普通高等教育"十三五"规划教材
电气工程、自动化专业规划教材

现代控制理论教程

张宇献　李　勇　编著

中国工信出版集团　電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

普通高等教育“十三五”规划教材
电气工程、自动化专业规划教材

现代控制理论教程

张宇献　李　勇　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京・BEIJING

内容简介

本书适用于工程与应用类院校自动化、电气工程及其自动化等相关专业，力图结合系统的物理概念，深入浅出地阐述现代控制理论基本内容，包括状态空间的基本概念和方法、系统的状态空间描述和标准型、系统的运动分析、能控性和能观测性、结构分解和实现问题，以及系统的稳定性分析、状态反馈和状态观测器等。

本书可作为高等学校自动化、电气工程及其自动化等相关专业的教材，同时也适合广大青年读者和工程技术人员自学。

图书在版编目（CIP）数据

现代控制理论教程 / 张宇献，李勇编著. —北京：电子工业出版社，2017.5
电气工程、自动化专业规划教材
ISBN 978-7-121-31494-0

Ⅰ. ①现… Ⅱ. ①张… ②李… Ⅲ. ①现代控制理论－高等学校－教材 Ⅳ. ①O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 098720 号

策划编辑：赵玉山
责任编辑：赵玉山
印　　刷：北京京师印务有限公司
装　　订：北京京师印务有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：14.25　字数：364 千字
版　　次：2017 年 5 月第 1 版
印　　次：2017 年 5 月第 1 次印刷
定　　价：34.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）88254556，zhaoys@phei.com.cn。

前　　言

随着科学技术的迅速发展，现代控制理论在经典控制理论的基础上得以建立和发展，在工业控制以及其他领域，如航空航天、核技术、生物工程等新兴领域中发挥着越来越重要的作用。因此，自 20 世纪 60 年代以来，国内外的许多大学都把现代控制理论列为自动化、电气工程及其自动化等相关专业的专业课程。

现代控制理论是以状态空间理论为核心，对动态系统进行分析和研究的。它不但可以处理单变量线性定常系统，还可以处理多变量、时变、非线性系统。因此，涉及的数学知识多，公式推导繁杂，不易掌握。当然，不同层次或不同侧重面的院校和专业，对现代控制理论教授内容的要求也不尽相同，目前已有的现代控制理论教材还无法满足各类不同要求。

编者根据多年的教学实践，尽量避免过多的数学推导和深奥的数学知识，结合控制系统的物理含义和例子，深入浅出地讲述有关状态空间的理论和分析方法，使学生能在有限的学时内，掌握好现代控制理论最基本的知识。另外，注重内容的可读性，使读者通过自学也能掌握书中的基本内容。

在内容上，本书主要讲述状态空间法的基本概念和基本方法，其中包括系统状态方程的建立及解法，能控性、能观测性和稳定性等定性理论，极点配置、反馈解耦、观测器设计等综合理论。在结构上，本书首先给出控制系统的数学描述，提出状态变量和状态方程概念；然后对系统进行运动分析，以及能控性、能观测性和稳定性分析；进而给出系统的综合与设计方法。

本书第 1 章至第 4 章由张宇献编写，第 5 章至第 7 章由李勇编写。同时，我们的研究生钱小毅、韩奥琪、郭佳强、陈向文、赵兴昌、房磊、吴晓红、孙振羽、杨鑫参与了本书的文字录入和绘图工作。在本书编写过程中，得到了沈阳工业大学教务处、电气工程学院等单位，以及自动控制原理课题组全体老师的支持，在此，编者对上述单位和个人以及本书所列参考文献的作者，一并表示衷心的感谢。

本书提供配套的电子课件，可登录电子工业出版社的华信教育资源网：www.hxedu.com.cn，注册后免费下载。

由于编者水平有限，书中难免有不妥和错误之处，敬请读者批评指正。

编　　者

目　录

第1章 绪 论

随着生产规模的扩大以及空间技术的发展，经典控制理论日益暴露出它的局限性，无法适应宇航、经济、生物等各个领域的发展需要。现代科学技术的迅速发展对自动控制的程度、精度、速度、范围及其适应能力的要求越来越高，以状态空间概念为基础的现代控制理论，已形成多个分支，渗透到各个科技领域。本章在简要概述控制理论的研究对象和控制理论发展历程的基础上，介绍了现代控制理论研究的基本内容及其与经典控制理论的区别及联系。本章的目的是着重就研究对象、基本内容和论述范围等进行简要的介绍，以期在宏观层次上对现代控制理论有一个总体的认识。

