

# 大学物理实验

谢银月 编著

# 大学物理实验

谢银月 编著



## 内 容 提 要

本书根据应用型高校物理实验教学的特点,结合作者多年物理实验教学经验编写而成。全书包括不确定度和数据处理的基本知识、物理实验基本仪器、基本实验、医用拓展实验、显微镜专门实验、附录等内容。

本书适合应用型高校本科、高职学生作为大学物理实验教材使用,尤其适合医学、药学、生物医学工程、医学影像、检验检测等专业的少课时物理实验课程使用。也可供相关教师或人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/谢银月编著.—上海:同济大学出版社,2017.7

ISBN 978-7-5608-7129-5

I. ①大… II. ①谢… III. ①物理学—实验—高等学  
校—教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 153119 号

---

## 大学物理实验

谢银月 编著

责任编辑 李小敏 责任校对 徐春莲 封面设计 潘向蓁

---

出版发行 同济大学出版社 [www.tongjipress.com.cn](http://www.tongjipress.com.cn)

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 上海同济印刷厂有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 9

字 数 225000

版 次 2017 年 7 月第 1 版 2017 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-7129-5

---

定 价 29.00 元

---

## 前　　言

本书是在原教材基础上,根据应用型高校大学物理实验教学的特点,结合作者多年物理实验教学经验编写而成.

应用型高校是培养高技能应用型人才的学校,基本实验技能的训练,是整个实践教学环节的基础阶段.通过物理实验,使学生初步掌握应用型人才必备的基本动手能力、基本操作技能和基本实验方法.

为了适合应用型高校大学物理少课时教学的特点,本教材在编写时注意了以下几个方面:

- (1) 在实验内容的安排上,简化实验项目,着重采用应用型的实验内容.
- (2) 在实验原理的叙述上,着重阐述概念与结论,有些内容不作严密推导与论证.
- (3) 在实验操作步骤的讲述上,力求做到详尽细致,以方便学生课前预习及具体操作.
- (4) 在每一章、每一实验后,以“自学提纲”的形式引导学生有效预习,启发学生作探索性思考,培养学生仔细阅读、认真推敲的学习习惯.
- (5) 书后附有“大学物理实验报告一般式样举例”,供学生参考学习.另附有可以剪下的“大学物理实验预习报告”“毫米坐标纸”,给学生和教师使用教材、安排实验教学活动提供方便.

本书第1章、第2章、第3章中的3.1,3.2,3.3,3.5,3.6,3.8,3.9节,第4章中的4.1,4.2,4.3,4.4节以及附录由谢银月编写.第3章中的3.4,3.7节由林伟民编写.第3章中的3.10节由杨定国编写.第5章由王矛宏编写.

由于编者水平有限,书中或许存在不妥之处,敬请使用本书的教师和学生批评指正.本书在编写过程中,得到了编者同事们的很多帮助,参阅及引用了兄弟院校的有关教材,在此一并表示衷心的感谢.

编者  
2017年6月

# 目 录

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| 前 言                           |    |
| 绪 论 .....                     | 1  |
| 第 1 章 误差、不确定度和数据处理的基础知识 ..... | 4  |
| 1.1 测量与误差 .....               | 4  |
| 1.2 随机误差的分析与处理 .....          | 6  |
| 1.3 测量结果的不确定度评定 .....         | 8  |
| 1.4 有效数字及其运算法则 .....          | 12 |
| 1.5 数据处理的基本方法 .....           | 18 |
| 第 2 章 物理实验基本仪器 .....          | 27 |
| 2.1 力学基本仪器 .....              | 27 |
| 2.2 热学基本仪器 .....              | 31 |
| 2.3 电学基本仪器 .....              | 33 |
| 2.4 光学基本仪器 .....              | 37 |
| 第 3 章 基本实验 .....              | 41 |
| 3.1 物体密度的测定 .....             | 41 |
| 3.2 线性电阻的伏安特性 .....           | 43 |
| 3.3 金属丝杨氏模量的测定 .....          | 45 |
| 3.4 示波器的使用 .....              | 50 |
| 3.5 热敏电阻的温度特性研究 .....         | 55 |
| 3.6 霍尔效应法测磁场 .....            | 57 |
| 3.7 声速的测量 .....               | 60 |
| 3.8 光的干涉(用牛顿环测量曲率半径) .....    | 64 |
| 3.9 光的衍射(用光栅测量光波波长) .....     | 68 |
| 3.10 迈克尔逊干涉实验 .....           | 74 |

|                            |            |
|----------------------------|------------|
| <b>第 4 章 医用拓展实验 .....</b>  | <b>79</b>  |
| 4.1 人造骨杨氏模量的测量.....        | 79         |
| 4.2 液体黏度的测定.....           | 81         |
| 4.3 人体阻抗的测量.....           | 84         |
| 4.4 生物膜电位的测量.....          | 88         |
| <b>第 5 章 显微镜专门实验 .....</b> | <b>92</b>  |
| 5.1 生物显微镜的使用及显微绘图.....     | 92         |
| 5.2 金相显微镜的基本原理、构造及使用 ..... | 94         |
| 5.3 显微摄影.....              | 96         |
| 5.4 物体表面形貌的纳米级观测.....      | 98         |
| <b>附 录 .....</b>           | <b>103</b> |
| 附录 A 大学物理实验报告一般式样举例 .....  | 103        |
| 附录 B 惠斯登电桥的工作原理和使用方法 ..... | 107        |
| 附录 C 电位差计的工作原理和使用方法 .....  | 109        |
| 附录 D 大学物理实验预习报告 .....      | 111        |
| 附录 E 毫米坐标纸 .....           | 127        |

