

Models and Methods of Engineering  
Deformation Monitoring

独知行 靳奉祥 赵君毅 著

# 工程形变监测 模型与方法

(第二版)



测绘出版社

# 工程形变监测与方法

Models and Methods of Engineering  
Deformation Monitoring

(第二版)

独知行 靳奉祥 赵君毅 著

测绘出版社

· 北京 ·

© 独知行 靳奉祥 赵君毅 2009,2017

所有权利(含信息网络传播权)保留,未经许可,不得以任何方式使用。

### 内 容 提 要

全书共分 11 章,分别介绍了形变辨识理论及方法,论述了以模式识别理论为基础拓展的测绘信息模式识别的理论与方法,并描述了其应用于形变位移识别的模型和分析方法;建筑物形变监测模型及方法,论述了高层建筑物形变监测的高程监测、整体形变监测、GPS 监测等方法,以及建筑物变形分析的回归平面法、拟合曲线法及其形变监测模型;矿山工程形变监测模型及方法,论述了井塔、井筒及隧道形变监测的模型和方法,重点对井筒三维形变监测模型和方法进行了较全面的阐述。

本书仅供从事地质、水利、铁路、交通、城建、测绘等专业的本科生、研究生、教师和研究人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程形变监测模型与方法/独知行, 靳奉祥, 赵君毅  
著.—2 版.—北京: 测绘出版社, 2017.4

ISBN 978-7-5030-4013-9

I. ①工… II. ①独… ②靳… ③赵… III. ①建筑—  
变形观测 IV. ①TU196

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 320384 号

**责任编辑** 巩 岩

**执行编辑** 侯杨杨 **封面设计** 李 伟 **责任校对** 孙立新 **责任印制** 陈 超

<b>出版发行</b>	测绘出版社	<b>电</b>	话 010—83543956(发行部)
<b>地 址</b>	北京市西城区三里河路 50 号		010—68531609(门市部)
<b>邮 政 编 码</b>	100045		010—68531363(编辑部)
<b>电子信箱</b>	smp@sinomaps.com	<b>网</b>	址 www.chinasmp.com
<b>印 刷</b>	北京京华虎彩印刷有限公司	<b>经</b>	销 新华书店
<b>成 品 规 格</b>	169mm×239mm		
<b>印 张</b>	7.5	<b>字 数</b>	147 千字
<b>版 次</b>	2009 年 10 月第 1 版	<b>印 次</b>	2017 年 4 月第 2 次印刷
	2017 年 4 月第 2 版		
<b>印 数</b>	1001—1600	<b>定 价</b>	32.00 元

**书 号** ISBN 978-7-5030-4013-9

本书如有印装质量问题,请与我社门市部联系调换。

谨以此书献给  
所有从事工程形变监测研究和工作的人们！

## 前　言

随着科学技术的发展和我国经济实力的增强,高层建筑物、大型桥梁、隧道、矿井等多种工程层出不穷,其施工和运行期间的变形监测越来越受到人们的重视。同时,开展工程形变监测模型和方法的研究也越显重要。本书的研究工作主要包括形变辨识理论及方法、建筑物形变监测模型及方法、地下工程形变监测模型及方法。具体表现在:①以模式识别理论为基础,拓展了测绘信息模式识别的理论与方法,针对形变位移的辨识问题,研究了工程形变位移识别的模型和分析方法;②针对现代高层建筑物特点和要求,探讨了高层建筑物形变监测的高程监测方法、整体形变监测方法、GPS 监测方法,以及建筑物变形分析的回归平面法、拟合曲线法及其形变监测模型等;③通过研究矿山工程形变监测模型及方法,论述了井塔、井筒及隧道形变监测的模型和方法,重点对井筒三维形变监测模型和方法进行了较深入的研究。

本书是在作者多年研究成果的基础上完成的。作者多年来密切关注和跟踪工程形变监测方面的前沿发展,进行了多个课题的研究,积累了一些成果和认识,逐渐形成了本书的主要内容。其中,也参照了一些国内外的最新研究成果,具有一定的前沿性、创新性和实用性。

本书不追求工程形变监测理论和方法的系统性阐述,侧重于作者近些年来所做研究工作的介绍,但在对某些问题分章节给读者展示时,力求系统、全面和准确。由于作者在研究内容、研究深度和广度等方面的局限性,书中不足之处在所难免,敬请各位专家和学者指正。若本书尚能起到抛砖引玉的作用,作者也甚感欣慰!

深切地感谢给予本书认真指导和无私奉献的专家和学者们!

