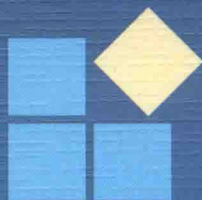


齐 玲 / 著



宏观经济学动态模型的不决定性

INDETERMINACY

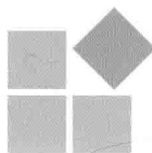
IN

DYNAMIC MODELS OF

MACROECONOMICS



社会科学文献出版社
SOCIAL SCIENCES ACADEMIC PRESS (CHINA)



宏观经济学动态模型的不决定性

齐 玲 / 著



社会科学文献出版社
SOCIAL SCIENCES ACADEMIC PRESS (CHINA)

图书在版编目(CIP)数据

宏观经济学动态模型的不决定性 / 齐玲著. -- 北京:
社会科学文献出版社, 2017. 6
ISBN 978 - 7 - 5201 - 0936 - 9

I. ①宏… II. ①齐… III. ①宏观经济学 - 动态模型
- 研究 IV. ①F015

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 136890 号

宏观经济学动态模型的不决定性

著 者 / 齐 玲

出 版 人 / 谢寿光

项目统筹 / 高 雁

责任编辑 / 冯咏梅 吴 鑫

出 版 / 社会科学文献出版社·经济与管理分社 (010) 59367226

地址: 北京市北三环中路甲 29 号院华龙大厦 邮编: 100029

网址: www.ssap.com.cn

发 行 / 市场营销中心 (010) 59367081 59367018

印 装 / 三河市尚艺印装有限公司

规 格 / 开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 11.25 字 数: 126 千字

版 次 / 2017 年 6 月第 1 版 2017 年 6 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 978 - 7 - 5201 - 0936 - 9

定 价 / 69.00 元

本书如有印装质量问题, 请与读者服务中心 (010 - 59367028) 联系

 版权所有 翻印必究

前 言

宏观经济学动态模型中的不决定性是近 20 年被广泛关注和研究的问题。在数学上，这个问题是动态系统在稳态稳定的问题，而在经济模型中的动态系统里就表现为多重路径，虽然都收敛于稳态，但它们有不同的移行路径。在经济中就表现为地理与自然环境等都相似的国家会有不同的发展路径。早期的不决定性研究集中于两个部门，因为在两个部门的模型中，两个部门之间要素配置的不同会导致不决定性发生。近年来，研究者们发现一个部门的模型由于生产的外部性，也会产生不决定性。自此，关于一个部门的不决定性的研究就一直没有间断，但一个部门比两个部门更难产生不决定性均衡。

Jaimovich - Rebelo 模型使用一个特殊的效用函数来研究收入效应对闲暇需求的影响，也就是对劳动供给的影响，由此产生不决定性的问题。最近，有很多模型使用 Jaimovich - Rebelo 模型中的效用函数（简称 JR 效用函数）来解决不决定性的问题。本书主要研究 JR 效用函数的凹性和模型中动态最优解的不唯一性等问题。笔者发现这一特殊的效用函数不是凹函数，因而动态系统的最优解不是唯一的。

而且由最优化的一阶条件所刻画的路径也不能保证是最佳路径。这一发现和证明在国际的相关研究中是最新的，而且所有的证明都是笔者的独创。

本书共五章。第一章总结了经济增长论中不确定性的文献。第二章综述了一个部门模型中的不确定性的文献。第三章研究了文献中 Jaimovich 和 Rebelo 给出的即时效用函数的凹的性质。第四章研究了多期间的效用函数的凹的性质。第五章证明了具有 JR 效用函数的动态模型不存在唯一的内部解。

本书是在 2015 年教育部人文社会科学重点研究基地重大项目（项目编号：15JJD790037）的支持下完成的。感谢中央财经大学中国精算研究院领导给予本书写作的支持，也感谢美国俄勒冈州立大学孟庆来教授所给予的大力支持。

中央财经大学中国精算研究院

齐玲

2017 年 4 月 4 日

Preface

Indeterminacy in macroeconomic dynamic models is a notable problem in recent two decades.

In mathematics, on the one hand, it is a problem of the stability of the dynamic systems, on the other hand, in economic growth models, it becomes the problem that there exist multiple paths with different transitions to convergent to the same steady state. In economy, it can be explained as follows: two countries with the same geographical and the same nature environment, but they may have different develop paths. Thus, with what conditions, indeterminacy can generate is an important research in literature of macroeconomics.

