



基础教育改革与发展丛书  
(第二辑)

丛书总主编 朱林生

# 中学数学教学设计 与案例分析

ZHONGXUE SHUXUE JIAOXUE SHEJI  
YU ANLI FENXI

主编 蒋亦华 周友士



苏州大学出版社  
Soochow University Press

基础教育改革与发展丛书  
(第二辑)

丛书总主编 朱林生

# 中学数学教学 设计与案例分析

ZHONGXUE SHUXUE JIAOXUE SHEJI YU ANLI FENXI

主 编 ● 蒋亦华 周友士

副主编 ● 冯建国 王应标

朱益民 皇甫立同



苏州大学出版社  
Soochow University Press

## 图书在版编目(CIP)数据

中学数学教学设计与案例分析 / 蒋亦华, 周友士主编.  
—苏州 : 苏州大学出版社, 2016.12  
(基础教育改革与发展丛书. 第二辑)  
ISBN 978-7-5672-2006-5

I. ①中… II. ①蒋… ②周… III. ①中学数学课—  
教学研究 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 315427 号

书 名 中学数学教学设计与案例分析  
主 编 蒋亦华 周友士  
责任 编辑 肖 荣  
出版 发行 苏州大学出版社  
(地址: 苏州市十梓街 1 号 邮编: 215006)  
印 刷 南通印刷总厂有限公司  
开 本 700 mm×1 000 mm 1/16  
字 数 316 千  
印 张 19.25  
版 次 2016 年 12 月第 1 版  
2016 年 12 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-5672-2006-5  
定 价 38.00 元

苏州大学出版社网址 <http://www.sudapress.com>

# “基础教育改革与发展丛书”第二辑

## 编 委 会

主 任：朱林生

副 主 任：纪丽莲 赵宜江 张元贵

编 委：（按姓氏笔画排序）

孔凡成 吴克力 陈 浩

张德顺 周友士 侯一波

夏如波 葛 军 薛祝其

魏 惠

# 总序

目前,我国正处在从人力资源大国向人力资源强国、从教育大国向教育强国迈进的关键时期,在这特殊的历史阶段,基础教育正面临着一系列重大变革,需要我们用智慧去研究新情况、解决新问题,去创新我们的办学模式、教育模式和教育方法。淮阴师范学院长期坚持服务基础教育的办学理念,形成了鲜明的教师教育办学特色,在办学过程中,与区域中小学以及教育主管部门建立了亲密的战略合作伙伴关系,与基础教育之间建立了一种卓有成效的对话机制,注重在对话中发现问题,并提出解决问题的途径,取得了颇为丰硕的基础教育研究成果,在传承地方优秀教育理念、引领地方基础教育观念更新、推动地方教育与改革发展等方面做出了自身应有的贡献,成为区域基础教育改革与发展的直接参与者与有力推进者。

在这一背景下形成的《基础教育改革与发展丛书》(以下简称《丛书》)既是对该校近年来基础教育研究成果的总结,又是对当地基础教育改革发展的基本走向以及高等师范院校如何更好服务和引领基础教育改革与发展的战略思考。

《丛书》分三辑出版。第一辑为论文汇编,主要涵盖语文、数学、外语、物理、化学、生物、思想政治等学科的课程与教学研究,带有基础性和综合性的课程教学原理研究以及教育管理理论与实践研究。第二辑为专题研究,内容立足当前基础教育和教师教育改革与发展的热点和难点问题,深入、集中研究其中具有重大理论价值和重要实践指导意义的相关问题。第三辑为专著,主要围绕学科教学和基础教育改革与发展中的具有前瞻性、前沿性的深层次理论和实践问题,探索教育教学基本规律。

《丛书》突出彰显了以下几个方面的特点:

《丛书》是淮阴师范学院致力于更新基础教育理念和教师教育观念、引领地方基础教育发展、传承先进教育文化的产物。近年来,我国基础教育改革

风起云涌，基础教育理念持续更新，新理念、新观念层出不穷；与之相对应，基础教育师资培养模式等也在持续变革，教师教育观念不断更新，教师教育体系在探索中持续重构。《丛书》体现了淮阴师范学院在基础教育理念和教师教育观念方面所进行的持续探索与努力，必将在推动基础教育改革与发展方面发挥重要作用。