# 目 录

<b>第 1 章 测量数据信息的模式识别方法</b> .....	1
§ 1.1 测量模式识别研究的几个问题 .....	1
§ 1.2 测量数据信息的模式识别方法 .....	6
§ 1.3 变形观测中的模式识别问题 .....	12
<b>第 2 章 重复测量周期性误差的模式识别方法</b> .....	17
§ 2.1 特征变量的确定 .....	17
§ 2.2 模式识别 .....	18
§ 2.3 应用实例 .....	21
<b>第 3 章 基于散度准则的位移量显著性模式识别方法</b> .....	22
§ 3.1 基于散度 $J_C$ 或 $J_B$ 准则的母体均值位移显著性模式识别 .....	22
§ 3.2 基于散度 $J_C$ 或 $J_B$ 准则的母体方差差异性的模式识别 .....	27
§ 3.3 基于散度 $J_D$ 准则的位移量显著性模式识别方法 .....	32
<b>第 4 章 利用回归平面确定建筑物的倾斜变形状态</b> .....	38
§ 4.1 引言 .....	38
§ 4.2 模型建立 .....	38
§ 4.3 算例及分析 .....	40
§ 4.4 结论 .....	41
<b>第 5 章 高层建筑物整体变形监测及分析方案</b> .....	42
§ 5.1 高层建筑物整体变形监测及分析 .....	42
§ 5.2 泰安国际金融大厦变形监测 .....	48
<b>第 6 章 高层建筑物整体形变的 GPS 监测与分析</b> .....	52
§ 6.1 引言 .....	52
§ 6.2 形变模型 .....	52
§ 6.3 监测方案 .....	53
§ 6.4 算例 .....	55

§ 6.5 结 论 .....	57
<b>第 7 章 利用 GPS 监测数据确定建筑物的刚性运动状态 .....</b>	<b>58</b>
§ 7.1 引 言 .....	58
§ 7.2 形变模型 .....	58
§ 7.3 算例及分析 .....	60
§ 7.4 结 论 .....	62
<b>第 8 章 矿山井筒变形监测方法及模型 .....</b>	<b>63</b>
§ 8.1 矿山井筒变形的数学模型及应用 .....	63
§ 8.2 矿山井筒三维变形监测方法 .....	68
§ 8.3 矿山副井三维变形监测 .....	74
§ 8.4 矿山井筒三维变形监测误差分析 .....	79
§ 8.5 利用激光垂准仪进行井筒变形监测的技术和方法 .....	82
<b>第 9 章 矿山井塔 GPS 监测模型及方法 .....</b>	<b>93</b>
§ 9.1 引 言 .....	93
§ 9.2 形变模型 .....	93
§ 9.3 观测方案 .....	95
§ 9.4 算例及分析 .....	96
<b>第 10 章 大径高隧道变形监测方法及分析 .....</b>	<b>98</b>
§ 10.1 引 言 .....	98
§ 10.2 监测方法及实施 .....	98
§ 10.3 实例分析 .....	101
§ 10.4 结束语 .....	102
<b>第 11 章 GPS 与 InSAR 数据融合在沉陷形变监测中的应用 .....</b>	<b>103</b>
§ 11.1 引 言 .....	103
§ 11.2 数据融合的技术优势 .....	103
§ 11.3 研究特点与方法 .....	105
§ 11.4 应用研究展望 .....	107
<b>参考文献 .....</b>	<b>108</b>

# 第1章 测量数据信息的模式识别方法

## § 1.1 测量模式识别研究的几个问题

### 1.1.1 引言

随着模式识别理论和方法的日益完善,它的应用几乎遍及了各个学科领域,测绘领域也不例外。目前,该理论在测绘领域中已涉及“3S”数据处理、地图自动识别、大地变形测量、粗差分析等方面。无论是国外还是国内,在以上几个方面的研究人员越来越多,应用越来越成熟,在数据处理中占有的位置也越来越重要。因此,将模式识别理论用于测量数据处理理论中,对测量数据处理理论的发展会起到积极作用。测量数据处理中的统计检验在测量问题的诸多方面研究比较成熟,解决了很多问题。但它的缺点也显而易见,存在着人为因素作用,使处理结果包含很大的主观性。若将模式识别的理论方法及基本思想应用于该方面,就会避免假设检验的缺点,增加处理结果的可靠性。本节就这些方面做些讨论。

