



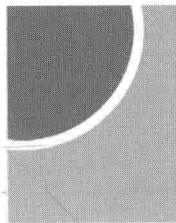
西方哲学研究丛书

# 希腊数学哲学研究

郝一江 著

On July 10, 1945, the Bureau received information from the FBI, Chicago, Illinois, that James J. Doolittle, a former member of the 8th Air Force, had been captured by the Japanese during the raid on Tokyo on April 18, 1942, and was being held at a prison camp in Japan. The Bureau immediately initiated investigation.

中國社會科學出版社



西方哲学研究丛书

# 希腊数学哲学研究

郝一江 著

and 1960. The first was a small one, the second a large one, and the third a very large one. The first was a small one, the second a large one, and the third a very large one. The first was a small one, the second a large one, and the third a very large one.

中國社會科學出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

希腊数学哲学研究 / 郝一江著. —北京：中国社会科学出版社，  
2017. 3

ISBN 978-7-5161-8086-0

I. ①希… II. ①郝… III. ①数学哲学—研究—古希腊  
IV. ①O1 - 0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 083569 号

---

出版人 赵剑英

责任编辑 冯春凤

责任校对 张爱华

责任印制 张雪娇

---

出 版 中国社会科学出版社

社 址 北京鼓楼西大街甲 158 号

邮 编 100720

网 址 <http://www.csspw.cn>

发 行 部 010 - 84083685

门 市 部 010 - 84029450

经 销 新华书店及其他书店

---

印 刷 北京君升印刷有限公司

装 订 廊坊市广阳区广增装订厂

版 次 2017 年 3 月第 1 版

印 次 2017 年 3 月第 1 次印刷

---

开 本 710 × 1000 1/16

印 张 18.75

插 页 2

字 数 308 千字

定 价 69.00 元

---

凡购买中国社会科学出版社图书,如有质量问题请与本社营销中心联系调换

电话:010 - 84083683

版权所有 侵权必究

本专著是中国社会科学院哲学所重点课题“希腊数学哲学研究”（2006年）的研究成果，并且是中国社会科学院重大课题“整体主义及其对于科学的影响”（2008年）的研究成果之一。

他以罕见的程度，把逻辑分析和抽象思维的巨大力量，与令人惊奇的诗意图象和深邃的神秘感情结合起来。

罗素（1910）论柏拉图

希腊天才的通常品质，既是大胆的又是谨慎的，既是直觉的又是逻辑的，既是神秘的又是实证的，既是艺术的又是几何的。

罗斑（2003）论柏拉图

理性是逻辑理性与直觉理性的统一，理性是所有科学里面最为精确的科学。理性不但能够把握原始起点推出的结论，而且能够把握关于原始起点的真理与知识。理性既是直觉理性又是逻辑理性，高尚的科学里面理性居于首位。（1141a17 – 21）

亚里士多德论逻辑与直觉

他们对于所有事物产生兴趣，流星与日蚀月食、游鱼与旋风、宗教与道德，他们结合深沉的智慧与赤子的热诚。

罗素（1963）论希腊哲人

哲学曾经占据原始的中心位置，朝气蓬勃、富于创造精神，不时舍弃某些部分，使之采取科学的形态，成为冷却、井然运行的行星，渐渐趋向某种相隔遥远的最终状态。数学诞生时候已经发生这种事情，物理学诞生时候这种事情再次发生，数理逻辑诞生时候哲学得以经历相同过程。