1.1 控制理论的研究对象

系统存在于自然界和人类社会的一切领域中。系统是控制理论所要研究的对象。这一节首先介绍系统、动态系统、线性系统等一些基本概念。

1. 系统

通常将系统定义为由相互关联和相互制约的若干“部分”所组成的具有特定功能的一个“整体”。系统的状态由描述系统行为特征的变量来表示。随着时间的推移系统会不断地演化。导致系统状态和演化进程发生变化的因素主要包括外部环境的影响，内部组成的相互作用，以及人为的控制作用等。

可以看出，系统作为系统控制理论的一个基本概念，具有如下3个基本特征。

（1）整体性。整体性包含两层基本含义。一是强调系统在结构上的整体性，即系统由“部分”所组成，各组成部分之间的相互作用是通过物质、能量和信息的交换来实现的。二是突出系统行为和功能由整体所决定的特点，系统可以具有其组成部分所没有的功能，有着相同部分但它们的关联和作用关系不同的两个系统可以呈现出很不相同的行为和功能。

（2）抽象性。在现实世界中，一个系统总是具有具体的物理、自然或社会属性。例如工程领域中的机电系统、制造系统、电力系统、通信系统等，自然领域中的生物系统、生态系统、气候系统等，以及社会领域中的经济系统、人口系统、社会系统等。但是，作为系统控制理论的研究对象的系统，常常是抽取了具体系统的物理、自然或社会含义，而把它抽象为一个一般意义下的系统而加以研究。系统概念的这种抽象化处理，有助于揭示系统的一般特性和规律，使系统控制理论和方法具有普适性。

（3）相对性。在系统的定义中，所谓“系统”和“部分”这种称谓具有相对的属性。事实上，对于一个系统而言，其组成部分通常也是由若干个更小部分所组成的一个系统，而这个系统往往又是另一个系统的一个组成部分。

2. 动态系统

所谓动态系统，就是运动状态按确定规律或确定系统规律随时间演化的一类系统，通常也称为动力学系统。大量的自然系统、工程系统和社会系统都属于动态系统。动态系统是系统控制理论所研究的主体。

动态系统的行为由其各类变量间的关系表征。系统的变量可区分为三类形式。一是反映

外部对系统的影响或作用的输入变量组，如控制、投入、扰动等；二是表征系统状态行为的内部状态变量组；三是反映系统对外部作用或影响的输出变量组，如响应、产出等。对于很大的动态系统，可以基于数学语言来对系统变量间的动态过程进行描述，这种描述常常具有微分方程组或差分方程组的形式。在系统描述的基础上，通过解析推导或数值分析等途径，可对系统的运动规律和各种性质给出严格的和定量的表达。表征系统动态过程的数学描述具有两类基本形式。一是系统的内部描述，通常也被称为“白箱描述”，它是建立在系统的内部机理为已知的前提之上的。内部描述由两部分组成：一部分是反映输入变量组对状态变量组的动态影响关系，其描述具有微分方程组或差分方程组的形式；另一部分是反映输入变量组和状态变量组两者到输出变量组间的变换影响关系，其描述呈现为代数方程的形式。二是系统的外部描述，通常也被称为“黑箱描述”或输入输出描述，它是建立在系统的内部机理为未知的前提之上的。外部描述反映的是输入变量组对输出变量组间的动态影响关系，描述具有高阶微分方程组或高阶差分方程组的形式。对于特定的动态系统，两类描述之间可以进行相互转化，内部描述通过既定的关系可化为输入输出描述，输入输出描述也可以通过“实现理论”所提供的算法化为内部描述。

3. 线性系统

线性系统是最为简单和最为基本的一类动态系统。线性系统的一个基本特征是其模型方程具有线性属性即满足叠加原理。叠加原理是指，若系统的数学描述为 $\boldsymbol{L}$。则对任意两个输入变量 u_1 和 u_2 以及任意两个非零有限常数 c_1 和 c_2，必成立关系式：

$$\boldsymbol{L}(c_1 u_1+c_2 u_2)=c_1\boldsymbol{L}(u_1)+c_2\boldsymbol{L}(u_2)$$

对于线性系统，通常还可进一步细分为线性时不变系统（Linear time-invariant systems）和线性时变系统（Linear time-varying systems）两类。