《丛书》是淮阴师范学院从事教师教育的教师们教学相长的产物。书中的研究成果是他们长期思考与实践的结晶，同时《丛书》的编写对其专业成长必然发挥重要的促进作用。通过参与教育科学研究以及《丛书》的编写，他们的专业研究水平得到了很大的提升，同时也对其他教师的专业发展起到积极的示范作用。

《丛书》是淮阴师范学院致力于开放办学的产物。首先，《丛书》的作者队伍包括了淮阴师范学院的在职教师，以及与之有长期合作研究关系的部分淮安市中小学的教师，《丛书》在很大程度上是大学从象牙塔走向社会变革的一线并与变革的实施者直接对话的结果。其次，丛书所涉及的领域，诸如教师素质提高、教师专业发展、义务教育均衡发展、课程资源开发利用、课堂教学改革创新等问题，皆来源于基础教育实践的教育教学改革和学校管理方面的现实问题。再者，《丛书》的研究成果来源于教育实践，是教育理论与教育实践不断融通的产物，它又必将回归教育实践，通过各种方式对基础教育改革与发展实践产生积极影响。

相信《丛书》的出版将在提升淮阴师范学院基础教育研究品位、扩大其社会贡献度与美誉度等方面发挥积极作用，同时也将为全国其他一直致力于和基础教育表里通融、互通共进的师范院校提供参考和增添信心，共同为促进基础教育改革的深化，从而促进整个教育水平的提高做出更大的贡献。



2011年12月

于中国教育科学研究院

# 目 录

## Contents

### 第一章 数学教学设计理论

第一节	数学教学设计的有关概念	1
第二节	数学教学设计的理论基础	4
第三节	教学设计过程的模式	17

### 第二章 数学教学设计技术

第一节	教学目标分析	22
第二节	教学内容分析	26
第三节	教学对象分析	32

### 第三章 数学教学设计的内容

第一节	教学目标的设定	40
第二节	教学方法的选择	42
第三节	教学媒体的选用	44
第四节	教学情境的创设	46
第五节	例题与习题的配备	47
第六节	课堂提问的安排	50
第七节	教学过程的预设	52
第八节	教案的编写	56



## 第四章 数学教学模式的运用

第一节	数学教学模式	60
第二节	讲练结合教学模式	65
第三节	引导探究教学模式	68
第四节	合作学习教学模式	72
第五节	复习总结教学模式	75

## 第五章 数学概念教学的设计

第一节	概念教学的基本原理	79
第二节	概念形成的教学设计	83
第三节	概念同化的教学设计	86

## 第六章 数学命题的教学设计

第一节	命题学习的基本原理	96
第二节	命题教学设计的基本环节与常用策略	101
第三节	命题发生教学设计	108
第四节	命题呈现教学设计	113

## 第七章 数学问题解决的教学设计

第一节	数学问题解决教学的基本原理	124
第二节	数学问题解决教学的一般模式	135
第三节	数学解题活动的教学设计	145
第四节	综合实践课的教学设计	155

## 第八章 数学教学设计的价值取向

第一节	数学教学设计的技能取向	168
-----	-------------	-----

第二节 数学教学设计的思维取向 ..... 178

## 第九章 数学课堂的教学艺术

第一节 数学教学语言的艺术 .....	192
第二节 数学教学板书的艺术 .....	197
第三节 数学思想方法渗透的艺术 .....	203
第四节 数学教学预设与生成的艺术 .....	214
第五节 数学教学智慧 .....	220
 附 录 .....	226
案例一 等可能性 .....	226
案例二 生活中的不等式 .....	232
案例三 一次函数的图象(2) .....	237
案例四 三角形相似的判定条件(1)与(2) .....	246
案例五 平面直角坐标系(1) .....	252
案例六 函数的单调性 .....	259
案例七 计数原理 .....	269
案例八 抛物线的标准方程 .....	277
案例九 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象 .....	283
案例十 等比数列的前 $n$ 项和(1) .....	291
 后 记 .....	296

# 第一章 数学教学设计理论

对教学活动进行设计,自古就有。但作为一门学科,它还是十分年轻的。直到20世纪50年代,随着认知科学和系统科学(系统论、信息论、控制论,也称“老三论”的兴起和发展,教学设计学才真正成为现代教育科学领域中的一门学科。教学设计是一门研究设计教学的学科,它是以现代学习理论、教学理论、系统科学理论、传播理论等为基础的一种新的分析和解决教学问题的系统方法。作为一名教师,要想上好课,提高教学质量,就必须事前进行周密的计划和精心的准备,即开展教学设计。学习、掌握教学设计的理论和方法,有助于中小学教师根据教学设计的基本原理和技术反思自己的教学实践,查找教学过程中存在的不足和问题,进一步规范教师的教学行为,优化教学过程,搞好教学活动,提高教学质量,从而提高教师的教学水平和教学能力,促进教师专业成长和发展。