### 1.1.2 模式识别与测绘技术

#### 1. 模式识别理论的发展

模式识别是 20 世纪 60 年代初迅速发展起来的一门新科学,属于信息、控制和系统科学的范畴。它与人工智能、控制工程、信息论、逻辑设计、信号检测与处理、概率论、数据处理、生物心理学、语言学等学科都有密切的关系。20 世纪 70 年代,计算机技术的迅猛发展使许多模式识别理论在方法上得以实现,大大推动了该理论的研究和实际应用。模式识别的研究成果早已应用于许多领域,如文字识别、语言识别与理解、指纹鉴别、医疗诊断、生物医学信号分析、工件识别与自动检测、考古学、侦探学等领域。自 20 世纪 80 年代开始,动态系统的检测与辨识越来越被人们关注,在地质勘探、气象观测、遥感图像分析、成像精密制导、空间站交会对接等高新技术领域里广泛应用。目前,模式识别已经形成了一个较为完整的理论体系,在国民经济和国防科学的诸领域里发挥着越来越重要的作用。

世界上的许多国家都积极参与模式识别的研究,在理论上不断创新、日益成熟,在应用上涉及的领域越来越广泛。在国内,开展有关模式识别理论与应用的研

究起步较晚,但发展很快,并成立了一些专门的研究所和模式识别实验室,在遥感数据分析、医学数据分析、语音识别、地图制图等诸多领域都有自己的成果。

## 2. 模式识别理论与测绘科学和技术

模式识别理论在测绘科学和技术领域的应用,主要集中在遥感信息处理、地图图形识别与自动扫描、大地变形测量等有限的几个方面。国际上,德国、美国等发达国家,模式识别理论已成熟地应用于其他领域;从 20 世纪 90 年代初,国际上开始研究模式识别理论用于大地变形测量分析、GIS 数据分析、粗差分析等方面,并获得了很多成果。目前,我国在测绘领域研究模式识别理论的课题还不多,其中地图自动识别的研究是一个非常活跃的研究方向,许多科研院所进行该方面研究,获得不少成果,有很多论文在刊物上刊载。例如,武汉大学的李德仁、陈晓勇的“CCD 扫描等高线图的自动栅格—矢量转换方法”,该课题是国家自然科学基金资助项目;西安电子科技大学的赵树苿等承担了“地图的计算机识别、理解与描述”的国家科研任务,其成果于 1991 年通过技术鉴定;上海交通大学图像处理与模式识别研究所的余松煜等承担了国防科学技术工业委员会下达的“地图图形计算机识别”课题,取得了一定的研究成果;航空航天部 25 所承担了“DRP 工程图识别软件”等。但我国在模式识别理论用于大地变形测量分析、GIS 数据分析、粗差分析等方面的研究才刚刚起步,参与的人员很少,在该方面的成果还不多。

### 1.1.3 测量数据处理方面的模式识别问题

#### 1. 统计检验的基本思想

这里仅以变形测量数据分析为例,说明统计检验的基本思想。变形测量两期(用 I、II 分别表示第 1 期和第 2 期)变形点坐标值之差异,并不一定反映点位的变动,它也可能是测量误差引起的。为了探明这些差异是误差干扰还是变形造成的位移,需要进行位移量显著性的检验。用  $\zeta_1$  表示第 1 期变形点坐标值,  $\zeta_2$  表示第 2 期变形点坐标值,  $\zeta_{\Delta x}$  表示两期变形点坐标值之差,根据不同的条件,某一假设可用不同的检验方法进行检验。例如,  $t$  检验法,其步骤如下:

(1)  $H_0: \zeta_{\Delta x} = \zeta_2 - \zeta_1 = 0, H_1: \zeta_{\Delta x} \neq 0$ 。也就是说,检验的原假设  $H_0$ ,是  $\zeta_2 = \zeta_1$ ,即该点坐标理论值两期相同,无位移是否存在;若拒绝原假设  $H_0$ ,则接受备择假设  $H_1$ ,认为位移存在。

(2) 作统计量  $t$ ,当原假设  $H_0$  成立时,为

$$t = \frac{\Delta x}{\mu \sqrt{Q_{II} + Q_{III}}} = \frac{\Delta x}{M_{\Delta x}} \quad (1.1)$$

(3) 选定显著水平  $\alpha$ ,查  $t$  分布表得  $t_{\alpha/2}$ ,如果  $|t| > t_{\alpha/2}$ ,则拒绝  $H_0$ ,位移显著可信;否则,接受  $H_0$ ,认为无变形存在。

由此可以看出,统计检验法在该问题处理方面存在以下缺点:

(1) 显著水平  $\alpha$  大小的选定存在一定的主观性。一般使用的  $\alpha$  值为 0.05、0.01 和 0.001,但并非限定这 3 个数值。其主要观点是对于纳伪概率  $\beta$  不作严格要求,弃真原假设  $H_0$  较之纳伪  $H_1$  是更严重的错误。一般实际应用时,考虑获得一个观测值不容易,宁愿冒较大纳伪风险,也不愿舍弃该观测值。在上面的例子中,即使位移存在,在很大程度上(概率上)也判断为位移不存在。显然,这种思想是不妥当的。

