普通高等教育"十三五"规划教材

University Physics Experiment

大学物理实验
（少学时适用）

◎黄　彦　主编　◎朱泉水　陈凤英　杨名宇　副主编

中国工信出版集团　電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

高等学校规划教材

大学物理实验

（少学时适用）

黄 彦 主编

朱泉水 陈凤英 杨名宇 副主编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书根据《理工科类大学物理课程教学基本要求》，按照21世纪人才培养模式的需要和课程体系、教学内容改革的要求编写而成。全书包括力、热、电磁、光等基础实验和少量综合研究性实验。这些实验被划分为基础必修、基础选修和综合选修实验，以适应少学时情况。

本书可作为高等工科学校各专业和其他类院校非物理类专业本、专科学生的大学物理实验教材，也可用作大专院校相关专业教师的教学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验：少学时适用 / 黄彦主编. —北京：电子工业出版社，2017.2
ISBN 978-7-121-30533-7

Ⅰ. ①大…　Ⅱ. ①黄…　Ⅲ. ①物理学－实验－高等学校－教材　Ⅳ. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 289982 号

责任编辑：韩同平　　特约编辑：邹凤麒　王　博　段丹辉
印　　刷：三河市华成印务有限公司
装　　订：三河市华成印务有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路173信箱　　邮编：100036
开　　本：787×1092　1/16　印张：11　字数：352千字
版　　次：2017年2月第1版
印　　次：2017年2月第1次印刷
定　　价：29.80元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：88254113。

前　言

大学物理课程为了适应目前高等教育发展的状况，将统一的大学物理课程分为多学时和少学时两类。对于学时的减少，理论课程可以对部分内容的广度和深度适当调节，但实验课不行。因为每个实验的项目都是和实验设备相对应的固定体系，对单个实验项目进行广度和深度的调节比较困难。因此，一般情况下对于少学时的大学物理实验课程都对实验项目进行调整。

本书是在南昌航空大学朱泉水、龚勇清主编的《大学物理实验》第二版的基础上，对实验项目选、改、增编而成的，参考学时数为 16～48 学时。在实验项目选择上，编者尽量涉及力、热、电磁、光；从实验技能的培养方面考虑，尽量包括各工科专业最可能用到的内容。为弥补实验学时缩减的遗憾，增加了实验项目的可选择性，也即增加选修实验，包括综合选修实验。从增强选择性来适应各理工科专业特点和学生的个人喜好。

编者希望一个实验项目能够给学生尽量多一些的启发和思考，即在实验项目后面添加一些拓展材料，比如“实验拓展”、“实验讨论”、“阅读材料”等，对少学时大学物理实验教材编写做一个大胆尝试。“实验拓展”是指同一类型实验的实验原理的描述；“实验讨论”是对本实验中相关值得思考问题的深入探讨，其中一些材料来自编者教学教改的积累；“阅读材料”是与本实验相关的概念、历史发展、应用等的扩展阅读。每篇拓展材料都提供了参考文献，也为学生追溯源头提供相关概念的检索信息。

这里感谢南昌航空大学大学物理实验中心教师们的同心协力，感谢使用讲义的同学们给出的建议，也感谢同行老师们和出版社编辑老师们给出的宝贵意见！由于编者水平限制，对相关内容的理解和表述难免有不尽人意甚至错漏之处，恳请批评指正，在此先表示感谢！

编　者

目　　录

绪　论

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的自然科学。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域，应用于生产技术的许多部门，是其他自然科学和工程技术的基础。

整个物理学的发展史是人类不断深刻了解自然、认识自然的历史进程。实验物理和理论物理是物理学的两大分支，实验事实是检验物理模型、确立物理规律的终审裁判。理论物理与实验物理相辅相成，互相促进，恰如鸟之双翼，人之双足，缺一不可。物理学正是靠着实验物理和理论物理的相互配合激励、探索前进，而不断向前发展的。在物理学的发展过程中，这种关于相互促进、相互激励、相互完善的过程的实例是数不胜数的。

16 世纪意大利物理学家伽利略首先把科学实验方法引入物理学研究中，从而使物理学走上了真正的科学道路。在他所设计的斜面实验中，有意识地忽略了空气阻力，以便抓住主要问题；改变斜面倾角（即变更实验条件），观测实验结果的变化。在此基础上，他还运用推理概括的方法，得出了超越实验本身的更为普遍的规律：物体在光滑水平面上的运动是等速直线运动（惯性定律）；各种物体沿铅直方向自由下落均做等加速直线运动，且具有相同的加速度。伽利略的这种丰富的实验思想和实验方法对于当今的物理实验仍有着重要的启示。17 世纪，牛顿正是在伽利略、开普勒工作的基础上建立了完整的经典力学理论。