## 第一节 数学教学设计的有关概念

### 一、设计与教学设计

#### 1. 设计

根据《现代汉语词典》,设计就是在正式做某项工作之前,根据一定的目的要求,预先制定方法、图样等。<sup>①</sup>可见,设计意味着解决问题前,有系统和充分的计划,然后实施计划,并开发新的产品。这就要求设计者需要具备专门的知识和能力,包括创造能力和高水平的思维。作为解决具体问题的设计,大多涉及的是结构不良领域的知识经验,不可能像解决结构良好领域的问题那样,一般有现成的、唯一的标准答案,它需要创新。所以,设计既是一个解决问题的过程,也是一个创新的过程、学习的过程。

---

<sup>①</sup> 中国社会科学院语言研究所词典编辑室. 现代汉语词典[Z]. 第6版. 北京:商务印书馆, 2014: 1147.



## 2. 教学设计

由于人们对教学含义理解的多样性,教学设计的概念也没有一个统一的、公认的定义。

在国外,对教学设计研究得较早,关于教学设计的含义的描述也较为丰富,但教学设计作为一门独立的学科是以加涅的《教学设计原理》一书的出版为标志。例如,加涅在《教学设计原理》中将教学设计界定为“教学设计是一个系统化规划教学系统的过程。教学系统本身是对资源和程序做出有利于学习的安排,任何组织机构如果其目的旨在开发人的才能均可以被包括在教学系统中”<sup>①</sup>。瑞格卢斯认为教学设计也可称为教学科学,“是一门涉及理解与改进教学过程的学科。任何设计活动的宗旨都是提出达到预期目的的最优途径,因此,教学设计主要是提出最优教学方法的处方的一门学科,这些最优的教学方法能使学生的知识和技能发生预期的变化”<sup>②</sup>。肯普指出:“教学设计是运用系统方法分析研究教学过程中相互联系的各部分的问题和需求。在连续模式中确立解决它们的方法步骤,然后评价教学成果的系统计划过程。”<sup>③</sup>梅瑞尔认为:“教学是一门科学,而教学设计是建立在这一科学基础上的技术,因而教学设计也可以被认为是科学型的技术。教学的目的是使学生获得知识技能,而教学设计的目的则是创设和开发促进学生掌握这些知识技能的学习经验和学习环境。”<sup>④</sup>帕顿提出:“教学设计是设计科学大家庭的一员,设计科学各成员的共同特征是用科学原理及应用来满足人的需要,因此,教学设计是对学业业绩问题的解决措施进行策划的过程。”<sup>⑤</sup>

在国内,随着国外教学设计理论研究热的传入,进入21世纪后,我国学者在学习借鉴国外理论的同时也展开了独立研究和探讨,包括对教学设计本质的认识。如乌美娜认为:“教学设计是运用系统方法分析教学问题和确定教学目标,建立解决教学问题的策略方案、试行解决方案、评价试行结果和对方

① 加涅.教学设计原理[M].皮连生,译.上海:华东师范大学出版社,2009: 21—22.

② 那一沙.教学设计研究综述[J].西南交通大学学报,2013(3): 110.

③ J. E. Kemp. The Basic of Instructional Design[J]. Journal of Continuing education in nursing, 1992(6): 283.

④ David Merrill. First Principles of Instruction[J]. Educational Technology Research and Development, 2002(3): 43—59.

⑤ 何克抗.教学系统设计[M].北京:北京师范大学出版社,2002: 53—61.