线性时不变系统也称为线性定常系统或线性常系数系统。其特点是，描述系统动态过程的线性微分方程或差分方程中，每个系数都是不随时间变化的常数。从实际的观点而言，线性时不变系统也是实际系统的一种理想化模型，实质上是对实际系统经过近似化和工程化处理后所导出的一类理想化系统。但是，由于线性时不变系统在研究上的简便性和基础性，并且为数较多的实际系统都可以在一定范围内足够精确地用线性时不变系统来代表，因此自然地成为控制系统理论中的主要研究对象。

线性时变系统也称为线性变系数系统。其特点是，表征系统动态过程的线性微分方程或差分方程中，至少包含一个参数为随时间变化的函数。在现实世界中，由于系统外部和内部的原因，参数的变化是不可避免的，因此，严格地说几乎所有系统都属于时变系统的范畴。但是，从研究的角度，只要参数随时间的变化远慢于系统状态随时间的变化，那么就可将系统按时不变系统来研究，由此而导致的误差完全可以达到忽略不计的程度。

线性时不变系统和线性时变系统在系统描述上的这种区别，既决定了两者在运动状态特征上的实质性差别，也决定了两者在分析和综合方法的复杂程度上的重要差别。

1.2 控制理论的发展历程

自动控制理论是关于自动控制系统及其分析与设计的理论，其任务是研究自动控制系统中变量的运动规律和改变这种运动规律的可能性和途径，为建立高性能的自动控制系统提供必要的理论依据。

自动控制的思想可以追溯到久远的古代，古代罗马人的具有反馈原理的简单水位控制装置，我国和希腊古代的具有反馈原理控制水流速度的“铜壶滴漏”钟，两千年前我们祖先发明的指南车，公元1086—1089年我国的苏颂和韩公廉发明的水运仪象台等都是典型的例子。但自动控制的大量应用却始于第一次工业革命时代。1788年，瓦特（J. Watt）使用的自动调节进气阀门开度以控制蒸汽机转速的离心式调速器是闭环自动控制装置在工程实践中应用的第一项重大成果。以此为背景，物理学家麦克斯韦（J. C. Maxwell）于1868年在“论调节器”这篇论文中首次对反馈控制系统的稳定性进行系统分析，指出系统稳定性取决于系统微分方程对应的特征方程的根具有负实部，该论文是控制理论早期发展的奠基之作。随后，自动控制理论开始形成并随着控制工程实践的需要不断发展。纵观自动控制理论100多年的发展历程，根据研究方法和思路的不同，一般可分为如下3个阶段。

1．控制理论发展初期及经典控制理论阶段

1868年麦克斯韦从理论上揭示了反馈系统的稳定性与系统微分方程对应的特征方程的特征根在复平面上分布位置的关系；1877年劳斯（E. J. Routh）、1895年赫尔维茨（A. Hurwitz）分别研究了系统的稳定性与特征方程系数的关系，并分别独立给出了高阶线性系统稳定性的代数判据，这就是至今仍得到应用的劳斯判据和赫尔维茨判据。针对非线性和时变系统稳定性问题，1892年李亚普诺夫（A. M. Lyapunov）提出用可模拟系统能量的假想标量函数——“李亚普诺夫函数”的正定性及其导数的负定性直接判别系统稳定性的判据，建立了动力学系统稳定性的一般理论。

1922年，米诺斯基（N. Minorsky）提出比例积分微分（PID）控制律，其将负反馈系统偏差的现状（比例P）、历史（积分I）和变化趋势（微分D）线性组合成复合控制量，对被控对象进行控制，兼顾了系统稳定性、快速性和准确性3个方面的要求，应用广泛。1942年，尼科尔斯（N. B. Nichols）提出PID参数最佳整定法，发展了PID算法。