奥斯汀（1956）论当代哲学

# 缩 写

DK = Diels und Kranz Die Fragmente der Vorsokratiker

DL = Diogenes Laertius Lives of Eminent Philosophers

GM = I. Thomas Greek Mathematics

KR = Kirk & Raven The Presocratic Philosophers

KRS = Kirk & Raven & Schofield The Presocratic Philosophers

# 目 录

|                             |        |
|-----------------------------|--------|
| 第一章 绪论 .....                | ( 1 )  |
| 1.1 分析哲学及其数学哲学 .....        | ( 2 )  |
| 1.1.1 逻辑原子主义及其数学哲学 .....    | ( 8 )  |
| 1.1.2 逻辑实证主义及其数学哲学 .....    | ( 11 ) |
| 1.1.3 哥德尔校正分析哲学及其数学哲学 ..... | ( 14 ) |
| 1.2 存在主义及其数学哲学 .....        | ( 17 ) |
| 1.2.1 存在主义与先验逻辑 .....       | ( 17 ) |
| 1.2.2 存在主义与形式逻辑 .....       | ( 18 ) |
| 1.2.3 直觉主义与数学知识论 .....      | ( 19 ) |
| 1.2.4 直觉主义与数学存在论 .....      | ( 21 ) |
| 1.2.5 直觉主义与数学基础论 .....      | ( 22 ) |
| 1.3 结构主义及其数学哲学 .....        | ( 23 ) |
| 1.3.1 集合论结构主义 (STS) .....   | ( 25 ) |
| 1.3.2 自我产生的结构主义 (SGS) ..... | ( 27 ) |
| 1.3.3 模态结构主义 (MS) .....     | ( 28 ) |
| 1.3.4 范畴论结构主义 (CTS) .....   | ( 30 ) |
| 1.3.5 柏拉图主义及其数学哲学 .....     | ( 43 ) |
| 第二章 苏格拉底以前的数学哲学 .....       | ( 48 ) |
| 2.1 米利都学派：物理一元论 .....       | ( 49 ) |
| 2.1.1 泰勒斯 .....             | ( 50 ) |
| 2.1.2 阿那克西曼德 .....          | ( 53 ) |
| 2.1.3 阿那克西美尼 .....          | ( 57 ) |
| 2.2 毕泰戈拉学派：数学原子论 .....      | ( 59 ) |

|       |              |       |
|-------|--------------|-------|
| 2.2.1 | 数的本原是万物的本原   | (63)  |
| 2.2.2 | 数是万物的形式与质料   | (66)  |
| 2.2.3 | 数学对象的存在性     | (70)  |
| 2.2.4 | 灵魂轮回与数学知识    | (72)  |
| 2.2.5 | 算术作为数学基础     | (75)  |
| 2.3   | 赫拉克利特：逻辑原子论  | (77)  |
| 2.3.1 | 逻辑理性         | (79)  |
| 2.3.2 | 对立统一         | (81)  |
| 2.3.3 | 时间作为逻辑表象     | (83)  |
| 2.3.4 | 时间作为宇宙元素     | (84)  |
| 2.3.5 | 宗教与灵魂        | (86)  |
| 2.4   | 爱利亚学派：逻辑一元论  | (87)  |
| 2.4.1 | 塞诺芬尼         | (89)  |
| 2.4.2 | 巴门尼德         | (93)  |
| 2.4.3 | 芝诺           | (98)  |
| 2.4.4 | 麦里梭          | (104) |
| 2.5   | 原子主义学派：物理原子论 | (107) |
| 2.5.1 | 恩培多克勒        | (108) |
| 2.5.2 | 阿那克萨戈拉       | (123) |
| 2.5.3 | 留基伯          | (135) |
| 2.5.4 | 德谟克利特        | (137) |
| 第三章   | 柏拉图的数学哲学     | (149) |
| 3.1   | 苏格拉底与智者运动    | (150) |
| 3.1.1 | 普罗泰戈拉        | (151) |
| 3.1.2 | 高尔吉亚         | (151) |
| 3.1.3 | 苏格拉底         | (154) |
| 3.2   | 柏拉图前期的数学哲学   | (156) |
| 3.2.1 | 国家篇          | (160) |
| 3.2.2 | 斐多篇          | (171) |
| 3.2.3 | 美诺篇、会饮篇、斐德罗篇 | (179) |
| 3.3   | 柏拉图后期的数学哲学   | (182) |