(2) 检验的错误率,即弃真  $H_0$  错误率( $\alpha$ )和纳伪  $H_1$  错误率( $\beta$ )之和不是最小。由于抽样的随机性,弃真或纳伪的错误是不可避免的,遵循的原则是在不改变  $\alpha$  的条件下,应尽量使  $\beta$  减少,即尽量使检验的功率( $1-\beta$ )增大。

(3) 对某一假设,不同的条件下,可用几种不同的检验方法进行检验,得出的结论往往不一样(李庆海 等,1982)。

## 2. 模式识别理论的基本思想

模式识别理论在测量数据处理方面的应用,主要用到的还是基于贝叶斯(Bayes)决策理论的统计模式识别,可以用最简单的两类问题分类,也可以处理多类问题分类。这里,仍就变形测量数据分析问题,以最小错误率判决规则为例说明其基本思想。假设用  $\omega_1$  和  $\omega_2$  分别表示静模式类、动模式类两种不同的类型,用  $P(\omega_1)$  和  $P(\omega_2)$  分别表示各自的先验概率密度,用  $P(\mathbf{X}/\omega_1)$  和  $P(\mathbf{X}/\omega_2)$  分别表示两个类概率密度。根据全概率公式,模式样本  $\bar{\mathbf{X}}$  出现的全概率密度为

$$P(\bar{\mathbf{X}}) = P(\mathbf{X}/\omega_1)P(\omega_1) + P(\mathbf{X}/\omega_2)P(\omega_2) \quad (1.2)$$

两个类型的后验概率分别为

$$P(\omega_1/\mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{X}/\omega_1)P(\omega_1)}{P(\mathbf{X})} \quad (1.3)$$

$$P(\omega_2/\mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{X}/\omega_2)P(\omega_2)}{P(\mathbf{X})} \quad (1.4)$$

把模式样本  $\mathbf{X}$  归属于后验概率较高的那种类型,即有以下判决规则:

(1) 若  $P(\mathbf{X}/\omega_1)P(\omega_1) > P(\mathbf{X}/\omega_2)P(\omega_2)$ , 则

$$\mathbf{X} \in \omega_1 \quad (1.5)$$

(2) 若  $P(\mathbf{X}/\omega_2)P(\omega_2) > P(\mathbf{X}/\omega_1)P(\omega_1)$ , 则

$$\mathbf{X} \in \omega_2 \quad (1.6)$$

(3) 若  $P(\mathbf{X}/\omega_1)P(\omega_1) = P(\mathbf{X}/\omega_2)P(\omega_2)$ , 则

$$\mathbf{X} \in \omega_1 \text{ 或 } \mathbf{X} \in \omega_2 \quad (1.7)$$

现在来考查它的错误率。如图 1.1 所示,在一维特征空间里,被判决门限  $t$  划分成两个类型区域  $R_1$  和  $R_2$ 。在区域  $R_1$  中,满足式(1.5),则  $\mathbf{X} \in \omega_1$ ; 在区域  $R_2$  中满足式(1.6),则  $\mathbf{X} \in \omega_2$ 。图 1.1 中阴影区域的面积就是这种分类方法的总错误

率,其值  $P(e)$  为

$$\begin{aligned} P(e) &= P(X \in \omega_2, \omega_1) + P(X \in \omega_1, \omega_2) \\ &= P(\omega_1)P_1(e) + P(\omega_2)P_2(e) \end{aligned} \quad (1.8)$$

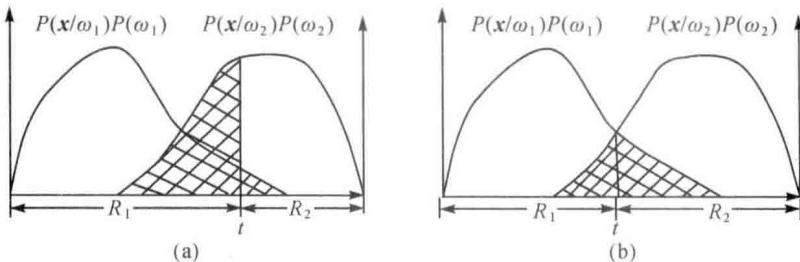


图 1.1 模式类判别

为使分类总错误率  $P(e)$  最小,应该把判决门限  $t$  选择在图 1.1(a)中的位置,而式(1.5)、式(1.6)、式(1.7)表示的判决规则,正是如此(李金宗,1994)。