当代最为引人注目的诺贝尔物理学奖，主要颁发给物理学中具有划时代的里程碑级的重大发现者和发明者。从 1901 年第一次授奖至今有近百年的历史，已有得主近 150 名。其中主要以实验物理学方面的发现或发明而获奖者约占 73%。例如前三届，1901 年首届诺贝尔物理学奖授予德国人伦琴（W. C. Rentegen），是为了奖励他于 1895 年发现了 X 射线；1902 年的诺贝尔物理学奖授予荷兰人塞曼，是为了奖励他在 1894 年发现光谱线在磁场中会分裂的现象；1903 年的诺贝尔物理学奖授予法国人贝可勒尔（H. A. Becquerel），是为了奖励他于 1896 年发现了天然放射性。可见实验是人类科学进步所依靠的重要途径。1976 年诺贝尔物理学奖得主之一美籍华人丁肇中（发现新的粒子 J/ψ），他不仅为中国培养了一批实验物理的科研人才，而且还热心为祖国培养实验物理的研究生而努力奔波。1998 年诺贝尔物理学奖得主之一美籍华人朱棣文因激光致冷捕捉技术研究获奖。

物理学本质上是一门实验科学。物理实验是科学实验的先驱，体现了大多数科学实验的共性，在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。物理理论和实验的发展哺育着近代科技的成长和发展，物理实验的思想、方法、技术和装置常常是自然科学研究和工程技术发展的生长点。

物理实验课覆盖面广，具有丰富的实验思想、方法、手段，同时能提供综合性很强的基本实验技能训练，是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要基础。它在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际和适应科技发展的综合应用能力等方面具有其他实践类课程所不可替代的作用。

大学阶段的物理实验课的主要任务不在于物理理论的验证，而是通过物理实验的训练培养学生的基本科学实验技能，使学生初步掌握实验科学的思想和方法。在这些能力培养中，最需要强调的是学生的能力、精神、素质的培养。

1. 能力

能力是多方面的，通过物理实验需要培养的是观察现象的能力、透过现象研究规律的能力，从复杂的现象中抽取相关信息的能力、运用知识解决实际问题的能力、根据仪器说明书能正确使用仪器的能力、从事现代化科学实验的能力等。具体有如下几个方面的能力需要在物理实验课程中重点加以培养。

（1）学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解；

（2）培养和提高学生掌握基本物理原理的验证和基本物理量测量的能力；

（3）掌握常用仪器仪表的基本原理、性能及使用方法；

（4）学会正确记录和处理相关实验数据；

（5）学会对实验结果进行分析判断，正确撰写实验报告。

2. 精神

这里主要应强调科学精神，如实事求是、严谨认真、坚韧不拔、团结协作、不惧权威等科学精神。正确对待实验结果，视杜撰和抄袭实验数据为耻，树立正确的科学研究的价值观；具有严谨的实验设计和操作、认真的实验分析精神，对数据的精心处理及对结果的全面分析；对待实验失败要有坚忍不拔的精神，不害怕实验失败，具有从失败实验中总结经验教训的习惯和能力，具有执著的信念和顽强的探索精神；具有相互鼓励、相互促进、淡薄个人名利、相互协作追求完美实验的团队精神；具有对科学实验结果的坚定信念，不盲目接受权威的意见，敢于用实验事实和有理有据的分析挑战科学权威的精神。

3. 素质

素质的内涵是指实验方面的基本知识、基本方法和基本技能的水平，对现象观察和分析的能力以及良好的实验习惯和科学作风等的综合表现。学生能力强、工作作风好、实验素质好，有利于实验良好习惯的培养，如认真阅读仪器说明书和参考资料的习惯，认真了解仪器的操作使用方法并遵守操作规程的习惯，认真、完整、如实地记录实验原始数据的习惯，在实验过程中积极思考、深入探讨、运用知识去解决问题的习惯等。

大学物理实验作为大学生进校后第一门科学实验课程，不仅应让学生受到严格的、系统的实验技能训练，掌握科学实验的基本知识、方法和技巧，更重要的是要培养学生严谨的科学思维方式和创新精神，培养学生理论联系实际、分析和解决实际问题的能力，特别是应掌握与科学技术的发展相适应的综合能力。

第 1 章　测量误差理论及数据处理

1.1　测量与有效数字

物理实验是以测量为基础的。物理量的测量是物理实验的基本操作过程，所谓测量就是借助一定的实验仪器，通过一定的实验方法，把待测量与选作计量标准单位的同类物理量进行比较的全部操作。测量的目的在于确定待测量的量值。测量的结果应包括数值（即度量的倍数）、单位（即所选定的物理量）以及结果可信赖的程度（用不确定度来表示）。