At the beginning of the research on this problem, it focus on two-sector models, because the different distribution pattern of the factors between the two sectors will cause indeterminacy. Since it was found in one-sector models that indeterminacy can happen in the model with increasing returns of scale technologies, the research on how to generate the indeterminacy has continued. However, it is more difficult to generate indeterminacy in the one-sector case than that have be done in the two-sector case.

The concavity of the utility function and the un-uniqueness of the solution to dynamic system in Jaimovich and Rebelo model. Jaimovich and Rebelo studied the effects of the income on leisure demand, and then the effects on labor supply with a special utility function. Recently, there are some papers using this utility function to analyze the indeterminacy in the one-sector model. I found that this utility is not concave, then the optimal solutions to the dynamic system are not unique. The proofs in the three chapters all proved by myself. This is very new in the study on the problem in the economic growth field.

This book includes five chapters. Chapter 1 is an overview on literature of indeterminacy, Chapter 2 is an overview on indeterminacy in one-sector models. Chapter 3 studies the concavity of instantaneous utility function in Jaimovich and Rebelo (2009). Chapter 4 studies the concavity of the utility function in multiple periods, Chapter 5 proves there exists no unique optimal solution to the dynamic system in Jaimovich and Rebelo.

This book was supported by the MOE Project of Key Research Institute of Humanities and Social Science in Universities 15JJD790037 of the Ministry of Education of the Peoples' Republic of China. I also appreciate the leadership of our institute for their support on writing of this book.

Ling Qi

China Institute for Actuarial Science
Central University of Finance and Economics

April 4, 2017

目 录

第一章 经济增长论模型中的不决定性	001
一 关于 Lucas 模型的不决定性	002
二 关于 Romer 模型的不决定性	004
三 关于离散时间模型中均衡的不决定性	006
第二章 一个部门模型的不决定性研究	008
一 产生不决定性的条件	011
二 效用函数的凹性与不决定性之间的关系	040
三 JR 效用函数	055
四 一个部门不决定性的其他研究	059
第三章 JR 效用函数的凹性	082
一 JR 模型的设定	083
二 JR 效用函数的凹性研究	086
第四章 多期间效用函数的凹性	127
一 多期间效用函数关于 t 期消费的二阶偏导及凹性	128
二 其他的二阶偏导及凹性	140

第五章 动态系统中内部解的唯一性..... 145

总 结..... 151

附 录..... 153

一 连续时间问题..... 153

二 最大原理..... 155

三 离散时间模型的最优控制..... 158

参考文献..... 168

CONTENTS

Chapter 1 Indeterminacy in the Models of

Economic Growth / 001

1. Indeterminacy in Lucas' Model / 002
2. Indeterminacy in Romer's Model / 004
3. Indeterminacy of the Equilibria in the Discrete
Time Models / 006

Chapter 2 The Studies on Indeterminacy in the

One-Sector Models / 008

1. The Conditions for Indeterminacy / 011
2. The Relationship between the Concavity of the Utility
Function and Indeterminacy / 040
3. JR Utility Function / 055
4. The Other Studies on Indeterminacy of
One-Sector Models / 059

Chapter 3 The Concavity of JR Utility Function / 082

1. The Formulation of the JR Model / 083
2. The Study on the Concavity of the
JR Utility Function / 086

**Chapter 4 The Concavity of the Utility Function for
Multiple Periods / 127**

1. The Second Partial Derivative and the Concavity of the
Utility Function of Multiple Periods with Respect
to the Consumption of Time t / 128
2. The Other Second Partial Derivatives and the Concavity
of the Utility Function of Multiple Periods / 140

**Chapter 5 The Uniqueness of the Interior Paths in
the Dynamic System of the JR Model / 145**

Conclusions / 151

Appendix / 153

1. Problems of Continuous Time Models / 153
2. The Maximum Principle / 155
3. The Optimal Control in the Discrete Time Models / 158

References / 168

第一章

经济增长论模型中的不决定性

为什么在相似的经济基础、相似的地理与自然环境条件下，有的国家经济能够突飞猛进地发展，有的国家却停滞不前甚至越来越差？到底是什么因素促进了经济发展，到底有哪些因素造成了发展的不均衡？很多经济学者试图用数理经济学的方法去说明这一问题，那就是动态均衡的不决定性（indeterminacy），使用这一理论可以去说明这样的经济现象。而关于这方面的研究也可以应用到我国的经济分析中，去说明经济发展不均衡的问题，并促使我们去探讨怎样才能促进发展缓慢地区经济发展。