# 绪 论

## 1. 明确要求,端正态度,改进学习方法

应用型高校的大学物理实验不同于中学阶段的物理实验,它是作为培养高技能应用型人才的一系列实践教育的先导.通过本课程,学生应达到以下目标:

- (1) 培养学生基本动手能力和独立操作能力.
- (2) 学习运用实验原理和方法去研究某些物理现象并进行具体测试(着重具体测试).
- (3) 进行实验技能的基本训练,使学生学会常用物理仪器的调整及使用.
- (4) 使学生初步具备处理数据、分析结果、撰写实验报告的能力.
- (5) 通过实验培养严肃认真、一丝不苟、实事求是的科学态度和克服困难、坚韧不拔的工作作风(着重“三严”,即操作认真严格,态度踏实严谨,思维活跃严密).

要学好大学物理实验,不仅要花力气,下功夫,还应当特别注意改进自己的学习方法.从一开始就应该注意打下良好的基础,有一个好的开端.在学习过程中,学生必须主动、自觉、创造性地获得知识和技能,决不是仅仅通过实验获取几个数据,而是要通过实验去探索研究问题.因此,在实验前,要明确“做什么,怎样做,为什么要这样做”;在实验过程中,要做到任何一次测试都非常认真,并对测试结果完全负责,同时,要正确地、有条理地记录实验数据;完成实验后,应对整个实验进行总结,并以适当的方式,写成书面的实验报告.

## 2. 遵守制度,认真完成实验课的各个环节

学生在上实验课时应遵守“学生实验守则”和“学生物理实验操作规程”.大学物理实验通常分下列三个阶段进行:

### (1) 实验前的预习

预习是上好实验课的基础和前提,没有预习,不可能很好完成一堂实验课.实验前,必须仔细阅读实验教材,了解实验目的、原理,了解实验要求及注意事项,尤其要认真阅读教材中的仪器介绍和操作步骤,明确进实验室要测量什么数据,用什么方法测量,使用什么仪器,测量几次等.在此基础上,简要填写预习报告(附录 D).此外,根据实验内容,准备好实验中所需要的学习用具(如计算器等).

上课时,教师将检查学生的预习情况,对于没有预习或未完成预习报告的学生,教师有权停止该学生本次实验,或按有关规定处理.

### (2) 实验中的操作

实验操作是实验的主要内容,是培养学生科学素质和实验能力的主要环节.进入实验室后,学生必须遵守实验室规则,对于严重违反实验室规则者,教师将停止其实验,并作出相关处理.

实验时,首先应了解所有将要使用到的仪器及装置的主要功能、量程、精度等级、操作方法和注意事项.其次要全面地想一想实验的操作程序,怎样安排更为合理,不要急于动手,连接电路或调整光路时,必须认真检查,经确认准确无误后,才能开始实验.起初可作试验性探

索操作,粗略地观察一下实验过程和数据状况,若无异常,方可正式进行实验.如有异常现象,应立即切断电源,认真思考,分析原因,并向教师反映,待异常情况排除后,再开始进行实验.

使用仪器进行测量时,必须满足仪器的正常工作条件(如万用表调零、温度控制仪校满等).不重视仪器的调整而急于进行测量,是初学者易犯的毛病,应予纠正.

实验测量应遵循“先定性、后定量”的原则,即先定性地观察实验全过程,对所测内容做到心中有数.在可能的情况下,对数据的数量级和走向作出估计.测量时,应集中精力,细心操作,仔细观察,并积极发挥主观能动性,以获得可能达到的最佳结果.

原始数据是宝贵的第一手资料,是以后计算和分析问题的依据.实验时,必须如实地、及时地记录数据和现象,其中包括主要仪器的名称、型号、精度等级等.记录数据必须注意有效数字和单位,必须用钢笔或圆珠笔将数据记录在数据表格中,不要使用铅笔.如记录的数据有错误,可用一斜线划掉后,把正确数据写在其旁边,但不允许涂改数据.实验数据是否合理,应首先自查,然后把所有的数据抄在规定的表格内,交给教师审阅,经教师批改签字后,方可认定实验完毕.离开实验室前,应自觉整理、复原仪器,并做好清洁工作.