1927年，为了减小电子管放大器的非线性引起的信号失真，布莱克（H. S. Black）提出了反馈放大器，“反馈”这一自动控制的基本原理和基本方法开始建立；但提高反馈系统的开环增益以减小误差（失真）与系统稳定性要求降低开环增益是矛盾的，这就涉及反馈系统的稳定性问题。当动态特征很复杂时，难以用基于时域的劳斯-赫尔维茨判据解决。1932年，奈奎斯特（H. Nyquist）提出负反馈系统稳定性频域判据，标志着经典控制理论的形成，其揭示了系统开环幅相频率特性$G(j\omega)$和闭环系统稳定性的本质联系。1943年，哈尔（A. C. Hall）基于传递函数这一描述系统动态特性的复数域数学模型，将通信工程的频率响应法和机械工程的时域方法统一为经典控制理论的复数域方法。传递函数可通过在零初始条件下对线性常微分方程进行拉普拉斯（Laplace）变换得到，其不仅回避了求解高阶微分方程的困难，而且可直接应用传递函数研究系统结构和参数对性能指标的影响。1945年，伯德（H. W. Bode）出版了《网络分析和反馈放大器设计》一书，提出了使频率响应法更适合工程应用的Bode图法。Bode图绘制简便且有良好的工程分析精度，不仅可分析判断闭环系统动、静态性能，而且可确切获取闭环系统稳定性和稳定裕度的信息。1948年，伊凡思（W. R. Evans）则提出了复数域分析和设计负反馈系统的方法——根轨迹法，即直接由开环零、极点在复平面的分布求闭环特征根随某一参数变化的轨迹。至此，以传递函数为动态数学模型、频率响应法和根轨迹法两种频域方法为核心，主要研究单输入单输出（SISO）线性定常（LTI）反馈系统的经典控制理论基本成熟。

1944年，美国陆军发明的自动化防空火炮系统是经典控制理论应用于工程实践的成功范

例之一。数学家维纳（N. Wiener）从中提炼出“信息”、“系统”、“控制”3个要素，于1948年出版了自动化科学的奠基著作《控制论——动物和机器中的控制与通信》。该书与1945年贝塔朗菲的《关于一般系统论》、1948年香农（C. Shannon）的《通信的数学理论》简称为“三论”（控制论、系统论、信息论），共同构筑了自动化与信息科学技术的理论基础。

2. 现代控制理论阶段

20世纪60年代，随着电子计算机技术的进步，航空航天技术和综合自动化发展的需要，推动了以状态空间描述为基础、最优控制为核心，主要在时域研究多输入多输出（MIMO）系统的现代控制理论的诞生。

1957年，苏联成功发射人类历史上第一颗人造地球卫星；1968年，美国“阿波罗”宇宙飞船登上月球，揭开了人类开始征服太空的序幕。航天器控制系统是多输入多输出的系统，而且要求设计某种性能要求指标下的最优控制系统，用经典控制理论基于传递函数的频域方法难以解决。卡尔曼（R. E. Kalman）、贝尔曼（R. Bellman）和庞特里亚金（L. S. Pontryagin）等提倡从变换后的频域回到时域，用状态空间表达式（一阶微分或差分方程组）建立MIMO线性/非线性、定常/时变系统的动态数学模型，并提出与经典控制理论频域法不同的状态反馈和最优控制方法，即现代控制理论。其包含20世纪50年代贝尔曼提出的寻求最优控制的动态规划法和庞特里亚金提出的极小值原理，20世纪60年代卡尔曼分析系统引入的状态空间分析法及提出的多变量最优控制和最优滤波理论、能控性和能观测性概念。1958年，由于控制科学中研究非线性系统大范围稳定性问题的推动，基于状态变量法的李亚普诺夫稳定性理论在控制理论的文献中开始被引用，并掀起了相当持久的李亚普诺夫热。应该指出，数字计算机技术的飞速发展，为多变量复杂系统的时域分析提供了物质基础。事实上，现代控制理论的状态空间方法以计算机作为系统建模、分析、设计、控制的工具。

最优控制依赖确定的数学模型，但环境和被控对象参数不可避免的变化将导致实际系统的模型发生变化。因此，在线辨识系统数学模型，并按当前模型修改最优控制律的自适应控制及系统辨识理论也是现代控制理论的研究范畴。20世纪70年代以来，自适应控制理论进展显著，奥斯特隆姆（K. J. Åström）和朗道（Landau）等为此做出了贡献。1970年，罗森布洛克（H. H. Rosenbroek）等提出多变量频域控制理论，将传统频域方法发展为现代频域方法。为了使控制算法对系统模型的变化具有更强的适应性，产生了预测控制和鲁棒控制等方法。这些新方法都是现代控制理论在控制工程实践需要的推动下向深度和广度发展的成果。

3. 智能控制理论阶段

20世纪70年代以来，控制理论应用领域已从传统的军事、工业扩展到社会经济、能源环境、生物医学等系统，因此被控对象难以精确描述，控制任务复杂，使基于数学模型、控制任务要求较单一的现代控制理论面临困难，由此产生了智能控制理论。