案进行修改的过程。”<sup>①</sup>张大均教授认为：“教学设计是根据教学对象和教学内容，确定合适的教学起点和终点，将教学诸要素有序、优化地安排，形成教学方案的过程。”<sup>②</sup>徐英俊认为：“教学设计是指在教学活动之前，根据教学目的的要求，运用系统方法，对参与教学活动的诸要素所进行的一种分析和策划的过程。简言之，教学设计是对教什么和如何教的一种操作方案。”冯学斌等人认为，教学设计主要是运用系统方法，将学习理论与教学理论的原理转换成对教学目标、教学内容、教学方法和教学策略、教学评价等环节进行具体计划、创设教与学的系统“过程”和“程序”，而创设教与学系统的根本目的是促进学习者的学习。<sup>③</sup> 张筱兰认为：“教学设计是以教学过程为研究对象，用系统方法分析和研究教学需要，设计解决教学问题的方法和步骤，并对教学效果做出价值判断的计划过程和操作程序。”<sup>④</sup> 鲍荣提出：“教学设计是一种旨在促进教学活动程序化、精确化和合理化的现代教学技术。”<sup>⑤</sup> 安嘉翔提出：“广义的教学设计是包括课程总体设计规划以及具体各门课程设计在内的系统设计。”<sup>⑥</sup>

上述定义都属于客观主义倾向的定义，其共同特点是：(1) 运用系统方法促进高效学习的系统工程；(2) 运用学与教的原理或传播理论；(3) 以学习者为出发点的教学设计；(4) 有效组织教师、学生及与学习资源之间的关系；(5) 为教学活动提供可操作的实施蓝图和要求；(6) 是一个解决问题的过程。

## 二、数学教学设计

### 1. 数学教学设计的概念

由于人们对教学设计内涵认识的多样性，导致人们对数学教学设计概念的界定也各不相同，但它们在本质上没有太大区别。例如，何小亚认为：“数学教学设计是教师根据学生的认知发展水平和课程培养目标，来制订具体教学目标，选择教学内容，设计教学过程各个环节的过程。”<sup>⑦</sup> 邵利认为：“数学教学设计是教师以数学教学相关理论为基础，运用系统方法分析数学教学问

<sup>①</sup> 乌美娜. 教学设计[M]. 北京：高等教育出版社，1994：10—11.

<sup>②</sup> 张大均. 教学心理学[M]. 重庆：西南师范大学出版社，1997：81.

<sup>③</sup> 冯学斌. 教学设计的理论基础[J]. 电化教育研究, 1998(1): 27—30.

<sup>④</sup> 张筱兰. 论教学设计[J]. 电化教育研究, 1998(1): 64.

<sup>⑤</sup> 鲍荣. 教学设计理性及其限制[J]. 教育评论, 1998(3): 32—34.

<sup>⑥</sup> 安嘉翔. 教学设计中的几个新概念[J]. 电化教育研究, 1998(6): 7.

<sup>⑦</sup> 何小亚. 中学数学教学设计[M]. 北京：科学出版社，2008：5.



题、确定数学教学目标、设计解决数学教学问题的策略、试行解决方案、评价试行结果和对方案进行修改的一系列可操作的过程。”<sup>①</sup>方均斌等认为：“数学教学设计是设计者根据已有的社会文化传统背景(包括社会对数学教学的要求、教学对象的具体特点),综合运用教学相关的理论(如教学论、学习论、系统论、信息传播理论等),以及个人对数学本身的理解,运用恰当的方法,设计解决数学教学问题的策略并形成具体的方法和步骤直至教学方案的形成,并对教学方案实施后的教学效果做出必要的价值评判的过程。”<sup>②</sup>

根据对教学设计本质的理解,我们认为,数学教学设计就是教师根据有关理论,为达成数学教学目标,对数学教学活动进行的系统规划、安排与决策及其对教学设计的评价。

## 2. 数学教学设计的基本问题

开展数学教学设计,必须搞清楚教学设计的基本问题,只有抓住基本问题,才能较好地完成数学教学设计。进行数学教学设计的根本目的是促进学生学习,优化教学过程,开展高效教学,使学生全面发展。因此,数学教学设计的基本问题应该包括:(1)教学任务(内容)的领会;(2)教学对象的了解;(3)教学目标的制订;(4)教学模式(方法)的选择与运用;(5)教学过程的假设;(6)教学效果的反思与方案的改进。

## 第二节 数学教学设计的理论基础

做任何事情都需要理论的指导,没有理论指导的实践是盲目的、低效的,甚至是无效的。进行数学教学设计也不例外,需要理论的指导。从前面我们对教学设计概念的分析可以看出,数学教学设计需要多种理论的支撑,主要有系统理论、传播理论、学习理论和教学理论。

### 一、系统理论

#### 1. 主要观点

何为系统? 英文中系统(system)一词来源于古代希腊文(systema),意为部分组成的整体。系统论创始人贝塔朗菲将系统定义为:“系统是相互联系相互作用的诸元素的综合体。”这个定义强调了元素间的相互作用以及系统

<sup>①</sup> 邵利. 中学数学课堂教学技能实训教程[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 27.