还须指出,千万不要认为做实验的目的只是为了得到一个标准的实验结果.如获得的实验数据与标准数据符合了,就高兴;一旦有所差别,就大失所望,抱怨仪器或装置不好,甚至拼凑数据.这些表现都是不正确的,是违背科学的.实验结果与理论公式、结论之间发生偏差是完全可能的,问题是差异有多大?是否合理?是否操作有误?是否读数有误?是否仪器与装置本身有问题?不论实验结果如何,都应养成认真分析的习惯和实事求是的态度,而不应贸然下结论.如果仪器和装置出现了小故障和小毛病,应力求自己动手排除,起码也应注意教师是怎么动手解决的.能否发现仪器装置的故障,并及时迅速修复,这也是一个人实验能力强弱的重要表现,初学者应要求自己逐步提高这方面的能力.

### (3) 实验后的报告

书写实验报告的目的是为了培养学生以书面形式总结工作成绩和报告科研成果的能力.实验报告要求文字通顺、字迹端正、数据完整、图表规范、结果正确.

一份完整的实验报告应包括实验名称、实验目的、实验原理、实验器材、数据记录与处理、讨论等内容.对于实验原理,应在理解的基础上用简明扼要的语言来阐述.主要实验器材要填写型号.原始测量数据一般要求以列表的形式出现,数据处理要写出主要计算过程、画出图表、列出最后结果及误差.对实验过程和结果的讨论要具体深入,有分析,有见解,不要泛泛而谈,其内容一般不受限制,可以是对观察到的实验现象进行分析,对结论和误差原因进行分析,也可以对实验方案提出改进意见.物理实验报告一般式样举例见附录 A.

必须指出,实事求是的科学态度和严肃认真的工作作风是科技工作者应具备的品德,在实验的各个阶段,应始终认真踏实,严禁一切虚假行为.

## 3. 重视自学能力的培养

综上所述,物理实验课强调以学生为中心,注重提高学生的实际动手能力.在具体的学习过程中,应重视自学能力的培养.

大学阶段的学习不应该只限于知识的被动获取,更应该努力学会如何主动地去获取知识,学习不能只限于人生的某一个时期,不会主动寻求新知识的人将无法适应社会发展的需

要. 我们应树立“终身学习”的理念, 只有这样, 才能把自己培养成为具有丰富知识、具有创新精神和实践能力的人才. 因此, 自学能力的培养在大学阶段的学习过程中显得尤为重要.

事实上, 在物理实验的三个阶段中, 无论是实验前的预习, 或是实验中的操作, 还是实验后的报告, 都是以学生自学为主而进行的. 教师的任务是为学生便于自学创造更多的条件. 在本教材的第一章、每一实验后, 我们将以“自学提纲”的形式, 引导学生有效地预习, 启发学生作探索性的思考, 使学生逐渐养成仔细阅读、认真推敲的学习习惯, 使学生逐渐学会如何提出问题、如何分析问题、如何在实际操作中解决问题, 进而使学生逐渐掌握如何通过自学获取知识. 在课堂实验操作阶段, 为了能让学生有更多的时间独立操作、独立思考、独立探索、独立完成整个实验, 教师将用最少的时间讲解实验重点, 而把主要的精力集中在解答学生提问、启发学生思考、排除实验故障、维持实验秩序、评价学生实验操作成绩等方面. 我们试图用这样的方式促使学生以自学为主, 主动积极地完成物理实验的学习.

请记住, 我们不是要培养一个塞满东西的脑袋, 而是要培养一个善于分析、善于探索、善于创新的头脑. 我们不仅要有知识, 更重要的是要将知识转化为能力. 我们相信, 经过认真、刻苦、勤奋地学习, 大家一定能获得成功. 让我们共同努力, 共同进步吧!

# 第1章 误差、不确定度和数据处理的基础知识

一切物理量的测量都不可能是完全准确的,这是因为在科学技术发展的过程中,人们的认识能力和测量仪器的制造精度都受到相应的限制。测量误差的存在是一种不以人们意志为转移的客观事实。因此,实验除了要测得应有的数据外,还需要对测量结果的可靠性作出评价。本章将介绍误差、不确定度和数据处理的基础知识。

## 1.1 测量与误差

### 1.1.1 测量

在物理实验中,不仅要定性地观察物理现象,而且要定量地测量物理量的大小。测量是进行科学实验必不可少的极其重要的一环。在测量工作中,要充分熟练地掌握一些最基本的技能,如长度怎么“量”? 仪表怎么“用”? 望远镜、显微镜怎么“看”? 量值怎么“读”? 数据怎么“记”? 电路怎么“连”……这些都是最基本的技能,是科学技术工作的基本功,必须引起足够重视。

一个测量数据是由数值和单位两部分组成的。测量数据只有赋予了单位,才能有具体的物理意义。因此,测量所得的数据应包括数值(大小)和单位,两者缺一不可。

从测量的方法来说,测量可分为直接测量与间接测量两种。直接测量就是直接用仪器测出待测量的大小。例如,用直尺测量人的身高,用磅秤测量人的体重,用停表测量人的心率等。很多待测量不能或不便于直接用仪器测出,而要根据可直接测量的数据,通过一定的函数关系计算出来,这种测量称为间接测量。例如,钢丝横截面积的测量是通过钢丝直径的测量而得到的,活人体内肝脏的大小是利用超声诊断仪进行间接测量的。