由此可以看出,模式识别在该问题处理方面存在的优点是分类错误率总是最小,且避免了统计检验的三个缺点。

### 1.1.4 测量模式识别理论

#### 1. 测量模式识别概念及研究意义

测量模式识别是以测绘信息为研究对象,应用模式识别的有关理论和方法,是实现测绘信息的提取、分析和提供支持决策的可靠依据,特别是对历史测量数据中所隐含的测绘信息分析是该理论研究的主要课题。测量模式识别研究的内容主要包括测量模式的描述方法、特征的提取方法、模式分析方法、模式判识的决策方法、模式分类的可靠性及有效性分析。

一般认为,新的理论、新的技术和新的思想(如模式识别和人工神经网络技术等),对变形分析、粗差分析等研究的改善有着重要的推动作用,应该对其进行仔细的研究。变形分析、粗差分析等完全可以用模式识别的有关理论进行描述和处理,而且与传统的方法相比较,它更科学合理,尤其是在模式划分、子集模式确定、模式整体求参等问题上的突破,将会使该方向的研究得到突破性的发展(靳奉祥 等,1997)。

令人可喜的是越来越多的测绘人员认识到了模式识别的重要性。但由于人们的认识程度和模式识别自身的难度,从测绘领域研究的深度和广度上说其理论和方法不够成熟,总体水平不高,还处于起步阶段。但在“3S”技术研究炽热的时期,模式识别将是测绘领域科研人员和技术人员研究的主要课题,在变形分析、粗差分析等方面,也会有一个大的发展。

#### 2. 测量模式识别的特点

将模式识别理论和方法在遥感图像分析、地质勘探、气象观测、地图自动识别

等方面应用时,所建立起来的一整套理论和方法称为一般模式识别;将模式识别理论和方法用于变形分析、粗差分析等方面时,建立起的一整套理论和方法称为测量模式识别。以下对这两种模式识别加以比较:

(1) 从类别方面考虑,一般模式识别所采集的模式样本,其类别属性有时预先已知,有时预先未知,且类别数目也可分已知和未知的情况。这样在确定样本的类概率密度时,就可以依据不同的情况,采用监督和无监督两种不同方式来训练分类器。而在测量模式识别的情况下,一般假定模式样本的属性未知,但类别数目已知,因此,必须先进行模式的理论设计,并建立标准模式。

(2) 从所采集的样本的维数考虑,为了分类器的训练(学习,使样本尽可能多体现实际事物信息和使分类结果错误率尽可能小,总是尽可能多地采集测量数据,致使样本在模式空间里的维数较大;为便于处理、降低处理消耗,要进行特征提取)选择,要降低维数,得到最有效的特征。在测量模式识别的情况下,通过一定的手段和方法获得测量数据,虽然可从中提取许多所需要的测绘信息,但在大多数情况下,如在重复测量周期性误差确定、变形观测位移显著性判别、两次观测方差是否相同的确定等方面,它们的样本维数则被看成是一维的(陶本藻,1984)。

(3) 一般模式识别所采集的模式样本,大多数情况下其分布密度是未知的,因而需要用大量的模式样本进行非参数估计,以便确定分布密度。这项工作往往复杂而困难,且结果可靠性差。测量模式识别所采集的模式样本,一般情况都假定其分布形式是已知的,由抽样确定的统计量分布也可确定(傅京孙,1984)。

### 3. 测量模式识别的过程及步骤

根据上述分析,测量模式识别过程如图 1.2 所示。

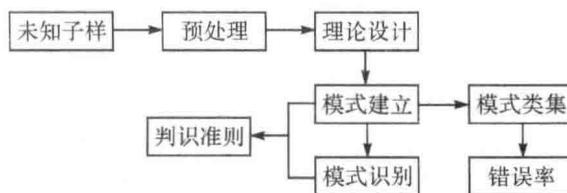


图 1.2 测量模式识别流程

(1) 理论设计是对指定的模式子空间(又称特征子空间)所决定的模式进行描述,以建立标准模式,便于对子集进行判定。

(2) 模式建立是根据事物的某些属性将其分别用参数集中所对应的某些子集来描述这些属性的一种理论和方法。

(3) 判识准则是据问题性质和判决结果的可靠性要求,选用模式类别可靠性度量,并计算其值作为判识准则,以便于进行分类判识。

(4) 模式识别是试图确定一个样本的类别属性,及把某一样本归属于多个类型

中的某一个类型,为此,需根据问题的具体情况,选用适当的判决规则和判识准则。

(5) 错误率是无论采用何种分类方法和判识准则,在模式识别后都会出现误判,都会有一定的分类错误率。它是分类问题固有复杂性的一种度量,是比较各种分类结果好坏的标准,即分类结果的可靠性问题。

由此可以看出,测量模式识别时的实际步骤为:①理论设计与模式建立,依据所研究的问题,进行模式划分,建立标准模式,以及对测量模式进行数学描述;②确定判决规则和判识准则,据具体问题,确定合适的判决规则,同时,据问题性质和判决结果的可靠性要求,选用判识准则;③得出结果,经过模式判识,确定未知类别属性的样本的类别,并给出这种判识结果的可能的错误率。