在经济学家们提出内生经济增长论之前，经济增长论的研究局限于将经济增长看作不由经济本身所决定，而是外生因素所致。主要限于以下三个方面的研究：一是劳动人口的持久性增长造成了经济的增长；二是生产产品的水平和经济增长率在各国之间的趋异现象；三是生产商品的水平和经济增长率在先进国家之间的趋同现象。在 20 世纪 80 年代末，人们认识到经济增长并非外来因素决定的，而是经济主体自身的最佳选择。由此产生了内生经济增长论。归纳起来，造成内生经济增长的因素主要有两个：一是技

术的革新和开发,及在生产中的学习与改进而推动的知识积累;二是包括人力资本的资本积累造成外部经济,产生技术进步和规模报酬递增。

随着内生经济增长论的发展,近20年来对多重均衡及均衡的不确定性的研究引起了经济学者的极大关注。随着内生经济增长论的两个著名模型,Lucas (1988)的人力资本模型和Romer (1986)的技术革新与发明模型被广泛研究和应用,人们发现这些模型中都可能产生不确定性(indeterminary)均衡。继而,经济学者又给出了更容易产生这种不确定性均衡的改善了的模型和产生不确定性均衡的条件。

在均衡增长的情况下,从同一资本初始禀赋出发,资本的增长可能趋于不同的均衡点,即以不同的增长率增长,也有可能趋于同一均衡点,以同一增长率增长,但资本与消费水平大不相同。这种经济增长的可能性被称为均衡的不确定性。这方面的研究可以解释这样一个问题:为什么地理条件、自然环境及初始禀赋都大致相同的国家却沿着不同的方向发展?为什么有的会突飞猛进地发展成为较先进国家,有的却停滞不前、贫穷落后?这和一个国家采取什么样的经济政策有很大关系。一个有效的经济政策可以使一个国家在很短的时间内迈入先进国家行列,而不当的经济政策也会使一个国家的经济停滞不前甚至走到崩溃的边缘。那么,产生这种不确定性的原因是什么呢?本章将从几个方面来分析和介绍。

一 关于 Lucas 模型的不确定性

Benhabib 和 Perli (1994) 的论文首先指出了在 Lucas 内生经济增长模型中,当各种常数属于某个特定集合时,存

在着多重均衡，而且存在着不决定性。但是，不决定性的存在需要不同时期消费之间具有很强的边际替代弹性，而且要求有较大的贴现率。本书通过在原模型中引入内生的劳动供给及在效用函数中引入闲暇，减弱了对消费边际替代弹性的要求。产生多重均衡和不决定性的原因是因为劳动在各部门之间的分配不同。在原来的模型中，如果分配到人力资本生产部门的劳动多了，用于消费品生产的劳动就少了，从而影响消费。消费的变化要产生不决定性，就要求不同时期消费之间具有很强的替代弹性。而在改进的模型中，分配到人力资本生产部门的劳动多了，只是减少了闲暇，并不影响消费商品的生产。但是因为在效用函数中加进新的变量而使模型变得比较复杂，难以得到解析解，只能采取数值解法。另外，为了产生不决定性，不同时期的劳动供给替代弹性与人力资本生产部门劳动的外部性之间存在两难冲突。因为两个部门之间存在着劳动分配的敏感性，要产生不决定性就需要很高的劳动替代弹性和劳动的外部性。

Benhabib 和 Farmer (1996) 又将模型改进为考虑两个部门——消费商品和投资商品部门的模型。除了对整个经济来说存在资本投入的外部性以外，各个部门内部也存在资本投入的外部性。各个部门特有的外部性减弱了为产生不决定性而对整个经济的外部性所做的要求。

Xie (1994) 在 Lucas 模型中引进常数的一个特殊值，使模型得到解析解。他认为若商品生产中人力资本的外部性充分大，从动态系统中可以得到明确的解析解，而且证明了收敛于均衡的路径有无限多个，从而得到结论，如果用于人力资本生产的劳动的初始值充分大的话，发展中国家

也会在某一时刻超越发达国家。

Bound、Wang 和 Yip (1996) 的论文扩展了 Lucas 模型, 考虑两个部门都使用规模报酬不变技术, 其中一个部门使用人力资本和物力资本生产一种既可以用于物力资本的下一期投资又可以消费的商品; 而另一部门则生产人力资本。根据国际贸易理论的要素集约性、Stolper - Samuelson 定理及 Rybczynski 定理, 可以把动态变动解析地表示出来。论文证明了无论要素的集约性如何, 动态系统都是鞍点稳定的。论文还分析了价格的变动及调整, 得到以下结论: 如果人力资本生产部门是物力资本集约的话, 价格调整过程是不稳定的, 价格一下子就达到均衡价格。如果实行数量调整的话, 这个调整过程是鞍点稳定的。而人力资本生产部门是人力资本集约的话, 价格调整过程就是稳定的。