### 1.1.2 误差

从测量的要求来说,人们总希望测量的结果能很好地符合客观实际。但在实际测量过程中,由于测量仪器、测量方法、测量条件和测量人员的水平以及种种因素的局限,不可能使测量结果与客观存在的真值完全相同,我们所测得的只能是某物理量的近似值。也就是说,任何一种测量结果的量值与真值之间总会或多或少地存在一定的差值,我们把测量值与真值之间的偏移称为测量误差,也称为绝对误差,简称“误差”,即

$$\text{误差}(\Delta x) = \text{测量值}(x) - \text{真值}(A).$$

绝对误差与真值之比:  $E = \frac{\Delta x}{A} \times 100\%$ , 称为相对误差。

误差自始至终存在于一切科学实验的过程之中,虽然随着科学技术的日益发展和人们认识水平的不断提高,误差可能被控制得越来越小,但始终不可能完全消除。

误差的产生有多方面的原因,从误差的性质和产生的原因来说,误差可分为系统误差和随机误差两种。

### 1. 系统误差

系统误差的特点：在同样条件下，对同一量进行多次测量时，误差的大小和正负总保持不变，或按一定的规律变化。

系统误差主要来自以下几个方面：

- (1) 仪器的固有缺陷。例如，刻度不准；零点没有调准；仪器水平或铅直没有调整等。
- (2) 实验方法不完善或这种方法所依据的理论本身具有近似性。例如，称重量时没有考虑空气浮力；用伏安法测电阻时没有考虑电表内阻的影响等。
- (3) 实验环境的影响或没有按规定的条件使用仪器。例如，标准电池是以 20℃ 时的电动势数值作为标称值的，若在 30℃ 条件下使用时，不加以修正，就引入了系统误差。
- (4) 实验者生理或心理特点，或缺乏经验引入的误差。例如，有人对准目标时总是偏左或偏右，有人按秒表时总是滞后等。

系统误差有些是定值的，如游标卡尺的零点不准；有些是积累性的，如用受热膨胀的钢卷尺进行测量时，其测量值就小于真值，误差随测量长度成正比例地增加；还有些是周期性变化的，如秒表指针没有准确地安装在刻度盘中心，造成偏心差，其读数的误差就是一种周期性的系统误差。

系统误差是测量误差的重要组成部分，发现、消除、减少或修正系统误差，对一切测量工作都是非常重要的。因此，对于实验初学者来说，应该从一开始就逐步地积累这方面的感性知识。在实验时要分析：采用这种实验方法（理论）、使用这套仪器、运用这种操作技术会不会对测量结果引入系统误差？

### 2. 随机误差

随机误差的特点：当我们在竭力消除或减少一切明显的系统误差之后，在相同的条件下，对同一量进行多次重复测量时，每次测量的误差时大时小，时正时负，既不可预测，又无法控制。随机误差也称偶然误差。

随机误差的产生，取决于测量过程中一系列随机因素的影响，其来源主要有：环境的因素，如温度、湿度、气压的微小变化等；观察者的因素，如瞄准、读数的不稳定等；测量仪器的因素，如测量器具不稳定、指针或向左或向右偏转等。

随机误差的存在使得测量值时而偏大，时而偏小，看来似乎没有什么规律，但实际上，当多次重复测量时，随机误差总是服从一定的统计规律。我们可以利用这种规律对实验结果的随机误差作出分析。

综上所述，系统误差与随机误差的性质不同，来源不同，处理方法也不同。影响测量结果的主要因素有的是系统误差，有的是随机误差。因此，对每个实验要作出具体分析，但实验结果的总误差是系统误差与随机误差的总和。在精密测量时，对系统误差和随机误差必须加以区别，分别处理。在基本实验中，有时仅要求考虑随机误差。

需要强调指出的是，在整个测量过程中，除了上述两种性质的误差之外，还可能发生由于实验者使用仪器不正确、实验方法不合理、读错数据、记错数据等而造成的种种测量上的错误。错误不同于误差，它是不允许存在的，也是完全可以避免的。

#### 1.1.3 测量的精密度、准确度和精确度

测量的精密度、准确度和精确度是评价测量结果好坏的 3 个术语。

**精密度**:指对某一个量进行重复测量时所得结果的接近程度,反映随机误差对测量结果的影响,精密度高,说明测量的重复性好,即随机误差小.

**准确度**:指测量值接近真值的程度,反映系统误差对测量结果的影响,准确度高,说明测量值接近真值的程度好,即系统误差小.

**精确度**:指综合评定测量值的重复性和接近真值的程度.精确度高,说明随机误差和系统误差都小,即精密度和准确度都高.

我们以打靶为例进行说明,图 1-1-1(a)靶上弹孔相互之间很接近,但偏离靶心都较远,即精密度高而准确度较差;图 1-1-1(b)靶上弹孔相互之间比较分散,但偏离靶心的程度总体比图 1-1-1(a)好,即精密度比图 1-1-1(a)差,而准确度比图 1-1-1(a)好;图 1-1-1(c)靶上弹孔相互之间很接近,且都接近靶心,精密度和准确度都高,即精确度高.