---

|                             |              |
|-----------------------------|--------------|
| 3.3.1 巴门尼德篇 .....           | (185)        |
| 3.3.2 泰阿泰德篇 .....           | (187)        |
| 3.3.3 智者篇 .....             | (190)        |
| 3.3.4 斐莱布篇 .....            | (194)        |
| 3.3.5 蒂迈欧篇 .....            | (196)        |
| 3.3.6 不成文学说 .....           | (200)        |
| <b>第四章 亚里士多德的数学哲学 .....</b> | <b>(203)</b> |
| 4.1 亚里士多德的数学存在论 .....       | (203)        |
| 4.1.1 数学对象的定义与原理 .....      | (208)        |
| 4.1.2 数学对象的质料与元素 .....      | (210)        |
| 4.1.3 数学对象作为潜能存在 .....      | (213)        |
| 4.2 亚里士多德的数学知识论 .....       | (216)        |
| 4.2.1 逻辑理性与直觉理性 .....       | (217)        |
| 4.2.2 纯粹直觉与经验直觉 .....       | (219)        |
| 4.2.3 数学知识的逻辑构造 .....       | (221)        |
| 4.3 亚里士多德的数学基础论 .....       | (223)        |
| 4.3.1 数学语言的逻辑构造 .....       | (227)        |
| 4.3.2 不可公度比及其比例理论 .....     | (236)        |
| 4.3.3 欧几里得公理系统 .....        | (243)        |
| <b>第五章 结论 .....</b>         | <b>(260)</b> |
| 5.1 严密完整的理论体系 .....         | (260)        |
| 5.2 逻辑历史的完美统一 .....         | (261)        |
| 5.3 结构主义的理论渊源 .....         | (263)        |
| <b>参考文献 .....</b>           | <b>(266)</b> |
| <b>附录 .....</b>             | <b>(280)</b> |
| <b>后记 .....</b>             | <b>(288)</b> |

# 第一章 绪论

本章的主要目的在于确定希腊数学哲学的所属理论类型，提出整理与解释希腊历史文献的理论框架与理论视角。为了实现这个目的，绪论部分分析比较了哲学与数学哲学的四种类型，逻辑原子主义及其数学哲学逻辑主义、逻辑实证主义及其数学哲学形式主义、存在主义及其数学哲学直觉主义、结构主义及其数学哲学结构主义。

分析哲学认为形式逻辑构成哲学本质，形式逻辑派生先验逻辑以及思辨逻辑；分析哲学认为数学基础论构成数学哲学本质，数学基础论派生数学知识论以及数学存在论。分析哲学包括逻辑原子主义与逻辑实证主义。逻辑原子主义认为，逻辑语义学构成哲学本质，逻辑语义学决定先验逻辑以及思辨逻辑。逻辑实证主义认为，逻辑句法学构成哲学本质，逻辑句法学派生先验逻辑以及思辨逻辑。逻辑主义是逻辑原子主义的数学哲学，形式主义是逻辑实证主义的数学哲学。逻辑主义认为，数学语义学构成数学哲学本质，数学语义学派生数学知识论以及数学存在论。形式主义认为，数学句法学构成数学哲学本质，数学句法学派生数学知识论以及数学存在论。存在主义认为，先验逻辑构成哲学本质，先验逻辑派生思辨逻辑以及形式逻辑，直觉主义是存在主义的数学哲学。直觉主义认为，数学知识论构成数学哲学本质，数学知识论派生数学存在论以及数学基础论。结构主义认为，思辨逻辑构成哲学本质，思辨逻辑派生先验逻辑以及形式逻辑。结构主义还认为，数学存在论构成数学哲学本质，数学存在论派生数学知识论以及数学基础论。

分析比较哲学与数学哲学的四种类型以后，绪论界定柏拉图主义及其数学哲学的本质属性。柏拉图主义认为，思辨逻辑构成哲学本质，思辨逻辑派生先验逻辑以及形式逻辑，数学存在论派生数学知识论以及数学基础

论，这样只有结构主义符合柏拉图主义及其数学哲学的本质属性，只有结构主义能够描述与刻画柏拉图主义及其数学哲学的整体理论特征。既然亚里士多德哲学是希腊哲学所有内容的理论总结，并且亚里士多德哲学是充分定型的柏拉图主义，那么柏拉图主义就是希腊哲学所有内容的理论总结。因为只有结构主义能够描述与刻画柏拉图主义的整体理论特征，所以只有结构主义能够描述与刻画希腊数学哲学的整体理论特征。结构主义就是整理解释希腊文献的合理理论视角，结构主义就是重新构造希腊数学哲学的合理理论框架。按照结构主义的理论框架重新构造希腊数学哲学，需要注意柏拉图主义与当代结构主义的不同之处，柏拉图主义是特殊类型的结构主义，柏拉图主义是终极目的论的结构主义。当代结构主义认为，对于相同语言存在众多合理的逻辑结构；柏拉图主义则认为，对于相同语言存在唯一真实的逻辑结构。