物理量的计量单位采用国际单位制（SI），也是我国法定计量单位。国际单位制（SI）是 1971 年第十四届国际计量大会确定的．它规定了 7 个基本单位：长度——米（m）、质量——千克（kg）、时间——秒（s）、电流——安培（A）、热力学温度——开尔文（K）、物质的量——摩尔（mol）和发光强度——坎德拉（cd），还规定了两个辅助单位；平面角——弧度（rad）和立体角——球面度（sr）。有了这几个基本单位，其他一切物理量的单位就都可以导出，如体积单位（m^3）、密度单位（kg/m^3），等等，称为国际单位制的导出单位。

根据测量方法的不同，测量可以分为直接测量和间接测量，由于测量仪器、测量方法、测量环境、测量人员等种种因素的局限，测量不可能绝对精确，测量结果与真实值之间总存在一定的差异，即存在测量误差。为此，实验者必须学会分析并计算误差，对测量结果的可靠性做出评价。

1.1.1　测量及分类

1．真值与误差

在任何测量中，测量值与真值之间存在的差异称为“误差”。物理量的客观存在值称为真值，意思是指在一定时间、一定状态下被测量客观存在的真实大小。例如：三角形内角之和为 180°。真空中光在 1/299792458s 时间内所传播的路程长度为 1m，等等。但在多数情况下真值都是未知的，是要在实验中进行测量的。然而，由于实验仪器、实验环境等的影响，真值是不可能测得的，只能得到真值某种程度的近似值。因此，在实验中测得真值近似值的同时，还必须以适当的方式对测量的质量予以评价。

若把某测量量的“真值”记为 x_0，把某次对它测量所得的“测量值”记为 x。那么 x 与 x_0 之差就称为“测量误差”，记作Δx，即

$$\Delta x = x - x_0 \tag{1.1-1}$$

并称其为测量的“绝对误差”。

误差的绝对值越小，测量值就越准确。但对不同的测量对象，即使误差相同，测量结果的优劣也不一定相同。例如，分别测量一张课桌和一间教室的长，若以米尺测量，误差都是 0.5mm，则后者的测量结果比前者的要好。用相对误差可以表示这种区别。用 E 表示相对误差，其定义为：

$$E = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\% \tag{1.1-2}$$

称为测量的“相对误差”。显然，绝对误差与相对误差的大小反映了测量结果的精确程度。

2. 直接测量与间接测量

直接测量，是指直接将待测物理量与选定的同类物理量的标准单位相比较直接得到测量值的一种测量。如用米尺测量物体的长度，用秒表测量一段时间等都是直接测量。

间接测量，是指被测量与直接测量的量之间需要通过一定的函数关系的辅助运算，才能得到被测物理量的量值的测量。例如．如果要测量圆柱体的体积，我们可以先直接测得圆柱体的高 H 和直径 D，再根据 $V=\pi D^2H/4$ 计算出体积，圆柱体体积就是间接测量量。

在物理实验中，对长度、质量、时间、电压、电流、温度的测量，一般为直接测量。它们大多为 SI 制中的基本物理量。非基本物理量一般为间接测量。

值得注意的是：有的物理量既可以直接测量，也可以间接测量，这主要取决于使用的仪器和测量方法。例如测量圆柱体体积时通过测量圆柱体的高和直径来计算体积是间接测量，也可以用排水法直接用量筒测量其排开水的体积即为圆柱体体积，这就是直接测量。随着测量技术的发展，用于直接测量的仪器越来越多。但在物理实验中，有许多物理量仍需要间接测量。

1.1.2　有效数字

任何物理量的测量都有一个测量值，该值都会有与所用量具或仪器相联系的精确度，不同的测量仪器对同一物理量的测量，其结果如何区分？我们应怎样记录和看待测量值所具有的各位数值呢？在运算中又应怎样处理呢?

1. 有效数字的定义

国家标准中有效位数的定义为：对没有小数位且以若干个零结尾的数值，从非零数字最左一位向右数，所得位数减去无效零（即仅为定位用的零）的个数，就是有效位数；对其他十进位数，从非零数字最左一位向右数，所得位数就是有效位数。

一个具体的测量结果与测量量具有关，因此测量结果的表示不应该随意取位，而应正确反映测量所能提供的有效信息。实验的数据记录、数据运算以及实验结果的表达，都应遵从有效数字的规则。

从仪器上读取测量数据，不仅要读出整分度值刻度数，而且要尽量估读出最小分度的下一位数。以图 1.1-1 所示的用米尺测量被测物体的长度为例，长度为 4.16cm。被测物体长度在 4.1cm~4.2cm 之间，所以 4.1cm 是精确读出，6 是估计出来的，其值会因人而异或因次（测量 n 次）而异，称为可疑数字。因此，我们可以规定：有效数字为所有确切数字和一位有误差的数字（也称可疑数字）。根据这个规定，实验记录的原始数据最后一位都应该是估读的。若上述被测物体长度的右端，刚好与 4cm 刻线对齐，测量结果必须写成 4.00cm，以最后一个“0”表示出估读位是在 1/100cm 处。写成 4cm、40mm 都不对，原因在于有效数字的位数与仪器分度不符。