智能控制是针对控制系统（被控对象、环境、目标、任务）的不确定性和复杂性产生的不依赖于或不完全依赖于控制对象的数学模型，以知识、经验为基础，模仿人类智能的非传统控制方法。和空间技术、原子能技术并列为20世纪3大科学成就的人工智能技术的发展，促进了自动控制理论向智能控制理论方向的发展。1971年，傅京孙（K. S. Fu）将智能控制概括为自动控制和人工智能的交集，体现了智能控制系统多元跨学科的基本结构特征。随着智能控制技术研究的深入及其工程化、实用化，在二元交集论基础上产生了三元、四元、多元等智能控制结构，智能控制的理论体系正在不断地发展和完善之中。1991年，奥斯特隆姆提出“模糊逻辑控制、神经网络控制、专家控制是3种典型的智能控制方法”，较全面地阐

明了智能控制的几个重要分支。除此之外，学习控制、仿人控制、混沌控制等则是智能控制的新兴研究方向。

1.3 现代控制理论的基本内容

现代控制理论是应用状态空间法对多输入多输出、线性或非线性、定常或时变系统的状态进行分析与综合的理论。其采用状态空间表达式作为系统的动态模型，以能控性、能观测性揭示系统外部特性（输入、输出）与内部特性（状态），采用状态反馈、极点配置的方法对系统进行综合，以实现系统性能指标的最优。现代控制理论的研究范畴主要有如下几个方面。

1. 系统辨识

基于动态系统的状态空间的数学模型进行分析和控制是现代控制理论的特点之一。因此，系统辨识和建模是现代控制理论重要研究范畴之一。当系统较复杂时，解析法建模不再适用，而需要采用实验研究的方法即系统辨识方法。在基于试验知识所提出的被辨识系统模型的类型中，根据对所选择的输入试验信号作用下的被辨识系统的输出响应的观测，估计被辨识系统等效数学模型的结构参数和模型参数，并进行模型校验。其中，参数估计是系统辨识中最重要和发展最快的研究领域，已出现很多参数估计的计算方法，如基于脉冲响应的脉冲响应法、相关函数法、局部辨识法；基于最小二乘法的加权最小二乘法、递推最小二乘法、广义最小二乘法等；基于似然函数的极大似然法等。

2. 线性系统理论

线性系统理论是现代控制理论中应用最广泛的独立分支，也是现代控制理论的基础。其采用状态空间法对线性动态系统进行定量分析（即确定在不同输入控制作用下系统状态的动态响应）和定性分析（即稳定性、能控性、能观测性分析），并采用状态反馈配置闭环极点的方法控制并改善系统状态的动态响应。

低阶线性定常系统的稳定性分析，既可采用李亚普诺夫稳定性判据的第一法（间接法），即求系统微分方程的解，根据解的性质判断系统稳定性；也可采用李亚普诺夫稳定性判据的第二法（直接法），即不求解系统微分方程，二是构造“李亚普诺夫函数”，并根据该标量函数的正定性及其导数的负定性直接判别系统的稳定性。李亚普诺夫直接法提供了判别任何复杂系统稳定性的方法，在高阶线性定常系统、非线性系统、时变系统稳定性分析中有明显优势，应用广泛。因此，尽管基于状态变量法的李亚普诺夫稳定性理论是1892年提出的，但控制系统的李亚普诺夫稳定性分析仍是现代控制理论的组成部分。

在状态空间法的基础上，派生了基于几何方法的线性系统几何理论、基于抽象代数的线性系统代数理论及基于经典频率法的线性多变量频域理论等新分支。

3. 最优控制

最优控制是现代控制理论的核心。最优控制问题就是在多种约束条件下寻找使系统某个性能指标泛函数极值的控制规律，故其数学本质是求某泛函的条件极值问题，即变分学问题。针对经典变分法只适用于求解无约束或允许控制属于开集的最优控制问题的局限，20世纪50年代，庞特里亚金提出“极小值原理”，发展了经典变分理论，以处理允许控制属于闭集的最优控制问题。与此同时，贝尔曼为解决多级决策问题，提出“动态规划”。“极小值原理”和“动态规划”是研究最优控制问题最重要的两种方法。随着控制理论的发展，最优控制也有很大发展，如分布参数的最优控制、随机最优控制、大系统的最优控制等。

