



复杂边界条件结构 振动及其耦合 声场建模分析方法

杜敬涛 刘志刚 李文龙/著

Modeling Analysis Method for Structural
Vibration and Its Coupled Sound Field with
Complex Boundary Conditions



复杂边界条件结构振动及其 耦合声场建模分析方法

**Modeling Analysis Method for Structural Vibration
and Its Coupled Sound Field with Complex
Boundary Conditions**

杜敬涛 刘志刚 李文龙 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书为系统介绍复杂边界条件弹性板结构及其耦合声腔系统特性建模与分析的专业著作。全书共8章，第1章简要介绍弹性板结构及其声腔耦合系统研究领域的现状，第2章介绍弹性边界约束下板结构面内振动分析建模，第3章介绍任意函数刚度分布板结构面内模态分析，第4和第5章为任意边界和耦合条件弹性板结构动力学特性与能量传递分析，第6章介绍基于三维弹性理论任意弹性约束厚板结构振动分析，第7和第8章介绍阻抗壁面边界条件三维声腔特性分析与弹性板-腔耦合系统一般建模分析方法及特性研究。

本书可供动力机械、汽车、船舶、工程机械、建筑、石油化工、航空航天及相关工程领域的研究人员和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

复杂边界条件结构振动及其耦合声场建模分析方法=Modeling Analysis Method for Structural Vibration and Its Coupled Sound Field with Complex Boundary Conditions/杜敬涛，刘志刚，李文龙著.—北京：科学出版社，2017.6

ISBN 978-7-03-052961-9

I. ①复… II. ①杜…②刘…③李… III. ①边界条件—结构振动—分析方法②边界条件—耦合—声场—分析方法 IV. ①0327②0422.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第118497号

责任编辑：刘翠娜 / 责任校对：桂伟利

责任印制：张 伟 / 封面设计：无极书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京九州迅驰传媒文化有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017年6月第 一 版 开本：720×1000 B5

2017年6月第一次印刷 印张：11 3/4

字数：234 000

定价：88.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

近年来，各种机械系统所引起的振动噪声问题日益为人们所关注，世界各国相继颁布了环境保护条例以限制噪声等级；在国防领域该问题则更为突出，以水面舰船为例，动力装置在为舰船正常航行与作业提供必要推力和能源的同时，不可避免地对船体结构产生振动激励，并在其内部传播开来，引起水下声隐身与舱室噪声问题。船体结构主要是由板类结构相互连接而成，从而，深入开展耦合板结构动力学行为、封闭声场特性及弹性板-封闭空间结构声耦合机制将有助于人们进一步认识船体结构中的振动能量传递过程和船舶舱室声场特性。与此同时，板类结构作为工程中最为常见的一种构件形式，由它组成的复杂结构与封闭空间广泛存在于航空航天、建筑工程、车辆等诸多领域，从而，相关研究对于其他领域系统声振特性的优化设计亦具有普遍意义。

从振动噪声控制角度讲，依照是否需要引入外部能源，可以分为无源控制与有源控制两大类，也称被动控制和主动控制。被动控制主要利用吸声与阻尼材料来实现高频范围内的隔声、隔振等控制效果，全面掌握对象系统特性则是快速确定出最佳处理方案的关键所在。主动控制主要针对被动控制效果不佳的低频范围发挥作用，一般来说，主动控制系统包括电子系统和物理系统两个部分，其中物理系统的内在特性直接决定着该系统可能达到的最大控制效力，同时深刻理解有源控制的物理机制是进行传感策略选择和系统设计的重要基础。我国著名声学家马大猷教授在开展混响声场的有源控制研究工作中更是明确指出：“室内有源噪声控制的问题不仅是技术问题，更重要的是对室内声场的深入认识问题，只有根据室内声场特性，才能得出最佳处理方法”。由此可见，结构振动与封闭声场及其耦合系统特性的全面理解对于其相应的主/被动控制的实施与优化同样具有重要意义，建立准确的预报模型则是开展各项工作的首要前提。

