....	164
6.7	钟摆 .....	169
6.8	指数理论 .....	174

第6章 练习题 .....	181
<b>7 极限环</b> .....	200
7.0 引言 .....	200
7.1 例子 .....	201
7.2 排除闭轨 .....	203
7.3 庞加莱-本迪克松定理 .....	207
7.4 李纳系统 .....	214
7.5 松弛振荡 .....	215
7.6 弱非线性振子 .....	219
第7章 练习题 .....	232
<b>8 再探分岔</b> .....	248
8.0 引言 .....	248
8.1 鞍-结分岔、跨临界分岔与叉式分岔 .....	248
8.2 霍普夫分岔 .....	255
8.3 振荡化学反应 .....	261
8.4 环的全局分岔 .....	267
8.5 驱动钟摆与约瑟夫森结滞后现象 .....	272
8.6 耦合振子与准周期性 .....	280
8.7 庞加莱映射 .....	285
第8章 练习题 .....	291

### 第3部分 混 沌

<b>9 洛伦兹方程</b> .....	315
9.0 引言 .....	315
9.1 混沌水车 .....	316
9.2 洛伦兹方程的简单性质 .....	325
9.3 奇怪吸引子上的混沌 .....	331
9.4 洛伦兹映射 .....	339
9.5 探究参数空间 .....	343
9.6 利用混沌传送秘密信息 .....	348
第9章 练习题 .....	354
<b>10 一维映射</b> .....	362
10.0 引言 .....	362



10.1	不动点和蛛网模型 .....	363
10.2	逻辑斯谛映射: 数值方法 .....	367
10.3	逻辑斯谛映射: 解析方法 .....	371
10.4	周期窗口 .....	375
10.5	李雅普诺夫指数 .....	379
10.6	普适性与实验 .....	383
10.7	重整化 .....	393
第10章 练习题 .....		401
<b>11</b>	<b>分形</b> .....	414
11.0	引言 .....	414
11.1	可数集与不可数集 .....	415
11.2	康托尔集 .....	417
11.3	自相似分形的维数 .....	420
11.4	盒维数 .....	425
11.5	点态维数与关联维数 .....	427
第11章 练习题 .....		432
<b>12</b>	<b>奇怪吸引子</b> .....	439
12.0	引言 .....	439
12.1	简例 .....	439
12.2	埃农映射 .....	445
12.3	若斯勒系统 .....	450
12.4	化学混沌与吸引子重构 .....	453
12.5	受迫双井振子 .....	457
第12章 练习题 .....		464
部分练习题答案 .....		471
参考文献 .....		484