4. 最优滤波（最佳估计）

最优控制规律是被控系统内部状态向量的函数，但由于被控系统和测量装置存在随机干扰和测量装置的限制，一般难以精确地测量出系统全部状态的信息。故基于已建立的系统数学模型，从夹杂着随机噪声的系统输入/输出的测量数据中，采用统计方法，针对一定统计规则（如最小方差估计、极大似然估计、最小二乘估计等）求出系统状态的最优估计，即最优滤波是闭环系统最优控制工程实现的前提。基于最小方差准则的维纳滤波和卡尔曼滤波是得到广泛应用的两种最优线性滤波方法。20 世纪 40 年代提出的维纳滤波方法开创了应用统计方法研究随机控制问题的新领域，但其仅是对平稳随机过程最优滤波的方法；20 世纪 60 年代提出的卡尔曼滤波理论克服了维纳滤波理论的局限性，适用于非平稳随机过程，已在通信、控制、导航及其他具有随机信号处理的很多领域得到广泛应用。对非线性系统，由于在理论上难以找到严格的递推滤波公式，目前一般采用非线性滤波线性化的近似方法（如连续型和离散型线性化卡尔曼滤波、推广的卡尔曼滤波）处理非线性滤波问题。

5. 自适应控制

系统的不确定性（如被控对象参数未知或工作状况改变和环境变化引起系统参数改变）是对基于数学模型的传统控制的挑战，自适应控制正是为解决环境和被控对象参数有较大变化的系统仍能自动保持在接近某种意义下最优运行状态这一问题提出的。“自适应控制”基于在线辨识系统数学模型，将系统当前性能与最优性能比较，实时调整控制器的结构、参数，即修改最优控制规律，以保证系统适应环境和被控对象参数变化，保持最优性能。模型参考自适应控制系统和自校正控制系统是自适应控制系统的两种基本形式。目前，自适应控制理论仍在迅速发展之中，这反映了现代控制系统向智能化、精确化方向发展的总趋势。

本书主要针对上述第 2 部分内容进行讲解，其余部分请参阅其他教材。

1.4 与经典控制理论的比较与联系

“经典控制理论”和“现代控制理论”这两个词是 1960 年在第一届全美联合自动控制会议上提出的。在这次会议上把系统和控制领域中研究单变量控制问题的理论称为经典控制理论，研究多变量控制问题的理论为现代控制理论。现在，一些学者对“经典”和“现代”的提法是否恰当也提出了不同的观点。

按经典控制理论和现代控制理论的提法，经典控制理论是自动控制理论中建立在频率响应法和根轨迹基础上的一个分支。它的研究对象是单输入单输出的自动控制系统，特别是线性非时变系统。经典控制理论是以输入输出特性（主要是传递函数）为系统的数学模型，采用频率响应法和根轨迹这些图解的方法来分析系统的性能和设计控制装置。现代控制理论则是建立在状态空间法基础上的一种研究多变量控制系统的控制理论，对控制系统的分析和设计主要是通过对系统的状态变量描述进行的，基本方法是时域方法，是自动控制理论的一个主要组成部分。

1. 现代控制理论与经典控制理论的比较

经典控制理论的基本内容有时域法、频域法、根轨迹法、描述函数法、相平面法、代数和几何稳定判据、校正网络设计等，主要研究稳定性问题。现代控制理论的基本内容有系统辨识、最优控制问题、最佳滤波问题，研究的主要问题是最优化问题。

现代控制理论与经典控制理论相比，首先其适应对象不同。一般来说，经典控制理论只

对单输入单输出定常系统的分析与综合有效，而现代控制理论则适用于线性和非线性、定常和时变、单变量和多变量以及连续和离散系统。现代控制理论使用领域的扩大，使它成为更普遍性的理论。

现代控制理论与经典控制理论采用的数学工具不同。由于经典控制理论主要限于处理单变量的线性定常问题，反映到数学上就是单变量的常微分方程问题，因此拉普拉斯变换就成了它的主要数学工具，数学模型是传递函数。现代控制理论要处理多变量问题，矩阵和向量空间理论是它的主要数学基础。

现代控制理论与经典控制理论的研究方法不同。经典控制理论是一种频域方法，它以系统的输入输出的特性作为研究依据，而现代控制理论的本质是一种时域方法，以状态变量描述方法作为研究依据。因此，经典控制理论着眼于系统的输出，而现代控制理论则着眼于系统的状态，它能更完全地描述系统的动力学性质。