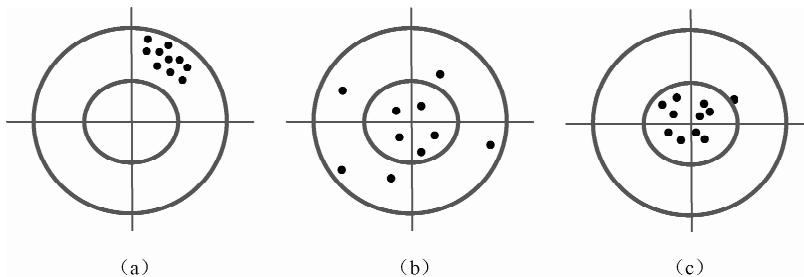


图 1-1-1 测量的精密度、准确度和精确度

## 1.2 随机误差的分析与处理

系统误差可通过适当措施减少或消除,在下面讨论中,我们是在假定消除或修正了系统误差的理想前提下,研究随机误差问题.

### 1.2.1 随机误差的正态分布规律

从某一次测量来看,随机误差的出现是偶然的,当测量次数足够多时,随机误差就会显示出明显的规律性.大量的实验事实和统计理论都证明,在大多数情况下,随机误差服从正态分布,如图 1-2-1 所示.图中横轴为误差  $\Delta x$ ,纵轴为误差分布概率密度函数  $f(\Delta x)$ .可见,遵从正态分布的随机误差具有以下特征:

- (1) 单峰性.绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大.
- (2) 对称性.绝对值相等的正、负误差出现的概率相同.
- (3) 有界性.在一定的测量条件下,误差的绝对值不超过一定限度.
- (4) 抵偿性.随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零.

因此,增加测量次数可以减小随机误差,随机误差是一种具有抵偿性的误差.

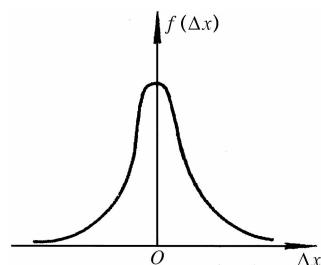


图 1-2-1 正态分布的误差曲线

著名数学家、物理学家高斯(德国,1777—1855年)于1795年给出了正态分布的函数表达式,

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}$$

式中,  $\Delta x = x - A$ , 表示每次测量的误差,  $A$  为真值,  $f(\Delta x)$  是误差  $\Delta x$  出现的概率密度,  $\sigma$  为曲线拐点处横坐标值的绝对值, 它是表征测量值离散程度的参数, 称为正态分布的标准误差. 曲线越陡,  $\sigma$  越小, 则测量精密度越高, 随机误差越小, 即反映测量重复性越好;  $\sigma$  越大, 则反之, 如图 1-2-2 所示.

在相同条件下, 对某一物理量进行多次测量, 称为等精度测量. 理论上, 通过对被测量无限多次的等精度测量, 可得到其真值, 即为无限多个测量值的算术平均值.

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1-2-1)$$

标准误差  $\sigma$  的数学计算式为

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - A)^2}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n}}. \quad (1-2-2)$$

标准误差  $\sigma$  有明确的统计学意义, 测量次数  $n \rightarrow \infty$  时, 被测量的任一次测量值的随机误差落在  $[-\sigma, +\sigma]$  区间的概率是 68.3%, 落在  $[-2\sigma, +2\sigma]$  区间的概率是 95.4%, 落在  $[-3\sigma, +3\sigma]$  区间的概率是 99.7%. 换句话说, 任一次测量值落在  $[A - \sigma, A + \sigma]$  区间的概率是 68.3%, 落在  $[A - 2\sigma, A + 2\sigma]$  区间的概率是 95.4%, 落在  $[A - 3\sigma, A + 3\sigma]$  区间的概率是 99.7%. 我们把某一数据落在给定区间的概率称为置信概率, 用  $P$  表示, 相应区间称为置信区间.

### 1.2.2 有限次测量的测量结果离散性

从上面分析可见, 在消除或修正了系统误差的情况下, 当测量次数  $n \rightarrow \infty$  时, 随机误差满足正态分布规律, 测量值的离散性用标准误差  $\sigma$  表述, 即误差以一定的概率出现在用  $\sigma$  表述的某一区间内. 而实际上测量次数总是有限的, 显然不满足正态分布的条件, 此情况下, 随机误差遵从“ $t$  分布”规律.  $t$  分布是“准”正态分布, 函数很复杂, 在此不作介绍, 其分布曲线与正态分布曲线的差别如图 1-2-3 所示. 显然, 在有限次测量的情况下( $t$  分布), 要保持同样的置信概率, 就要扩大置信区间. 当  $n \rightarrow \infty$  时,  $t$  分布趋向于正态分布.