## 1.1 分析哲学及其数学哲学

分析哲学认为形式逻辑构成哲学本质，形式逻辑派生先验逻辑以及思辨逻辑。卡尔纳普认为思辨逻辑由于不能由经验证实，没有意义因此从哲学中清除出去，先验逻辑应当交给心理学进行实证研究，形式逻辑成为保存下来的唯一哲学部门<sup>①</sup>。分析哲学认为数学基础论构成数学哲学本质，数学基础论派生数学知识论以及数学存在论。卡尔纳普认为科学逻辑应当取代哲学，科学逻辑就是科学语言的逻辑语法，元数学就是数学语言的逻辑语法，于是元数学应当取代数学哲学<sup>②</sup>。对于数学的抽象构成元数学的对象，数学理论抽象成为形式系统，证明抽象成为合式公式序列，定义抽象成为缩写手法<sup>③</sup>。数学基础危机导致元数学成为独立科学，数学哲学从思辨科学发展成为精确科学。集合论悖论引起这次数学基础危机，人们以为这是现代数学的一场悲剧，然而根据最后结果来看却是一大幸事，这次危机有力地推动了数学哲学的形式化与精确化，数学思维的直觉观念成为

① 卡尔纳普：《哲学与逻辑句法》，上海人民出版社 1962 年版，第 15—17 页。

② 拉卡托斯：《批判与知识的增长》，作者引言，华夏出版社 1987 年版。

③ 同上。

确切描述对象，数学哲学演变成成为数学基础研究，成为如同数学本身那样的精确科学<sup>①</sup>。

分析哲学包括逻辑原子主义与逻辑实证主义。作为分析哲学的喉舌，《认识》杂志“二战”以前的最后一卷发表两篇论文，其中一篇是麦克恩所写《逻辑实证主义与剑桥分析学派之间的关系》，试图提醒人们注意分析哲学的双重根源以及它们的独有特征，维也纳大学是逻辑实证主义的根源，剑桥大学是逻辑原子主义的根源，分析哲学的双重根源导致对于哲学本质的不同态度的明显对立<sup>②</sup>。反对哲学唯心主义的战斗过程里面，逻辑原子主义是实在论思潮的同盟军，逻辑实证主义是实证主义思潮的继承人，因而逻辑实证主义采取观念论而非实在论<sup>③</sup>。逻辑实证主义认为，哲学不是建立体系或者理论，哲学只是生成某些语句，原来谈论作为对象的语句，表述其他语句的语句构成元语言，受到其他语句表述的语句构成对象语言，元语言规定对象语言的意义规则，这样逻辑实证主义与逻辑原子主义拉开距离，维特根斯坦的《逻辑哲学论》认为，人们不能有意义地谈论语言，逻辑实证主义通过语言的逻辑分层克服这个困难，这种策略也与希尔伯特对于数学与元数学的区分相关。逻辑实证主义那里语言与元语言的区分发挥重大作用，逻辑原子主义那里逻辑分析方法发挥重大作用<sup>④</sup>。逻辑原子主义认为逻辑语义学构成哲学本质，逻辑语义学决定先验逻辑以及思辨逻辑。维特根斯坦认为语言就是世界的图像，维特根斯坦所谓的原子语句是由词项组成，词项代表充满世界的特殊事物，词项的关系描述那些事物的相互关系或者排列组合，除了原子语句所有有意义语句都是原子语句的真值函项。事物就是组成这个世界的基本实体，世界的本质就是世界的逻辑形式，是由有意义语句里面词项的可能关系构成，或者是由可能事件里面事物的相互关系构成，于是语言的本质与世界的本质完全相同。维特根斯坦的这个观点预设对于语言的双重分析，首先，人们必须使得原子语句分解成为词项，原子语句里面词项的排列能够描述事物的排

① 施太格缪勒（1980），第 22 页。

② 赖特：《知识之树》，三联书店，2003 年第 1 版，第 112 页。

③ 同上书，第 121 页。

④ 同上书，第 123 页。

列，其次，人们必须能够运用原子语句的真值函项展示所有其他有意义语句<sup>①</sup>。逻辑实证主义认为逻辑句法学构成哲学本质。逻辑分析的全部论题与问题，因而哲学的全部论题与问题，统统属于逻辑句法学范围。哲学就是对于作为规则系统的语言结构进行逻辑分析，逻辑句法学方法就是唯一的哲学方法<sup>②</sup>。