现代控制理论与经典控制理论的分析和综合也有一定差别。经典控制理论是在给定一类特定输入的情况下，分析输出的响应。在综合问题上，是根据给定的某种指标来设计系统的校正网络。经典控制理论着眼于系统外部联系，而现代控制理论则主要揭示系统对控制和初始状态的依赖关系，指出其可能影响的性质和程度，揭示系统在一定的指标提法和其他限制条件下可能达到的最佳状态，即最优控制。

现代控制理论与经典控制理论在控制器的实现上亦不同。经典控制理论的控制器即校正装置，是由能实现经典控制规律的调节器构成的，简单的就是无源/有源网络，而现代控制理论的控制器是能实现任意控制规律的数字计算机。

2. 现代控制理论与经典控制理论的关系

现代控制理论是在经典控制理论的基础上发展起来的，虽然二者在数学工具、理论基础和研究方法上有着本质的区别，但对动态系统进行分析研究时，两种理论可以相互补充、相辅相成，而不是相互排斥。特别是对于线性系统的研究，越来越多的经典理论中行之有效的方法已渗透到现代控制理论内部，如零极点配置和频域方法，大大丰富了现代控制理论的研究内容。

现代控制理论本质上是时域法，是建立在状态空间基础上的，它不用传递函数。而是用状态矢量方程作为基本工具，从而大大简化了数学表达公式，原则上可以分析多输入多输出、非线性及时变系统。应用状态空间法对系统进行分析，主要借助于计算机求解状态方程，根据状态解就可以对系统做出评估。由于不需要经过任何变换，在时域中直接求解分析，性能指标是非常直观的。另外，在系统的设计方法上，可以在严格的理论基础上，推导出满足一定性能指标的最优控制系统。在经典理论应用上存在的局限和困难之处，在现代控制理论中也能迎刃而解。

现代控制理论的出现，是人类探索空间的客观需要。随着社会的发展与科学技术的进步，控制理论将不断完善。具体来说，状态与状态空间概念和方法的引入，在现代控制理论中起了很重要的作用。如果说经典控制理论是研究控制系统输出的分析与综合的理论，那么可以说，现代控制理论是研究控制系统状态的分析与综合的理论。

1.5 本书的主要内容和特点

现代控制理论研究范围较广，线性系统理论、最优控制、系统辨识、最优估计理论、自适应控制均是现代控制理论的重要内容，但受教学学时和教材篇幅的限制，难以做到面面俱到。

考虑到线性系统理论是现代控制理论的基础，本书从工程应用角度出发，以线性系统理论的时域分析为主线，介绍现代控制理论的基本方法。其中，线性系统理论部分主要阐述状态空间分析法和综合法的基本内容，包括动态系统的状态空间描述、动态系统的定量分析（状态方程的解）和定性分析（能控性、能观测性、李亚普诺夫稳定性）、动态系统的综合（状态反馈与状态观测器设计）。鉴于 MATLAB 已成为国际控制领域应用广泛的工具软件，本书在保证理论知识体系结构完整的前提下，融入了MATLAB 应用。

为了避免使现代控制理论的概念、方法仅仅停留在数学表达式上，本书编者做了一些努力工作，试图形成如下特色：

（1）学习目标明确，学习重点突出

本教材在编写中，注重知识体系具备科学性、系统性。把握电气工程学科相关课程之间的关系，强调知识的渐进性，兼顾知识的系统性，结构逻辑性强，整本教材形成一套完整而严密的知识结构体系。在教材每章的开头明确本章包含的知识点，并指出各知识点应掌握的程度，学习目标明确，学习重点突出。同时在教材的编写中突出解决问题的思路与方法，对知识的讲解力求深入浅出。避免复杂公式推导，力求做到层次清楚、内容精简、逻辑性强。

（2）夯实基础知识，明晰核心知识

现代控制理论课程作为自动化、电气工程及其自动化的专业课，以状态空间理论为核心，对动态系统进行分析和研究，它不但可以处理单变量线性定常系统，还可以处理多变量、时变、非线性系统。因此，涉及的数学知识多，公式推导繁杂，不易掌握。教材编写团队根据多年的教学实践，在夯实和补充线性空间和矩阵理论和向量矩阵运算等必要数学知识的基础上，力求让学生掌握线性系统理论的核心知识，并结合控制系统的物理含义和例子，深入浅出地讲述相关空间理论和分析方法，使学生能在有限的学时内掌握好现代控制理论的最基本知识。另外，在教材编写过程中注意提高内容的可读性，使读者能够通过自学掌握书中的基本内容，提高学生的独立自学能力。