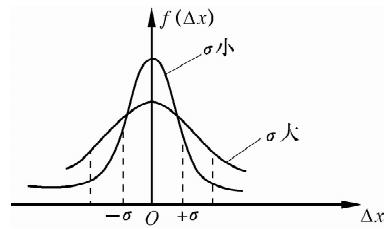


图 1-2-2 标准误差的意义

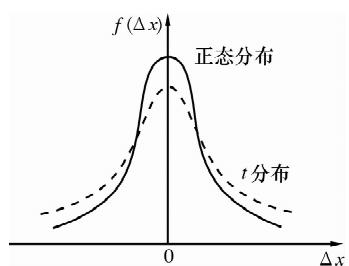


图 1-2-3  $t$  分布与正态分布的比较

对某一物理量进行  $n$  次等精度测量, 得到测量列  $x_1, x_2, \dots, x_n$  真值  $A$  的最佳估计值就是测量列的算术平均值:

$$\bar{x} = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1-2-3)$$

测量结果的离散程度用测量列的标准偏差  $S$  表征, 其数学计算式为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}}. \quad (1-2-4)$$

式(1-2-4)称为贝塞尔(Bessel)公式, 是后续计算不确定度时很有用的公式. 显然, 当  $n \rightarrow \infty$  时,  $S \rightarrow \sigma$ ,  $S$  是无限次测量的标准误差  $\sigma$  在有限次测量时的最佳估计值.

与正态分布的标准误差  $\sigma$  一样, 标准偏差  $S$  也有类似的统计学意义, 当测量次数足够多时, 测量列中任一测量值与平均值之差落在  $[-S, +S]$  区间的概率是 68.3%.  $S$  表征测量结果的离散性,  $S$  越大, 表示测量值越分散, 即测量精密度越大, 随机误差越大;  $S$  越小, 则反之.

在  $t$  分布理论中, 有个系数  $t$ , 称为置信系数, 或称  $t$  因子, 在置信概率  $P$  和测量次数  $n$  确定后, 置信系数可从专门的数值表中查到. 这里仅列出置信概率  $P=0.683$  时, 不同测量次数  $n$  所对应的置信系数  $t$  的数值.

表 1-2-1  $P=0.683$  时, 不同测量次数  $n$  下的置信系数  $t$  值

| $n$ | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 20   | 50   | 100  | $\infty$ |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| $t$ | 1.84 | 1.32 | 1.20 | 1.14 | 1.11 | 1.09 | 1.08 | 1.07 | 1.06 | 1.03 | 1.01 | 1.01 | 1.00     |

从表 1-2-1 中可以看出, 置信系数  $t$  随测量次数的增加而趋向于 1, 可理解为  $n \rightarrow \infty$  时,  $t$  分布趋向于正态分布. 在测量次数很少时, 要用  $t$  值修正, 才能更准确地表示测量结果.

### 1.3 测量结果的不确定度评定

我们已经知道, 即使采取正确的测量方法, 由于测量者、仪器问题等多种原因, 测量误差不可避免, 使得真值无法确定, 也就是必定存在不确定的成分. 用标准偏差来评估这种不确定的程度显然存在不足, 可能会遗漏一些影响测量结果的因素, 比如仪器误差等. 实际上, 这种不确定的程度可以用一种科学的、合理的、公认的方法来表示, 这就是“不确定度”评定. 在测量方法正确的前提下, 不确定度越小, 说明测量结果越可靠. 不确定度用来表征测量值的离散性、准确性和可靠程度.

长期以来, 各国对测量不确定度的表述, 存在分歧. 为了寻求统一, 便于国际交流, 1978 年国际计量大会委托国际计量局联合各国国家计量标准实验室一起共同研讨, 制定一个表述不确定度的指导性文件. 数十年以来, 国际标准化组织等对不确定度表述不断进行修改、充实, 制定出测量不确定度表达指南, 对一些基本概念和计算方法作出权威表述.

不确定度必须作出合理评价, 若评价得过大或过小, 在实验研究中会怀疑结果的正确性而不能果断作出判断, 或得出错误的结论; 在生产中会因测量结果不能满足要求, 需再投资进而造成浪费, 或产品质量不能保证, 造成危害.

完整而严密的不确定度表达涉及深广的误差理论和专业知识,已超出本课程的学习范围,同时,其概念、理论和应用范围仍在不断发展和完善.以下介绍相关知识时,在确保科学合理前提下,结合物理实验教学实际情况,拟采用一种简化的方法来进行不确定度表述,使初学者便于接受,有一个初步基础.以后工作需要时,可以阅读相关书籍和文献,继续深入和提高.