数学基础论对于数学语言进行逻辑分析，发现用来构造数学语言的词项语句，这些词项语句称为数学语言的逻辑原子，逻辑原子处于逻辑演绎的开始阶段，只有借助逻辑分析才能发现逻辑原子。明显易知的词项语句不是逻辑原子，它们是出现在中途某处的词项语句，就像明显易见事物不远不近不大不小那样，明显易知词项语句既不过于复杂也不十分简单，就像我们需要望远镜与显微镜扩大观察能力那样，我们需要逻辑演绎与逻辑分析增强我们的推理能力。逻辑演绎能够引导我们进入高等数学，逻辑分析能够带领我们追溯数学基础，逻辑演绎成为比较熟悉的研究方向，根据简单词项语句演绎越来越复杂的词项语句，逻辑分析成为比较生疏的研究方向，根据复杂词项语句分析越来越简单的词项语句，逻辑分析使得数学基础与普通数学大异其趣，普通数学追问开始肯定的东西能够演绎什么东西，数学基础追问根据什么能够演绎开始肯定的东西。数学基础与普通数学区别不在主题内容，而在从事研究的人们的思想状况，希腊几何学家对于埃及土地测量的经验规则进行逻辑分析，得到能够证明这些经验规则的普遍语句，并且对于这些普遍语句进行逻辑分析，得到欧氏几何的公理与公设，这种逻辑分析工作确实属于数学基础研究，得到欧氏几何的公理与公设以后，希腊几何学家对于这些公理与公设进行逻辑演绎，逐渐构造出希腊数学的全部语句，这种逻辑演绎工作属于普通数学研究<sup>③</sup>。

数学语言的逻辑原子分为原子词项与原子语句，原子词项的逻辑分析关注阐明数学词项的意义，原子语句的逻辑分析关注确立数学语句的真理，原子词项通过定义使得全部数学词项获得意义，原子语句通过证明使得全部数学语句获得真理，比较晦暗的词项根据比较清楚的词项加以定

---

① 赖特：《知识之树》，三联书店 2003 年版，第 119 页。

② 卡尔纳普：《哲学与逻辑句法》，上海人民出版社 1962 年版，第 57 页。

③ 罗素（1982），第 7—8 页。

义，较不明显的语句根据较为明显的语句加以证明，定义根据清楚明白的词项产生所有其他数学词项，证明根据不证自明的语句产生所有其他数学语句<sup>①</sup>。数学语言的逻辑性质能够通过元数学加以证实，如果相互矛盾的数学语句不能构造出来，那么数学语言就具有一致性，为了检验数学语言的一致性人们建立了证明论；如果全部数学语句能够构造出来，那么数学语言就是具有完全性，为了检验数学语言的完全性人们建立了模型论；如果全部数学语句能够机械地构造出来，那么数学语言就是具有判定性，为了检验数学语言的判定性人们建立了递归论。

毕泰戈拉学派对于数学语言进行逻辑分析，发现数学词项能够根据算术词项加以定义，数学语句能够根据算术语句加以证明，算术词项语句就是数学语言的逻辑原子。整数之比不能定义正方形的边和对角线之比，这个事实使得数学算术化纲领遇到严重困难，实数理论充分发展以前这个困难不能得到克服。柏拉图学派对于数学语言进行逻辑分析，发现数学词项能够根据几何词项加以定义，数学语句能够根据几何语句加以证明，几何词项语句就是数学语言的逻辑原子。欧多克索建立包括不可公度比的比例理论，根据线段之比对于不可公度比加以定义，这个成就使得数学几何化纲领得以实现。19世纪鲍耶与罗巴切夫斯基建立非欧几何，他们发现否定平行公设不会导致逻辑矛盾，非欧几何与欧氏几何具有相同逻辑地位，欧氏几何从此不再拥有空间的物理真实性。维尔斯特拉斯给出处处不可微分的连续函数，使得数学家更加不敢相信直觉或者几何思维。几何词项从此失去清楚明白的意义，几何语句从此失去不证自明的真理，几何词项语句不再作为数学语言的逻辑原子。人们对于欧氏几何失去信任以前，高斯已经赋予算术更高的真理性。欧氏几何的物理必然性不能证明，至少不能通过人类理性加以证明，也不能把这种证明给予人类理性，或许其他世界里面人们可能洞察空间性质，不过当时那是人们不能办到的事情，直到那时绝不能把几何与算术相提并论，只有算术才是纯粹先验真理，几何成为类似力学的经验科学<sup>②</sup>。数学分析经过三个世纪的巨大发展，迫切需要建立自己的逻辑基础，人们又把算术作为基础建立数学分析。魏尔斯特拉斯