（3）讲授实验结合，加深知识理解

本教材的编写注意理论教学与实验训练相结合，将 MATLAB 仿真软件引入课堂教学，有利于培养学生利用计算机进行科学研究及解决实际问题的能力。在教材的每章最后一节，介绍本章知识点对应的 MATLAB 软件仿真实例，对本章所讲授的核心知识点进行实验分析，通过简单的程序编写和调试，使学生进一步掌握线性控制系统参数对控制系统性能的影响，加深学生对本章所学知识的理解。同时，教材提供相应的素材、程序代码、习题参考答案等教学资源，以适合教学需要。

（4）理论结合实际，注重实践培养

本教材面向应用型人才的培养，具有大量当前实用的个案实例研究，注重培养学生的实践能力，增强学生的专业素养，让学生学而有用，学而能用。在教材的编写中针对自动化、电气工程及其自动化等专业的工科背景，注意结合工程意义讲解基本概念，注重内容的工程性和系统性。从基本的电路网络系统到机电控制系统，由浅入深层层深入，将现代控制理论与实际控制对象相联系。

第 2 章　预备知识

以状态空间描述为基础的现代控制理论，其各章节内容多涉及矩阵、线性代数相关的基本概念和运算。本章主要介绍矩阵相关的一些基本概念和定义，矩阵的运算，特征值和特征向量、二次型以及矩阵的微积分计算，为后续章节内容提供知识基础。

2.1　基本概念和定义

矩阵常用来简化复杂的数学表达式。例如：n 个联立代数方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\qquad\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

可用矩阵方程表示

$$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{B}$$

矩阵定义：矩阵是按矩形阵列排列的若干个元素的集合，或者由 $m \times n$ 个元素有次序地排列成 m 行 n 列的表，叫做 $m \times n$ 阶矩阵。

如 $m \times n$ 阶矩阵表示为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

即

$$\boldsymbol{A} = [a_{ij}]^{m \times n}$$

式中，a_{ij} 叫做矩阵的第 i 行第 j 列元素。

方阵：行数和列数相同的矩阵叫做方阵。值得注意的是，方阵与行列式是两个不同的概念。n 阶方阵只是由 n^2 个元素排列成的一个正方形的表，而 n 阶行列式却是由 n^2 个数按一定规律进行运算，最后得到一个唯一的数值，即行列式表示一个数值。

列矩阵：只有一列的矩阵称为列矩阵，又称为列向量。

$n \times 1$ 阶矩阵又称为 n 维列向量，如

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

行矩阵：只有一行的矩阵称为行矩阵，又称为行向量。

$1 \times m$ 阶矩阵又称为 m 维行向量，如

$$\boldsymbol{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_m]$$

矩阵可看成是由列向量或行向量所组成的，如

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}=[\boldsymbol{a}_1 \quad \boldsymbol{a}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}_n]$$

式中，$\boldsymbol{a}_i$ 表示 m 维列向量

$$\boldsymbol{a}_i=\begin{bmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ \vdots \\ a_{mi} \end{bmatrix}$$

或者

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_1^* \\ \boldsymbol{a}_2^* \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_m^* \end{bmatrix}$$

式中，$\boldsymbol{a}_j^*$ 表示 n 维行向量

$$\boldsymbol{a}_j^*=\begin{bmatrix} a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \end{bmatrix}$$

对角矩阵：若一个 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 除主对角线元素外，其余的元素都是零，就称 $\boldsymbol{A}$ 为对角矩阵，记为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{nn} \end{bmatrix}$$

单位阵或幺阵：在对角矩阵中，当主对角线上的元素全等于1时，则称此对角矩阵为单位阵(或幺阵)，记为

$$\boldsymbol{I}=\begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}=\mathrm{diag}(1,1,\cdots,1)$$

零阵：指所有元素全等于零的矩阵，例如

$$\boldsymbol{O}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

矩阵相等：两个矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 只有在满足条件：a)行数和列数分别相等；b)对应的元素都相等时，才是彼此相等的，记为

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$$

对称矩阵：如果方阵 $\boldsymbol{A}$ 对于所有的元素满足条件 $a_{ij}=a_{ji}$，那么方阵 $\boldsymbol{A}$ 称为对称矩阵。例