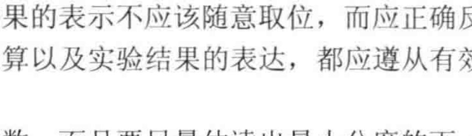

图 1.1-1　估读

2. 有效数字的修约

根据有效数字的运算规则，为使计算简化，在不影响最后结果应保留有效数字的位数（或欠准确数字的位置）的前提下，可以在运算前、后对数据进行修约，其修约原则是“四舍六入五看右左”。“五看右左”即为五时则看五后面若为非零的数则入；若为零则往左看拟留数的末位数为奇数则入，为偶数则舍。这一说法可以简述为“五看右左”。中间运算过程较结果要多

保留一位有效数字。具体的数值修约规则见附录 A，即中国国家标准数值修约规则（GB 8170-87）。

从有效数字的运算规则可见，有效数字进行运算时，其结果的位数应取得恰当。取少了会带来附加的计算误差，降低了结果的精确程度，取多了从表面看似乎精度很高，实际上毫无意义，使测量结果失去可信度。

修约过程应该一次完成，不能多次连续修约。例如要使 0.546 保留到一位有效位数，不能先修约成 0.55，接着再修约成 0.6，而应当一次修约成 0.5。

1.1.3　实验数据的有效位数确定

物理实验中通常仪器上显示的数字均为有效数字（包括最后一位估计读数），都应读出，并记录下来。仪器上显示的最后一位数字是 0 时，此 0 也要读出并记录。对于有分度式的仪表，读数要根据人眼的分辨能力读到最小分度的十分之几。

1．原始数据有效位数的确定

游标类量具，如游标卡尺、分光计方位角的游标度盘、水银大气压力计的读数游标尺等，一般应读到游标分度值的整数倍。

数显仪表以及有十进步进式标度盘的仪表，如数字电压表、电阻箱、电桥等，一般应直接读取仪表的示值。

指针式仪表，读数时一般需要估读到最小分度值的 1/4~1/10，或使估读间隔不大于基本误差限的 1/5~1/3，同时要符合修约间隔的规定。由于人眼分辨能力的限制，一般不可能估读到最小分度的 1/10 以下。

对于可估读到最小分度值以下的计量器具，当最小分度不小于 1mm 时，通常需要估读到 0.1 分度，如螺旋测微器和测量显微镜鼓轮的读数，都要估计到 1/10 分度。少数情况下也可以估读到 0.2 分度或 0.5 分度，例如光具座上的标尺的坐标读数可以估计到 mm 分度的 1/2 或者 1/5。对于实验中的原始数据，少数情况下读数的间隔要用到 0.2×10^N 或者 0.5×10^N。

运算过程中的数和中间结果的有效位数，只在最后结果表示再修约，这样做既是需要，也更有利于实验效率的提高。

2．计算时有效数字的确定

（1）根据有效数字的规定，测量值的最末一位一定是可疑数字，这一位应与仪器误差的位数对齐，仪器误差在哪一位发生，测量数据的估计位就记录到哪一位，不能多记，也不能少记，即使估计数字是 0，也必须写上，否则与有效数字的规定不相符。例如，用米尺测量物体长为 52.4mm 与 52.40mm 是不同的两个测量值，也是属于不同仪器测量的两个值，误差也不相同，不能将它们等同看待，从这两个值可以看出测量前者的仪器精度低，测量后者的仪器精度高出一个数量级。

（2）根据有效数字的规定，在十进制单位换算中，其测量数据的有效位数不变，如 23cm 若以米或毫米为单位，可以表示成 0.23m，这个数仍然是 2 位有效数字。但若写成 230mm 则不对，因为 230mm 为 3 位有效数字。为了避免单位换算中位数很多时写一长串 0，或计数时出现错位，常采用科学表达式，通常是在小数点前保留一位整数，用 10^n 表示，如 2.31×10^{-2}m，2.31×10^4cm 等，这样既简单明了，又便于计算和确定有效数字的位数。

（3）根据有效数字的规定对有效数字进行记录时，直接测量结果的有效位数的多少，取决于被测物本身的大小和所使用的仪器精度，对同一个被测物，高精度的仪器，测量的有效位数

多，低精度的仪器，测量的有效位数少。因此，有效数字的记录位数和测量仪器有关。

1.2　误差及测量结果表示

1.2.1　误差的分类

误差按其产生的原因和性质可以分为过失误差、系统误差和随机误差三类，它们对测量结果的影响不同，处理方法也不同。

1．过失误差（粗大误差）

此类误差是一种显然与事实不符的误差，它往往是由于实验人员粗心大意、技术不熟练、过度疲劳、操作不正确或受外界的突然干扰等原因引起的。此类误差无规则可寻，只要加强责任感、多方警惕、细心操作，过失误差是可以避免的。