<sup>②</sup> 方均斌. 数学教学设计与案例分析[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2012: 3.

对元素的整合作用。因此,系统具有三个特性:一是多元性,系统是多样性的统一,差异性的统一;二是相关性,系统不存在孤立元素组分,所有元素或组分间相互依存、相互作用、相互制约;三是整体性,系统是所有元素构成的复合统一整体。

(1) 整体性。系统观的第一个方面的内容就是整体性原理。即系统作为整体具有部分或部分之和所没有的性质,即整体不等于(大于或小于)部分之和,称之为系统质。与此同时,系统组分受到系统整体的约束和限制,其性质被屏蔽,独立性丧失,这种特性可称为整体突现性原理。整体性原理要求,我们必须从非线性作用的普遍性出发,始终立足于整体,通过部分之间、整体与部分之间、系统与环境之间的复杂的相互作用、相互联系的考察达到对整体的把握。不能因为突出和强调某一个因素或组成部分的地位和作用,而忽视其他或者另一个因素或组成部分的地位和作用。每一个因素或组成部分有其在整体中不可替代的地位和作用,我们在分析和处理问题的过程中应当有整体观、系统观和协同观的思想。

(2) 动态性。系统观点的第二个方面的内容就是动态演化原理或过程原理。即系统由于其内外部复杂联系的相互作用,总是处于无序与有序、平衡与非平衡相互转化的运动变化之中。这些变化具有可逆与不可逆、确定性与随机性、有序与无序的演化形态特征。各种要素在系统中的地位和作用是随时变化的,而不是一成不变的。

## 2. 对教学设计的指导意义

根据系统理论的思想和观点,数学教学是一个系统,数学教学过程也是一个系统,而且它们还是一个复杂系统。

从整体性原理出发,数学教学设计中,教师、学生和资源、环境就是一个整体,是教学系统的主要部分。教学设计就是要充分考虑和组织好这些要素之间的作用和关系,使教学过程达到最优化。从小的方面讲,教学设计也要遵守和运用整体性原理,如三维教学目标的设计和实现,就不能只强调知识目标或能力目标,也必须考虑情感目标,这三维目标是一个有机整体,不可分割,不能单一实现。抓住三维目标,强调德、智、体、美的全面发展,和谐“匹配”,培养的人才素质结构在知识、能力、态度(精神)方面的协调发展,才能获得最大的功能效应。

从课堂教学来看,教学过程是一个动态演进的过程。在这个过程中,教



师、学生以知识学习、能力发展、情感培养为介质,始终处于相互活动、相互作用的过程之中,同时教学内容、教学要求、教学节奏及信息的传递和反馈也是始终处于交互作用之中。在这个过程中,既有预设的,也有生成的,教师必须要有动态性的观点,处理好动态平衡、不断演进的关系。

## 二、传播理论

### 1. 主要观点

传播理论是研究信息的传播过程、信息的结构和形式、信息的效果和功能的一门科学。对教学设计产生重大影响的传播理论有两个,一个是香农和韦弗提出的数学理论和模型,另一个是维纳提出的信息反馈控制理论。这里我们只介绍两种信息传播的模型。

(1) 单项传播模型。香农根据传播的数学理论,在其 1949 年出版的《传播的数学理论》中提出了自己的信息传播模型,这一模型也被称为单一的线性模式,如图 1-1 所示<sup>①</sup>。

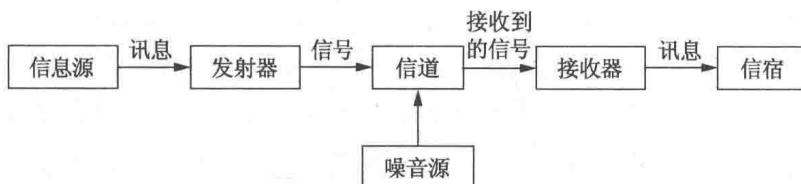


图 1-1 香农的传播模型

该模式包括 5 个正功能和 1 个负功能,即噪音。第一步,信息源发出信息;第二步,发射器将信息转换成适宜于通向接收器信道的信号;第三步,接收器接收信号;第四步,将接收的信号转换成信息储存起来。

(2) 双向传播模型。为克服单项传播模型的缺陷,施拉姆根据信息反馈控制思想,提出了双向传播模型,如图 1-2 所示。

在这个模型中,编码类似于发出信息和转换信号,译码类似于接收信号和还原信息,传送者和接受者是相对的,通过信息反馈,实现二者角色的相互转换。

<sup>①</sup> 史密斯,雷根. 教学设计[M]. 庞维国,译. 上海:华东师范大学出版社,2008: 35.