Benhabib、Meng 和 Nishimura (2000) 的论文考虑了两种商品的模型。其中一种商品作为消费商品, 也可以用来投资, 而另一商品仅用于投资。两种商品都由外部经济的技术生产, 但是整个社会的生产函数是规模报酬不变的。论文证明了如果可以用于消费的商品的生产对于企业来说是资本集约型的, 而对于社会的生产来说是劳动集约型的话, 这个动态系统的均齐增长路径 (balanced growth path) 就具有不决定性。

二 关于 Romer 模型的不决定性

Romer (1986) 给出了发明与技术革新的模型, 并指出发明和技术革新使得经济增长。Benhabib 和 Farmer (1994) 考虑在模型中加入劳动的内生供给。最终产品是无限个中

间产品由规模报酬不变的生产技术生产而来的。而中间产品则是由规模报酬递增的生产技术、投入资本和劳动而生产的。消费者消费商品和闲暇得到效用。论文分别讨论了中间产品的生产技术由于具有外部性而成为规模报酬递增的情况及中间产品由垄断的竞争而生产的情况。论文得到了以下结论：不决定性的存在需要很强的条件，即需要劳动需求曲线是上升的这样强的条件。

Benhabib、Perli (1994) 和 Xie (1994) 的论文证明了在 Romer 模型中投入的中间产品之间存在某种程度的互补性的话，则不决定性存在。而且证明了如果最终产品的投入之间不存在互补性的话，则不决定性不存在。模型中生产要素为人力资本、物力资本与劳动。研究部门使用人力资本和知识进行设计。垄断的竞争企业将设计和物力资本作为投入来生产中间产品。消费者消费最终产品而得到效用。论文又进一步扩展了原模型，考虑了人力资本与劳动不是外生变量而是由经济生产出来的情况。在这种情况下，由数值近似计算得到有不决定性存在的结果。更进一步，当人力资本的生产有外部性存在时，存在着两个均齐增长路径（BGP），最终无法决定经济趋向于哪个路径，所以产生不决定性。这与在此之前的文献的结果不同，以前的结果是经济趋向于统一路径，最终以相同的增长率增长，只不过消费与投资的水平有所不同罢了。而这一篇论文却得到经济最终以什么比率增长尚且不能确定的结论。

Benhabib 和 Rustichini (1994) 把 Benhabib 和 Farmer (1994)、Xie (1994)、Benhabib 和 Perli (1994) 等的各种关于产生不决定性的条件的论文集中在一个框架里去讨论，从而找出产生不决定性的原因。论文得到这样的结果：由

外部性和规模报酬递增，也就是垄断的竞争而产生不决定性的机制没有本质上的区别。论文还给出例子来说明规模报酬递增并不是产生不决定性的根本原因。

三 关于离散时间模型中均衡的不决定性

Kehoe、Levine 和 Romer (1992) 采用把外部效应和税收存在的情况下的一般均衡模型的均衡解作为最优化问题的解来刻画的方法。在税收、外部效应不存在的情况下，分散经济的最优化问题与中心计划问题的最优解是一致的。但是外部效应或税收存在的话，两个问题的解就不再相同。为了使计算复杂的一般均衡的解可以用帕累托最优化问题的解来表示，论文给出了一个将一般均衡问题转化为帕累托最优化问题的方法。在帕累托最优化问题中加入一个外生变量及有关条件。由此而得到的最优化问题的解是这个外生变量的函数，再由不动点定理，得到一般均衡的解。论文分析多重均衡产生的原因而得到结论：并非帕累托最优化问题的解不唯一，而是在由不动点定理求解一般均衡解时，多数不动点存在而导致均衡解的不唯一性，即存在多重均衡。这种在帕累托最优化问题与一般均衡问题的解不相同的情况下，通过引进外生变量和条件使得可以由求改进了的帕累托最优化问题的解和不动点而得到一般均衡解的方法被广泛应用于外部效应存在的离散时间的经济增长模型中。

Benhabib 和 Rustichini (1994) 考虑了离散时间的经济增长模型，进行了关于一般均衡的不决定性分析。一般均衡的不决定性是指这样的情况：从同样的初始状态出发存在