2．系统误差

系统误差是指在测量和实验中因未发觉或未确认的因素所引起的误差，而这些因素影响结果永远朝一个方向偏移，其大小及符号在同一组实验测定中完全相同，实验条件一经确定，系统误差就获得一个客观上的恒定值。当改变实验条件时，就能发现系统误差的变化规律。根据系统误差产生的原因，可以分为以下几类：

（1）仪器误差：由于仪器本身的固有缺陷或没有按规定条件使用而引起的误差。例如测量仪器刻度不准，仪表零点未校正，等臂天平的臂不等，应水平放置的仪器没有放水平等。

（2）环境误差：周围环境的改变，如温度、压力、湿度等偏离校准值时所产生的误差。

（3）理论误差：由于测量所依据的理论本身的近似性或实验条件的局限，不能达到理论公式所规定的要求而引起的误差。如称质量时没有考虑空气浮力的影响，伏安法测电阻时忽略了电表内阻的影响，用单摆测量重力加速度时，摆角不够小等。

（4）个人误差：由于实验人员的习惯和偏向而引起的误差。如使用秒表计时，有人总是操之过急，计时短；而有人则反应迟缓，总是计时长；又如有的人对准目标时，总爱偏左或偏右，致使读数偏大或偏小。

针对仪器的缺点、外界条件变化影响的大小、个人的偏向，认真选择好仪器，改进实验方法，客观上可以减小系统误差。分析和查找系统误差产生的原因，发现减少系统误差的途径，也是物理实验的一项重要任务。比较典型的减小系统误差的方法有：替换法、交换法、对称观测法等。

3．随机误差（偶然误差）

在已消除过失误差、系统误差的一切量值的测量中，所测数据仍存在误差，误差时大时小，时正时负，无确定规律，这类误差称为随机误差或偶然误差。随机误差普遍存在于测量之中，其产生的原因不明，因而无法控制和补偿，是不可消除的。但是，倘若对某一量值作足够多次的等精度测量后，就会发现偶然误差完全服从统计规律，误差的大小或正负的出现完全由概率决定。因此，可以利用统计学原理来分析计算其误差大小，对测量结果的可信赖程度进行评判。

高斯最初研究了多种因素微小起伏而引起的随机误差的概率分布，并于 1795 年发表了高斯分布函数，即正态分布函数。

高斯的研究基于下列事实：

（1）小的误差比大的误差出现机会多，故在零附近有最大的概率——单峰性；

（2）大小相等、符号相反的正负误差出现的概率相等——对称性；

（3）十分大的误差出现的概率非常小，可认为其概率接近于零——有界性；

（4）误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋于零——抵偿性。

高斯证明，误差的概率密度函数 $f(\theta)$ 应具有以下形式：

$$f(\theta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} \qquad (1.2\text{-}1)$$

式中，θ 代表误差，$f(\theta)$ 就是误差的正态分布函数，它表示误差出现在 θ 附近单位区间的概率，根据概率归一化条件，$f(\theta)$ 曲线下的面积为 1，即 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(\theta)\mathrm{d}\theta=1$。如图 1.2-1 所示。

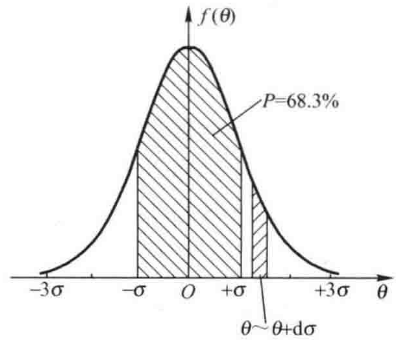

图 1.2-1　正态分布函数

$\pm\sigma$ 是曲线的两个拐点的横坐标。根据计算得知，$\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\theta)\mathrm{d}\theta=\int_{-\sigma}^{+\sigma}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\theta=0.683$，这表明误差出现在该区间的概率为 68.3%。$[-\sigma,+\sigma]$ 的区间称为置信区间，测量误差在置信区间出现的概率称为置信概率。通过计算可以得到 $[-\sigma,+\sigma]$ 置信区间的置信概率为 0.683，$[-2\sigma,+2\sigma]$ 置信区间的置信概率为 0.954（$\int_{-2\sigma}^{+2\sigma}f(\theta)\mathrm{d}\theta=0.954$），$[-3\sigma,+3\sigma]$ 置信区间的置信概率为 0.997（$\int_{-3\sigma}^{+3\sigma}f(\theta)\mathrm{d}\theta=0.997$）。当置信区间增大到对应的置信概率接近 1 时，说明误差一定会出现在该置信区间内，把这个区间称为极限误差。

σ 也是正态分布函数中唯一的参数，它唯一确定了正态分布曲线的形状。不同的测量，有不同的 σ 值。σ 越小，曲线峰值越高，图形越尖锐，这表明测量数据集中，重复性好。