### 1.3.1 不确定度的概念及分类

“不确定度”是指待测量的真值以一定概率落于某区间的一个评定,它是表征测量结果离散性的一个参数,是对误差的一种量化估计,是对测量结果可信赖程度的具体评定.这里的“不确定度”是指“标准不确定度”,即用标准偏差相关理论来估算不确定度值,常用  $u$  表示.

按照评定方法不同,不确定度分为两类:

(1) A 类不确定度.同一条件下多次测量时,用统计方法来评定的不确定度,称为 A 类不确定度,或不确定度的 A 类分量,用  $u_A$  表示.

(2) B 类不确定度.非统计方法评定的不确定度,称为 B 类不确定度,或不确定度的 B 类分量,用  $u_B$  表示.

A 类、B 类不确定度仅仅是指评定方法不同,两者同等重要.根据测量的实际情况,有些只需要进行 A 类或 B 类不确定度评定,更多情况下需要进行 A 类、B 类不确定度的综合评定.

应当指出的是,测量的不确定度和测量误差是两个不同的概念.误差表示测量结果对真值的偏离,是一个确定值,但由于真值未知,因而测量误差只是理想的概念;而不确定度表征的是测量值的分散性,可以根据实验数据、资料、经验等信息进行定量评定.

### 1.3.2 不确定度的评定

#### (1) A 类不确定度评定

在相同条件下,对某一物理量进行  $n$  次测量,得到测量列  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ,真值的最佳估计值就是算术平均值,即  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ,其 A 类不确定度为

$$u_A(x) = t \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (1-3-1)$$

式中,  $S$  为标准偏差;  $t$  为  $t$  分布的置信系数,它与测量次数  $n$  及置信概率  $P$  有关.  $t$  的数值可根据测量次数和置信概率从专门的数据表中查到.当测量次数较小或置信概率较高时  $t > 1$ ,当测量次数较多且置信概率  $P = 68.3\%$  时,  $t \approx 1$ .在大多数教学实验中,为了简便,一般就取  $t = 1$ ,对应置信概率为 68.3%.

#### (2) B 类不确定度评定

B 类不确定度是非统计方法评定的不确定度,如实验系统固有的系统误差就要用 B 类不确定度来描述.B 类不确定度评定应考虑到影响测量准确度的各种可能因素,需要对测量过程仔细分析,根据经验和相关信息来估计.相关信息包括过去积累的测量数据,对测量对

象的分析,对仪器性能的了解,仪器的技术指标,仪器调节的不垂直、不水平、不对准等因素引入的附加误差,鉴定证书提供的数据和技术手册查到的数据等.为简单起见,本教材主要考虑两种B类不确定度,一种为测量不确定度 $u_{\text{Bl}}(x)$ ,另一种为仪器不确定度 $u_{\text{B2}}(x)$ .

测量不确定度 $u_{\text{Bl}}(x)$ 由估读引起,若对某物理量进行多次测量,这种由估读引起的不确定度 $u_{\text{Bl}}(x)$ 已经在A类不确定度评定中得到体现,无需重复评定;若物理量进行单次测量,则一般需要同时考虑 $u_{\text{Bl}}(x)$ 和 $u_{\text{B2}}(x)$ .

测量不确定度 $u_{\text{Bl}}(x)$ 通常取仪器分度值 $d$ 的 $1/10$ 或 $1/5$ ,有时也取 $1/2$ ,甚至取 $u_{\text{Bl}}(x)=d$ 或更大,视具体情况而定.例如同样用分度值为 $1\text{mm}$ 的米尺测量物体的长度时,若较好消除了视差,可取 $u_{\text{Bl}}(x)=\frac{1}{10} \times 1\text{mm}=0.1\text{mm}$ ;但若受测量条件限制影响估读,或存在较大视差,可取 $u_{\text{Bl}}(x)=\frac{1}{5} \times 1\text{mm}=0.2\text{mm}$ ;若用肉眼观察透镜成像的方法粗测透镜焦距,取 $u_{\text{Bl}}(x)=1 \times 1\text{mm}=1\text{mm}$ 甚至更大,才是科学合理的;又例如在示波器上读电压时(设分度值为 $0.2\text{V}$ ),因荧光线条一般较宽,且可能有微小抖动,则可取 $u_{\text{Bl}}(x)=\frac{1}{2} \times 0.2\text{V}=0.1\text{V}$ .

仪器不确定度 $u_{\text{B2}}(x)$ 是由仪器本身的特征所决定的,其定义式为

$$u_{\text{B2}}(x)=\frac{\Delta_{\text{仪}}}{c}. \quad (1-3-2)$$

式中, $\Delta_{\text{仪}}$ 为仪器说明书上标明的仪器“最大允差”或“最大误差”或“不确定度限值”, $\Delta_{\text{仪}}$ 包含了仪器的系统误差,它表征同一规格型号的合格产品,在正常使用下可能产生的最大误差.有些仪器说明书没有直接给出最大允差,但给出了仪器的精度等级,则 $\Delta_{\text{仪}}$ 需根据适当方法进行计算才能得到.另有一些不是特别精密的仪器没有给出最大允差信息,则可取 $\Delta_{\text{仪}}$ 等于分度值或其 $1/2$ ,或某一合理的估计值.