① Quine (1969), 第 69—70 页。

② 克莱因：《古今数学思想》第三册，上海科技出版社 1980 年版，第 289 页。

把实数定义为有理数的等价类，狄德金把实数定义为有理数集合的分割，康托把实数定义为有理数基本序列的等价类。实数理论使得不可公度比获得算术定义，算术词项能够定义全部数学词项，算术语句能够证明全部数学语句，算术词项语句成为数学语言的逻辑原子，毕泰戈拉学派的数学算术化纲领终于实现了。全部传统纯粹数学还原成为整数理论以后，逻辑分析使其还原成为最小一组公理与原始词项，整数理论就从这组公理与原始词项演绎出来。皮亚诺证明除了逻辑词项与逻辑语句以外，算术能够根据三个原始词项与五个公理演绎出来，三个原始词项与五个公理可以代替全部传统纯粹数学，而且如果它们能够根据其他词项与语句演绎出来，那么全部纯粹数学能够根据其他词项与语句演绎出来。如果我们可以使用重量这个词项，那么它们的逻辑重量等于算术演绎出来的整个科学系列，如果使用的逻辑工具没有错误，如果五个公理的真理性得到保证，那么整个系列的真理性得以肯定。皮亚诺选择零、数、后继作为原始词项，建立关于这些原始词项的五条公理：零是数；任何数的后继也是数；零不是任何数的后继；没有两数拥有相同后继；如果零拥有某种性质，任何一数拥有这种性质，这数的后继必然拥有这种性质，那么所有的数必然拥有这种性质<sup>①</sup>。皮亚诺算术的建立表明分析算术化终于完成，数学重新回归毕泰戈拉万物皆数的传统。彭加勒认为，数学分析仅仅剩下整数或者整数的有穷系列与无穷系列，通过等式关系或者不等式关系彼此联系起来。狄德金认为，整数是人类思想的自由创造，它们作为一个工具，使得人们能够更容易、更加精确地掌握众多事物。克伦涅克认为，上帝创造整数，其他都是人类的创造。

康托与弗雷格对于算术语言进行逻辑分析，发现集合是比整数更加基本的逻辑原子。集合是直觉或者思想的确定并且相异的对象组成的整体，整数是元素的性质和次序抽象以后借助理智获得的公共概念<sup>②</sup>。算术词项能够根据集合论词项加以定义，算术语句能够根据集合论语句加以证明，集合论词项语句成为数学语言的逻辑原子。集合论悖论使得数学面临第三次基础危机，罗素提出三种修改方案用来解除集合论悖论，

---

① 罗素（1982），第10—11页。

② 克林：《元数学导论》（上册），科学出版社1984年版，第7页。

这些方案包括限量理论、非类理论、曲折理论。限量理论主张通过限制集合大小避免悖论，公理化集合论就是限量理论的具体实现。集合论研究基数、序数、函数等等基本概念，借此建立整个算术与数学分析的逻辑基础，集合论构成数学科学必不可少的组成部分。然而这门科学的存在本身受到某种矛盾或者悖论威胁，这些矛盾或者悖论就从这门科学的根本原理推导出来。面对不以自己作为元素的集合的罗素悖论，集合论不能容许任何可以定义集合概念为其外延。直觉或者思想的确定的不同对象组成的总体，康托的这个集合定义肯定需要加上某种限制，然而很难给出另外的同样简单定义代替这个定义。通过定义限制集合大小的努力受到挫折，策梅罗经过思考决定通过公理限制集合大小，对于已经存在的集合论提出公理系统，公理系统必须足够狭窄能够排除全部矛盾，公理系统必须足够宽广能够演绎全部数学。经过斯科伦、弗兰克尔、冯诺曼修改补充，策梅罗公理化集合论发展成为 ZFC 集合论，包括集合、属于两个原始词项以及十条公理。外延公理  $\forall x \forall y (\forall z (z \in x \leftrightarrow z \in y) \rightarrow x = y)$ ，任何集合是由它的元素决定；空集公理  $\exists x \forall y (?y \in x)$ ，不含任何元素的集合存在；对偶公理  $\forall x \forall y \exists z \forall u (u \in z \leftrightarrow u = x \vee u = y)$ ，对于任意集合  $x, y$  存在集合  $S$ ，集合  $S$  恰恰包含  $x, y$  作为元素；幂集公理  $\forall x \exists y \forall z (z \in y \leftrightarrow \forall u (u \in z \rightarrow u \in x))$ ，对于任意集合存在这个集合的幂集；并集公理  $\forall x \exists y \forall z (z \in y \leftrightarrow \exists u (u \in x \wedge z \in u))$ ，对于任意集合存在这个集合的并集；分离公理  $\forall y \exists z \forall u (u \in z \leftrightarrow u \in y \wedge A(u))$ ，对于具有任何性质  $P(x)$  的集合  $S$ ，存在集合  $S_1 = \{x \mid P(x) \wedge x \in S\}$ ；替换公理  $\forall x \exists !y A(x, y) \rightarrow \forall x \exists y \forall z (z \in y \leftrightarrow \exists u \in x A(u, z))$ ，如果  $F$  是类函数， $S$  是集合，那么  $\text{Ran}(F \uparrow S)$  是集合。无穷公理  $\exists x (\emptyset \in x \wedge \forall y \in x (y \cup \{y\} \in x))$ ，存在集合包含归纳基数多个个体；正则公理  $\forall x (x \neq \emptyset \rightarrow \exists y \in x \forall z \in y (?z \in x))$ ，任何非空集合包含极小元；选择公理  $\forall x \forall y \in x (y \neq \emptyset \rightarrow \exists f (\text{Fun}(f) \wedge \forall y \in x f(y) \in y))$ ，对于集合  $x$  的各个非空元素集合  $y$ ，可以指定其中一个元素  $f(y)$  使得  $f(y) \in y$ 。