1.2.2　测量结果的表示

1．测量结果的表示

在表示测量的最终结果时，这个结果中既要包含待测量的近似真实值 $\overline{x}$，又要包含测量结果的不确定度 σ，还要反映出物理量的单位。因此，物理含意深刻的标准表达形式是

$$x=\overline{x}\pm\sigma\ （单位） \qquad (1.2\text{-}2)$$

式中 x 为待测量；$\overline{x}$ 是测量的近似真实值，σ 是合成不确定度，一般保留一位有效数字。这种表达形式反应了三个基本要素：测量值、合成不确定度和单位。

2．不确定度在测量结果中的作用

在实验中，我们常常采用不确定度的概念来对测量的结果做出综合的评定。不确定度一词近似于不确知，不明确，不可靠，有质疑，是作为估计而言的；因为误差是未知的，不可能用指出误差的方法去说明可信赖程度，而只能用误差的某种可能的数值去说明可信赖程度，所以不确定度更能表示测量结果的性质和测量的质量。用不确定度评定实验结果的误差，其中包含了各种来源不同的误差对结果的影响，而它们的计算又反映了这些误差所服从的分布规律，更准确地表述了测量结果的可靠程度。

3．测量坏值的剔除

根据式（1.2-1）误差的概率密度函数分布，测量误差在 $[-3\sigma,+3\sigma]$ 区间出现的置信概率为

0.997，也就是说在 1000 次测量中，只有 3 次测量值的误差绝对值可能超过3σ。物理实验中测量次数一般不超过 10 次，所以可以认为误差绝对值超过3σ的可能性极小。若发现测量值中某个值的误差绝对值大于3σ，则认为它是由于某种非正常因素造成的“坏值”，应该剔除，这种测量坏值的剔除原则称为“3σ准则”，它只适用于正态分布。

4．近似真值的确定

在实验中，直接测量时若不需要对被测量进行系统误差的修正，在剔除测量坏值后一般取多次测量的算术平均值$\bar{x}$作为近似真实值；若在实验中有时只需测一次或只能测一次，该次测量值就为被测量的近似真实值。

如果要求对被测量进行一定系统误差的修正，通常是将一定系统误差（即绝对值和符号都确定的可估计出的误差分量）从算术平均值$\bar{x}$或一次测量值中减去，从而求得被修正后的直接测量结果的近似真实值。例如，用螺旋测微器来测量长度时，从被测量结果中减去螺旋测微器的零误差。在间接测量中，$\bar{x}$即为被测量的计算值。

5．不确定度的评定

不确定度是被测量客观值在某一量值范围内的一个评定。测量结果的不确定度一般包含若干分量，这些分量可按其数值的评定方法归并成 A、B 两类，A 类是指对多次重复测量结果用统计方法计算的标准偏差，用σ_A表示，B 类是指用其他方法估计的近似相当于标准偏差的值，用σ_B表示；如果它们互相独立，则测量结果的合成不确定度σ可表示为

$$\sigma=\sqrt{\sigma_A^2+\sigma_B^2} \tag{1.2-3}$$

（1）A 类不确定度的确定

这是指可以采用统计方法（即具有随机误差性质）计算的不确定度，这类不确定度通常认为它是服从正态分布规律的，因此可用“贝塞尔公式”计算σ_A。

$$\sigma_A=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i{}^2}{n-1}} \tag{1.2-4}$$

式中，n表示测量次数。

（2）B 类不确定度的确定

这是指采用非统计方法求出或评定的不确定度，如测量仪器不准确、量具磨损老化等。评定 B 类不确定度常用的是估计法，要估计适当，需要确定分布规律，同时要参照标准，评估者的水平、经验也非常重要，一般来说，可以对 B 类不确定度的估计做简化处理，以仪器不准确对应 B 类不确定度，即：

$$\sigma_B=\Delta_{仪}/\sqrt{3} \tag{1.2-5}$$

$\Delta_{仪}$为仪器的基本误差或允许误差，或者根据准确度等级确定。一般仪器说明书中都有制造厂或计量检定部门注明的仪器误差。

如果已知仪器的准确度时，则以其准确度作为仪器误差大小。例如一个量程 100mA，准确度 0.5 级的电流表，测某一次电流，读数为 85.2mA。为估计误差，则按准确度 0.5 级可算出最大绝对误差为 0.5mA，因而仪器误差为$\Delta_{仪}=0.5\text{mA}$。

如果未知仪器准确度或者仪器误差时，则应根据所用仪器的精密度、仪器灵敏度、测试者感觉器官的分辨能力以及观测时的环境条件等因素具体考虑，以使估计误差的大小尽可能符合实际情况。一般说，最大读数误差对连续读数的仪器可取仪器最小刻度值的一半，而无法进行