### 1.1.5 结束语

(1) 模式识别理论与方法是对传统统计检验方法的补充和发展,可以克服传统方法的不足,在给出结果的同时给出结果的可靠性。

(2) 模式识别理论引入测量数据分析后,可以解决目前数据处理上的诸多难点,将对测量数据处理理论的发展产生推动作用。

(3) 利用测量模式识别原理处理测绘科学和技术中的有关问题是值得深入研究的,通过上述分析说明也是可行的。

## § 1.2 测量数据信息的模式识别方法

随着模式识别理论和方法的日益完善,它的应用几乎遍及了各个学科领域,测绘领域也不例外。统计假设检验理论在测量数据处理中解决了很多问题,也占有重要位置,但它固有的缺点显而易见:存在着人为因素作用(李庆海等,1982;靳奉祥等,1997;陶本藻,1992),处理结果中包含着很大的主观性。笔者认为无论是统计检验还是模式识别最终解决的都是分类问题,只是分类的基点不同而已。将模式识别的理论方法及基本思想应用于该方面的研究,就会克服统计假设检验理论的缺点,增加结果的可靠性。

在测量数据处理范畴内的统计检验中,需要解决的根本问题无外乎两个:其一为测量数据的母体均值位移显著性问题;其二为测量数据的母体方差差异性问题。若用模式识别的思想方法能完全解决这两个问题,应该说是对测量数据处理理论的巨大贡献。笔者对此做了一些研究工作,取得了一些阶段性的成果,但还需进一步完善,在此提出,与同行讨论。

### 1.2.1 初步解决的问题及思想方法

在数理统计学理论中,观测值总是被看成是随机变量,由于抽样的随机性,观

测值中必然存在着偶然误差。由于观测外部条件及人为因素等,观测结果中也常受系统误差的影响,甚至有观测粗差的干扰,这就造成了母体均值位移显著性问题或母体方差差异性问题。

### 1. 母体均值位移显著性问题

设 $\bar{x}$  和 $\bar{y}$  分别是对同一量两次观测所得的子样均值,且 $\bar{x}$  概率性趋于 $\zeta_1$ , $\bar{y}$  概率性趋于 $\zeta_2$ ,即子样均值为母体均值的无偏估计。子样均值隐含母体均值大小的信息和观测方差大小的信息,是一定观测方差条件下子样的函数。

若顾及观测方差大小这一条件,能够处理两次子样均值的差异性问题,显然可以解决实际应用问题。巴尔达(Baarda)所提出的数据探测法(data snooping)和统计检验法都较成功地解决了该问题,并在相当长的时段内,占据数据处理的主导地位(靳奉祥 等,1997;李德仁,1988;李庆海 等,1982)。但这些方法所具有的弱点和局限性限制了它们的应用范围及解决问题的彻底性和合理性,模式识别是解决分类问题的数学工具,既可以处理两类问题的分类,又可以处理多类问题的分类;既能处理一维问题,又能处理多维问题。因此,用最为成熟的统计模式识别的理论和方法完全可以提取测量数据中所隐含的母体均值位移显著性的信息,从而更为合理地解决该问题,如变形观测位移显著性的解决。

### 2. 母体方差差异性问题

在表示某项观测工作的精度时,通常采用的是体现精度的母体方差(或中误差),而母体方差(或中误差)不知时,用其估计的子样方差(或子样中误差)来代替,换句话说,子样方差(或子样中误差)包含着某项工作的精度信息(Caspary,1987; Ethrog,1991; Pope,1976)。如本节所述,用模式识别理论可以从中将精度信息提取出来,因此问题得以解决,如测量数据的周期性误差的解决。

### 3. 测量模式识别的思想方法

模式识别的实质问题,实际上是科学有效的分类问题。受模式识别处理问题基本思想的启发而形成的测量模式识别思想方法,在处理母体均值位移显著性和母体方差差异性问题时,具体表述为:根据不同问题利用适当的准则函数(如概率距离准则、类内类间距离准则),以贝叶斯决策理论的最小错误判决规则或以最大似然比判决规则为基础,确定判决基准,进行判识;在给出判识结果的同时,给出判识结果的可靠性(错误率),判识步骤可用图 1.3 表示。这种处理方法是对传统处理方法的补充和发展,具有诸多优点,主要有:① 克服了统计检验理论选择显著性水平的主观性;② 依据贝叶斯决策理论的最小错误判决规则或最大似然比判决规则,使得误判概率总是最小;③ 既可根据确定的判识基准进行有水平判决,又可据误判概率的大小进行无水平判决;④ 在给出结论的同时,给出判识的可靠性。