式(1-3-2)中的 $c$ 是置信因子,与仪器示值误差的分布特性有关,分布特性有正态分布、均匀分布和三角分布等,对应的置信因子分别取 $c=3, \sqrt{3}, \sqrt{6}$ ,若说明书上没有仪器示值误差分布特性的信息,则一般按均匀分布处理,取 $c=\sqrt{3}$ .

### 1.3.3 不确定度的合成与传递

由正态分布、均匀分布和三角分布所求得的标准不确定度可以按以下规则进行合成与传递.

#### (1) 合成

在相同条件下,待测量 $x$ 进行多次测量时, $x$ 的不确定度由A类不确定度 $u_{\text{A}}(x)$ 和仪器不确定度 $u_{\text{B2}}(x)$ 采用“方和根”合成而得到,即

$$u(x)=\sqrt{u_{\text{A}}^2(x)+u_{\text{B2}}^2(x)}. \quad (1-3-3)$$

待测量 $x$ 进行单次测量时, $x$ 的不确定度由测量不确定度 $u_{\text{Bl}}(x)$ 和仪器不确定度 $u_{\text{B2}}(x)$ 采用“方和根”合成而得到,即

$$u(x)=\sqrt{u_{\text{Bl}}^2(x)+u_{\text{B2}}^2(x)}. \quad (1-3-4)$$

对于单次测量,有时会因待测量 $x$ 的测量手段不同,其不确定度的计算也有所变化,例如测量长度 $x$ 时, $x$ 是两个位置读数 $x_2$ 和 $x_1$ 之差,由于两个读数都有因估读引起的测量不

确定度,所以  $x$  的不确定度应为

$$u(x) = \sqrt{u_{B1}^2(x_1) + u_{B1}^2(x_2) + u_{B2}^2(x)}.$$

说明:单次测量常常是由于条件不许可,或者由于某一量的不确定度对最终测量的总不确定度影响不大,因而测量只需进行一次.这时,由于此量的不确定度实际上只能根据仪器误差、测量方法、实验条件和实验者技术水平等实际情况,进行合理估计,不能一概而论.除了按上述方法估算,还常常简化处理,比如忽略测量不确定度  $u_{B1}(x)$  而仅考虑仪器不确定度  $u_{B2}(x)$ ,或者直接采用仪器误差作为单次测量的不确定度,等等.

## (2) 传递

物理实验中,大量的测量属于间接测量,间接测量的结果是由一个或几个直接测量结果通过公式计算而得到.各直接测量结果的不确定度如何影响间接测量结果的不确定度?这就是不确定度传递问题.

设被测量  $N$  由几个直接测量量  $x, y, z \dots$  通过计算而得到,若函数关系式为  $N=f(x, y, z, \dots)$ ,且  $x, y, z \dots$  相互独立,并已求得各直接测量量的“方和根”合成不确定度  $u(x), u(y), u(z) \dots$ ,由误差理论可知,间接测量量  $N$  的不确定度传递公式为

$$u(N) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 u^2(x) + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u^2(y) + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 u^2(z) + \dots} \quad (1-3-5)$$

而间接测量量  $N$  的真值的最佳估价值  $\bar{N}=f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \dots)$ ,即把各直接测量量的算术平均值代入函数关系式中求得.

由式(1-3-5)可推导出一些常用函数的不确定度传递公式,见表 1-3-1.

表 1-3-1 常用函数的不确定度传递公式

| 函数式 $N=f(x, y, z, \dots)$                      | 不确定度传递公式  |
|--|---|
| $N=x+y$  | $u(N) = \sqrt{u^2(x) + u^2(y)}$   |
| $N=x-y$  | $u(N) = \sqrt{u^2(x) + u^2(y)}$   |
| $N=kx, k$ 为常数                                  | $u(N) = ku(x)$  |
| $N=\sqrt[k]{x}, k$ 为常数                         | $u(N) = N \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{u(x)}{x}$   |
| $N=xy$   | $u(N) = N \cdot \sqrt{\left[\frac{u(x)}{x}\right]^2 + \left[\frac{u(y)}{y}\right]^2} = \sqrt{y^2 u^2(x) + x^2 u^2(y)}$      |
| $N=\frac{x}{y}$                                | $u(N) = N \cdot \sqrt{\left[\frac{u(x)}{x}\right]^2 + \left[\frac{u(y)}{y}\right]^2}$                                       |
| $N=\frac{x^k y^m}{z^n} (k, m, n \text{ 均为常数})$ | $u(N) = N \cdot \sqrt{\left[k \frac{u(x)}{x}\right]^2 + \left[m \frac{u(y)}{y}\right]^2 + \left[n \frac{u(z)}{z}\right]^2}$ |
| $N=\sin x$                                     | $u(N) =  \cos x  \cdot u(x)$  |
| $N=\ln x$                                      | $u(N) = \frac{1}{x} \cdot u(x)$   |