估计的非连续读数的仪器，如数字式仪表，则取其最末位数的一个最小单位。例如米尺的最小刻度为 1mm。因为未告知仪器误差和准确度，因此，采用最小刻度的一半作为仪器误差，即 $\Delta_{仪}=0.5\text{mm}$ 。

1.2.3 测量结果最终表达式中的有效位数

独立被测量的不确定度 σ 一般只取一至两位有效位数。一般教学要求中，修约前首位数字较小（如 1、2 等）一般取两位，首位不小于 5 时通常取一位。用百分数表示的相对不确定度也取 1～2 位。

但是，人们普遍关注测量结果而非不确定度 σ 。因此很多时候 σ 保留两位有效位数。在结果表达式中，被测量值与不确定的修约间隔基本相同，末位一般要对齐，量值与不确定度的末位数字一般要对齐。

1.2.4 直接测量的结果表示

直接测量根据情况又分为单次测量和多次测量。由于单次测量不存在 A 类不确定度，所以处理方法有所不同。

（1）多次测量的结果表示

【例 1】 用螺旋测微器测量小钢球的直径，五次的测量值分别为

d（mm）：11.922,11.923,11.922,11.922,11.922

螺旋测微器的最小分度数值为 0.01mm 试写出测量结果的标准式。

解： ① 求直径 d 的算术平均值

$$\overline{d}=\frac{1}{n}\sum_{1}^{5}d_i=\frac{1}{5}(11.922+11.923+11.922+11.922+11.922)$$
$$=11.9222(\text{mm})$$

② 计算 B 类不确定度

仪器的准确度和误差未知，则可取最小刻度的一半作为仪器误差，即 $\Delta_{仪}=0.005$（mm）

$$\sigma_{\text{B}}=\Delta_{仪}/\sqrt{3}=0.002887\text{（mm）}$$

③ 计算 A 类不确定度

$$\sigma_{\text{A}}=\sqrt{\frac{\sum_{1}^{5}\left(d_i-\overline{d}\right)^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{(11.922-11.922)^2+(11.923-11.922)^2+\cdots}{5-1}}$$
$$=0.0005(\text{mm})$$

④ 合成不确定度

$$\sigma=\sqrt{\sigma_{\text{A}}^2+\sigma_{\text{B}}^2}=\sqrt{0.0005^2+0.002887^2}$$

式中，由于 $0.0005<\frac{1}{3}\times0.002887$，故可以略去，于是：

$$\sigma=0.002887(\text{mm})$$

⑤ 测量结果为

$$d=\overline{d}\pm\sigma=11.9222\pm0.0029(\text{mm})$$

从上例中可以看出，当有些不确定度分量的数值很小时，相对而言可以略去不计。在计算

合成不确定度中求“方和根”时，若某一平方值小于另一平方值的 1/9，则这一项就可以略去不计。这一结论叫做微小误差准则。在进行数据处理时，利用微小误差准则可减少不必要的计算。不确定度的计算结果，一般应保留一位有效数字，多余的位数按有效数字的修约原则进行取舍。评价测量结果，有时候需要引入相对不确定度的概念。相对不确定度定义为

$$E_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$$

E_σ 的结果一般应取 2 位有效数字。此外，还可以将测量结果的近似真实值 $\bar{x}$ 与公认值 $x_{公}$ 进行比较，得到测量结果的百分偏差 E。百分偏差定义为

$$E = \frac{\left|\bar{x} - x_{公}\right|}{x_{公}} \times 100\% \tag{1.2-6}$$

当百分偏差 $E > 1\%$ 时，一般取 2 位有效数字；当 $E < 1\%$ 时，一般取 1 位有效数字。

（2）单次测量的结果表示

单次测量中近似真值直接使用测量结果代替。由于没有多次测量，因此 A 类不确定度为 0。

【例 2】 采用感量为 0.2g 的物理天平称量某物体的质量，其读数值为 23.58g，求物体质量的测量结果。

解： 采用物理天平称物体的质量，重复测量读数值往往相同，故一般只需进行单次测量即可。单次测量的读数即为近似真实值，m=23.58g。

物理天平的“示值误差”通常取感量的一半，并且作为仪器误差，即

$$\sigma_B = \Delta_{仪} / \sqrt{3} = 0.1/\sqrt{3}\ （g）=0.058\ （g）$$

测量结果为 $$m=23.58 \pm 0.06\ （g）$$

在例 2 中，因为是单次测量（n=1），合成不确定度 $\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$ 中的 $\sigma_A = 0$，所以 $\sigma = \sigma_B$，即单次测量的合成不确定度等于非统计不确定度。但是这个结论并不表明单次测量的 σ 就小，因为 n=1 时，σ_A 发散。其随机分布特征是客观存在的，测量次数 n 越大，置信概率就越高，因而测量的平均值就越接近真值。