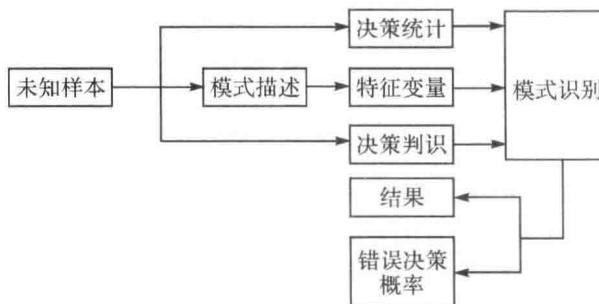


图 1.3 测量模式判识过程

### 1.2.2 模式分析与判识

#### 1. 模式类描述与特征变量

测量数据信息(观测数据)用模式识别方法处理时,必须首先给出可能的模式类别。一组观测数据对于母体均值位移显著性问题来讲,虽然事先并不知道这批数据的母体均值位移是否显著,但总有两种可能,即显著或不显著。因此,可以将模式类描述为数据的母体均值位移显著类和数据的母体均值位移不显著类;同样,对于母体方差差异性问题来说,也可以将模式类描述为数据的母体方差差异性显著类和数据的母体方差差异性不显著类。

正如统计检验一样,必须找到能够反映实际问题的统计量,才能进行分类。模式识别中,通称这种统计量为特征变量。特征变量应具有以下特点:

- (1) 它是观测子样的统计量,能反映所研究问题的实质。
- (2) 具有固定概率密度分布形式,隐含数据的可分性信息。
- (3) 能够确定其维数。

设  $X$  为服从  $N(\zeta_1, \sigma_1)$  分布的变量,  $Y$  为服从  $N(\zeta_2, \sigma_2)$  分布的变量, 两者的观测精度相同或不同。现抽得两组子样:  $x_1, \dots, x_{n_1}$  和  $y_1, \dots, y_{n_2}$ 。由抽得的子样可分别算出两子样均值和子样方差,其计算式为

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{n_1}(x_1 + \dots + x_{n_1}) \\ \bar{y} &= \frac{1}{n_2}(y_1 + \dots + y_{n_2}) \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{s}_x^2 &= \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^2 \\ \bar{s}_y^2 &= \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

根据数理统计知识和特征变量的要求,  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$  可以作为母体均值位移显著性

问题中的特征变量,  $\bar{s}_x^2$  和  $\bar{s}_y^2$  可以作为母体方差差异性问题中的特征变量。它们的可分性可概括为以下三种情况:

- (1) 两个特征变量的分布密度函数完全没有重叠, 即完全可分。
- (2) 特征变量的分布密度函数完全重叠, 即完全不可分。
- (3) 一般情况下, 两随机变量的分布密度函数总是部分地重叠, 这种情况下, 可以在一定判识基准下给出可分或不可分的结论, 如图 1.4、图 1.5 所示(Caspary, 1987; Pope, 1976; 李金宗, 1994)。

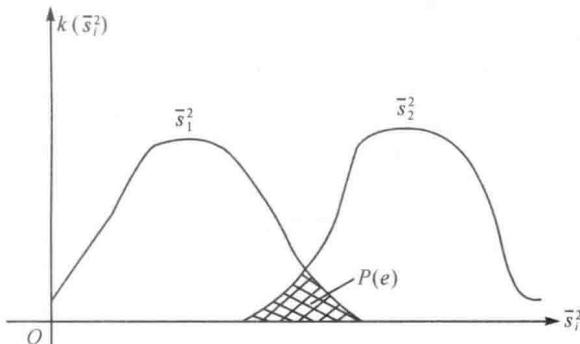


图 1.4 在一般情况下的分布重叠情况

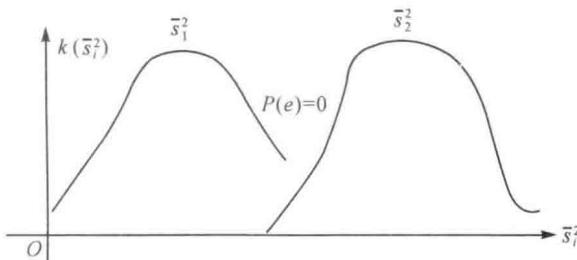


图 1.5  $\bar{s}_1^2$  和  $\bar{s}_2^2$  完全可分情况

## 2. 准则函数与错误率

由于概率距离准则直接反映类概率密度的分布情况, 且与分类错误率密切相关, 与模式类别的可分性直接相关, 为类可分性的一种度量, 因此, 可以用概率距离准则作为准则函数研究方差差异性和均值位移显著性问题。经研究可以用  $J_C$  和  $J_D$  准则来处理所提出的问题。