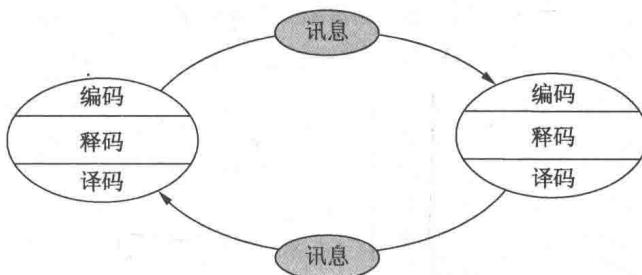


图 1-2 施拉姆循环模型

## 2. 对教学设计的指导意义

课堂教学过程就是一个信息传播的过程,教师是信息源(从反馈角度看,教师也是接收者),学生是接收者,教学内容就是信息,教学方法和手段就是信息传播通道,教学反馈是评价教学信息传播效果的工具。因此,拉斯韦尔根据信息传播模式,提供了教学传播的“5W”模式,如图 1-3 所示。

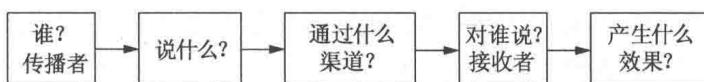


图 1-3 “5W”模式及相应的传播过程要素

我们可以通过表 1-1 的对比说明信息传播过程要素和教学过程要素之间的关系。

表 1-1 拉斯韦尔传播过程要素和教学过程要素的比较

who	谁	教师或其他教学信息源
says what	说什么	教学内容
in which channel	通过什么渠道	教学媒体
to whom	对谁说	教学对象
with what effect	产生什么效果	教学评价

1960 年,伯罗在拉斯韦尔研究的基础上,提出了 SMCR 传播过程模式(如图 1-4),进一步揭示了教学过程中信息传播的复杂性。



图 1-4 SMCR 传播过程模式

SMCR 模式更进一步说明了教学效果不是由教学传播过程的某一个要素决定的,而是由组成信息传播过程的各个要素及其之间的相互关系共同决定的,解释了教学过程各要素间的动态关系。

从信息源(教师)来看,至少有 4 个因素影响教学信息传递的效果:

(1) 传播技能,如教师的板书、语言表达技能等。(2) 态度,包括对自己的态度、对教学内容的态度、对学生的态度等。如果一个教师对自己所教学科毫无兴趣和信心,很难想象其教学会有好的效果。(3) 知识水平,教师的知识包括本体性知识、条件性知识和实践性知识,教师的知识水平不仅决定着其对文本信息解读水平的高低和准确性,也包括了解学生、如何有效地将知识技能传递给学生,即如何将书本知识再加工,并选择恰当的教学方法。(4) 社会及文化背景,教师的社会地位、文化背景等,都影响他们对文本信息的选择和理解、传播方法、传播目的的确定和对事物的认知。

从接收者(学生)的角度来看,学生已有的认知水平、知识经验以及学习兴趣、态度、动机等因素都对信息的传播、接收、加工和理解起决定性作用。另外,学生的身心状况、学习风格等也会对教学传播过程产生影响。

从信息(教学内容)来看,教学内容的组织形式、编排顺序、难易程度、呈现方式等也是影响传播效果的重要因素,是进行教学设计必须考虑的。

从信息传播的通道(教学方法和手段)来看,不同教学方法和媒体的选择以及它们与所传递信息的匹配程度,会造成对学生感官的不同刺激,从而影响传播的效果。

总之,数学教学过程实质上是一个信息传递的过程,是一个涉及众多相互联系和相互制约的复杂因素的动态过程。数学教学设计不仅需要考虑系统构成中的各个因素,还要关注各个要素之间的相互关系,并运用系统方法