1.2.5 间接测量的结果表示

物理实验中大部分测量是间接测量。间接测量是通过一定的公式计算出来的，既然公式中直接测量量都是有误差的，那么间接测量量也必然有误差，这就是误差的传递。由直接测量值及其误差来计算间接测量值的误差之间的关系式称为误差的传递公式。间接测量结果的误差，常用两种方法来估计：算术合成（最大误差法）和几何合成（标准误差）。误差的算术合成将各误差取绝对值相加，是从最不利的情况考虑，误差合成的结果是间接测量的最大误差，因此是比较粗略的，但计算较为简单，它常用于误差分析、实验设计或粗略的误差计算中；几何合成的方法，计算较麻烦，但误差的几何合成较为合理。

设间接测量的函数式为

$$N = F(x\,,y\,,z\,,\ \cdots)$$

N 为间接测量的量，它由 K 个直接测量的物理量 $x\,,y\,,z\,,\cdots$ 决定，各直接观测量的测量结果分别为

$$x = \bar{x} \pm \sigma_x\text{；}\quad y = \bar{y} \pm \sigma_y\text{；}\quad z = \bar{z} \pm \sigma_z$$

（1）若将各个直接测量量的近似真实值 $\bar{x}$ 代入函数表达式中，即可得到间接测量的近似真

实值。

$$\overline{N} = F\left(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}, \cdots\right)$$

（2）求间接测量的合成不确定度，由于不确定度均为微小量，相似于数学中的微小增量，对函数式 $N=F(x, y, z, \cdots)$求全微分，即得

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial F}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial F}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial F}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \qquad (1.2\text{-}7)$$

式中 $\mathrm{d}N$，$\mathrm{d}x$，$\mathrm{d}y$，$\mathrm{d}z$，…均为微小量，代表各变量的微小变化，$\mathrm{d}N$ 的变化由各自变量的变化决定，$\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}, \cdots$ 为函数对自变量的偏导数，记为 $\frac{\partial F}{\partial A_K}$。将上面全微分式中的微分符号 d 改写为不确定度符号 σ，并将微分式中的各项求“方和根”，即为间接测量的合成不确定度

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\sigma_z\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial F}{\partial A_K}\sigma_{AK}\right)^2} \qquad (1.2\text{-}8)$$

K 为直接测量量的个数，A 代表 x，y，z，… 各个自变量（直接测量量）。上式表明，间接测量的函数式确定后，测出它所包含的直接观测量的结果，将各个直接观测量的不确定度 σ_{AK} 乘以函数对各变量（直测量）的偏导数 $\left(\frac{\partial F}{\partial A_K}\sigma_{AK}\right)$，求“方和根”，即 $\sqrt{\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial F}{\partial A_K}\sigma_{AK}\right)^2}$ 就是间接测量结果的不确定度。

当间接测量的函数表达式为积和商（或含和差的积商形式）的形式时，为了使运算简便起见，可以先将函数式两边同时取自然对数，然后再求全微分。即

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = \frac{\partial \ln F}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial \ln F}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial \ln F}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \qquad (1.2\text{-}9)$$

同样改写微分符号为不确定度符号，再求其“方和根”，即为间接测量的相对不确定度 E_N，即

$$E_N = \frac{\sigma_N}{\overline{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\sigma_z\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial \ln F}{\partial A_K}\sigma_{AK}\right)^2} \qquad (1.2\text{-}10)$$

已知 E_N、$\overline{N}$，由式（1.2-10）可以求出合成不确定度

$$\sigma_N = \overline{N} \cdot E_N \qquad (1.2\text{-}11)$$

这样计算间接测量的统计不确定度时，特别是对函数表达式很复杂的情况，尤其显示出它的优越性。今后在计算间接测量的不确定度时，对函数表达式仅为“和差”形式，可以直接利用式（1.2-8），求出间接测量的合成不确定度 σ_N，若函数表达式为积和商（或积商和差混合）等较为复杂的形式，可直接采用式（1.2-10），先求出相对不确定度，再求出 σ_N。

综上所述，间接测量的测量结果可根据下面的数据处理流程图 1.2-2 处理。

【例 3】 已知电阻 $R_1=50.2\pm0.5$（Ω），$R_2=149.8\pm0.5$（Ω），求它们串联的电阻 R。

解： 串联电阻的阻值为

$$R= R_1 + R_2 =50.2+149.8=200.0\ (\Omega)$$

合成不确定度

$$\sigma_R = \sqrt{\sum_{1}^{2}\left(\frac{\partial R}{\partial R_i}\sigma_{Ri}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\sigma_2\right)^2}$$

$$= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.7(\Omega)$$

相对不确定度

$$E_R = \frac{\sigma_R}{R} = \frac{0.7}{200.0}\times 100\% = 0.35\% \approx 0.4\%$$