- (1) 假设随机模式的特征空间是  $d$  维的,  $P(\mathbf{x}/\omega_i)$  和  $P(\mathbf{x}/\omega_j)$  分别表示两类的类概率密度,  $E_d$  为  $\mathbf{x}$  的值域空间, 则  $J_C$  准则可以写成(李金宗, 1994)

$$J_C = \ln \int_{E_d} [P(\mathbf{x}/\omega_i)]^{1-s} [P(\mathbf{x}/\omega_j)]^s d\mathbf{x} \quad (1.11)$$

式中,  $s$  在闭区间  $[0, 1]$  内取值。

当类概率密度服从正态分布时,有

$$J_C = \frac{1}{2}s(1-s)(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j)^T [(1-s)\boldsymbol{\Sigma}_i + s\boldsymbol{\Sigma}_j]^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j) + \frac{1}{2}\ln \frac{\|(1-s)\boldsymbol{\Sigma}_i + s\boldsymbol{\Sigma}_j\|}{\|\boldsymbol{\Sigma}_i\|^{1-s} \|\boldsymbol{\Sigma}_j\|^s} \quad (1.12)$$

式中,  $\boldsymbol{\mu}_i$ 、 $\boldsymbol{\mu}_j$  为两类的均值矩阵,  $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_j$  为两类的方差矩阵。

当  $\boldsymbol{\Sigma}_i = \boldsymbol{\Sigma}_j = \boldsymbol{\Sigma}$ ,  $s=0.5$  时, 则有

$$J_C = \frac{1}{8}(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j)^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j) = \frac{1}{8}r_{ij}^2 \quad (1.13)$$

式中,  $r_{ij}$  为马氏距离。

考虑  $J_C$  准则, 相应地可以得出错误率上界的公式为

$$P(e) \leq [P(\omega_i)]^{1-s} [P(\omega_j)]^s \exp(-J_C) \quad (1.14)$$

式中, 右端是基于贝叶斯决策理论最小错误率判决规则处理  $\omega_i/\omega_j$  两类问题时的错误率上界,  $P(\omega_i)$  和  $P(\omega_j)$  为两类的先验概率。

当为正态分布且两类协方差矩阵相同时, 即  $\boldsymbol{\Sigma}_i = \boldsymbol{\Sigma}_j = \boldsymbol{\Sigma}$ , 则有

$$P(e) \leq \sqrt{P(\omega_i)P(\omega_j)} \exp\left(-\frac{1}{8}r_{ij}^2\right) \quad (1.15)$$

(2) 根据(1)的假设,  $J_D$  准则有(Caspary, 1987)

$$J_D = \int_{E_d} [P(x/\omega_i) - P(x/\omega_j)] \cdot \ln \left[ \frac{P(x/\omega_i)}{P(x/\omega_j)} \right] dx \quad (1.16)$$

若类概率密度  $P(x/\omega_i)$  的分布服从  $N(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ ,  $P(x/\omega_j)$  的分布服从  $N(\boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j)$ , 则

$$J_D = \frac{1}{2} \text{tr}[(\boldsymbol{\Sigma}_i - \boldsymbol{\Sigma}_j)(\boldsymbol{\Sigma}_j^{-1} - \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1})] + \frac{1}{2} \text{tr}[(\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} + \boldsymbol{\Sigma}_j^{-1})(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j)(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j)^T] \quad (1.17)$$

当模式样本  $x$  的各维特征之间是相互独立的, 则有

$$J_D = \sum_{k=1}^d \left( \frac{\boldsymbol{\mu}_{ik} - \boldsymbol{\mu}_{jk}}{\sigma_k} \right)^2 \quad (1.18)$$

考虑  $J_D$  准则, 一般情况下, 其相应错误率计算较难, 但当特征变量为正态分布, 且属两类一维问题时, 其错误率解析计算为

$$P(e) = \int_{\frac{1}{2}\sqrt{J_D}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy \quad (1.19)$$

无论是  $J_C$  准则还是  $J_D$  准则, 相应计算出的错误率都是在贝叶斯决策理论的最小错误率判决或最大似然比判决规则的条件下做出的, 如图 1.6 所示。这样, 根据判识过程就可进行模式判识。

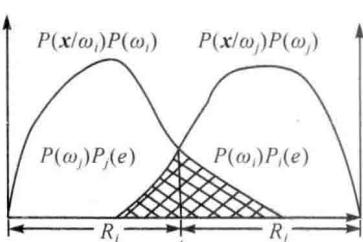


图 1.6 最小错误率判决规则的错误率(一维)