分析哲学包括逻辑原子主义与逻辑实证主义，反对哲学唯心主义的战斗过程里面，逻辑原子主义是实在论思潮的同盟军，逻辑实证主义是实证

主义思潮的继承人，因而逻辑实证主义采取观念论而非实在论<sup>①</sup>。逻辑实证主义那里语言与元语言的区分发挥重大作用，逻辑原子主义那里逻辑分析方法发挥重大作用<sup>②</sup>。逻辑原子主义认为逻辑语义学构成哲学本质，逻辑语义学决定先验逻辑以及思辨逻辑。维特根斯坦认为语言就是世界的图像，维特根斯坦所谓的原子语句是由词项组成，词项代表充满世界的特殊事物，词项的关系描述那些事物的相互关系或者排列组合，除了原子语句所有有意义语句都是原子语句的真值函项。事物就是组成这个世界的基本实体，世界的本质就是世界的逻辑形式，是由有意义语句里面词项的可能关系构成，或者是由可能事件里面事物的相互关系构成，于是语言的本质与世界的本质完全相同。维特根斯坦的这个观点预设对于语言的双重分析，首先，人们必须使得原子语句分解成为词项，原子语句里面词项的排列能够描述事物的排列；其次，人们必须能够运用原子语句的真值函项展示所有其他有意义语句<sup>③</sup>。逻辑实证主义认为逻辑句法学构成哲学本质。逻辑分析的全部论题与问题，因而哲学的全部论题与问题，统统属于逻辑句法学范围。哲学就是对于作为规则系统的语言结构进行逻辑分析，逻辑句法学方法就是唯一的哲学方法<sup>④</sup>。这是一种极端的看法，是与关于实在的逻辑构造如何完成的观点相关，后者是从早期实证主义与感觉主义继承下来<sup>⑤</sup>。

### 1.1.1 逻辑原子主义及其数学哲学

逻辑主义就是逻辑原子主义的数学哲学。逻辑原子主义是罗素思考数学哲学时候强加于他的形而上学，逻辑原子主义是从罗素的逻辑主义数学哲学产生出来的形而上学，这种形而上学坚持存在很多分散事物的常识信仰，反对认为世界的多样仅仅在于单一实体的各种状态<sup>⑥</sup>。罗素认为逻辑分析的最后剩余不是物理原子而是逻辑原子，某些这样的原子就是人们称

---

① 赖特：《知识之树》，生活·读书·新知三联书店2003年版，第121页。

② 同上书，第123页。

③ 同上书，第119页。

④ 卡尔纳普：《哲学与逻辑句法》，上海人民出版社1962年版，第57页。

⑤ 赖特：《知识之树》，生活·读书·新知三联书店2003年第1版，第158页。

⑥ 罗素：《逻辑与知识》，商务印书馆1996年版，第214页。