目前，常用的结构振动与声场建模分析方法包括有限元法、边界元法及统计能量分析等数值技术。有限元法和边界元法的共同特点都是要通过在物理问题域内或表面进行网格离散来近似描述结构或声场的行为特征，随着所关心频率的逐渐升高，需要大量的网格加密来更为精确地捕捉对象的动力学特征或声学特性，

这往往对于计算资源提出很高的要求，即便如此，有些情况下所需要的计算时间也是令人难以接受的，从而，这两种方法多局限于低频段内问题的求解。统计能量分析则主要用于高频范围较高模态密度情况下声振系统描述，然而，该方法并不能给出足够精确的模态共振信息。此外，数值方法在求解过程中通常会丢失人们对问题本质认识的宝贵机会，对于开展结构-声系统的灵敏度分析、参数优化及有源控制机理等方面的研究缺乏其应有的灵活性。

为此，各国学者在研究新的建模方法方面进行着种种探索与尝试，并取得了一定成果。从数学意义上讲，任何结构振动与声场特性的分析最终都可归结为对控制方程和边界条件所构成边值问题的求解。在绝大多数的现有研究中，为了克服复杂边界条件问题所带来的数学困难，往往对边界条件进行种种假设(如结构振动中的简支边界、封闭声场中的刚性壁面)，在问题得到简化的同时，也使得研究结论带有极大的局限性。一方面，从工程实际角度看，并非仅仅局限在几种简单情况，人们所感兴趣的问题往往是那些复杂的边界情况；另一方面，边界条件作为决定结构振动与声场特性的重要参数，深刻理解其影响规律将为人们提供更为广阔的参数设计空间。此外，已经有学者尝试通过改变边界条件来实现结构振动与空间噪声的控制，并取得了初步成果。由此可见，边界条件作为结构振动与封闭声场的重要设计参数和控制途径正在逐渐被人们所认识，从而，研究一套适用于更宽频带且具有一般边界条件的结构振动、封闭声场及其耦合系统的建模方法必将具有重要的理论意义和现实意义。

本书系统介绍一套弹性板结构及其耦合声腔声振特性分析的改进傅里叶级数建模方法，首先从二维弹性板结构面内振动分析开始，建立模态特性分析模型，随后逐步拓展至任意函数边界刚度分布、弹性耦合板结构、三维弹性板结构，以及任意阻抗壁面三维声腔特性分析与弹性板结构耦合系统特性分析，为人们全面探究边界约束条件对弹性板及声腔耦合系统动力学特性影响规律提供有效的分析途径。

杜敬涛 刘志刚 李文龙

2016年12月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 矩形板面内振动	1
1.2 耦合板结构振动	4
1.3 封闭空间声场分析	7
1.4 弹性板-声腔耦合系统	11
参考文献	14
第 2 章 弹性边界约束板结构面内振动特性分析	19
2.1 理论推导	20
2.1.1 面内弹性约束边界	20
2.1.2 控制微分方程求解	26
2.2 数值结果与讨论	29
2.3 本章小结	36
参考文献	37
第 3 章 任意函数边界约束板结构面内振动分析	38
3.1 理论推导	38
3.1.1 模型描述	38
3.1.2 板结构面内振动位移函数	39
3.1.3 面内振动能量原理描述	40
3.2 数值结果与分析	43
3.2.1 经典边界板结构面内振动	43
3.2.2 二次函数分布边界矩形板结构面内振动	44
3.2.3 任意函数分布边界矩形板结构面内振动	47
3.3 本章小结	54
参考文献	55
第 4 章 任意边界和耦合条件弹性板结构模态特性分析	56
4.1 理论模型	57
4.1.1 耦合板结构模型描述	57
4.1.2 耦合板结构弯曲与面内位移的级数表示	58
4.1.3 基于能量原理的瑞利-里茨步骤求解	60

4.2 数值结果与分析	64
4.3 本章小结	70
参考文献	70
第5章 任意边界和耦合条件弹性板结构振动能量传递	72
5.1 耦合板结构振动响应	73
5.2 耦合板结构功率流理论	76
5.2.1 总输入功率	76
5.2.2 耦合板结构振动能量传输	76
5.3 数值结果与分析	80
5.4 本章小结	96
参考文献	97
第6章 基于三维弹性理论的任意边界条件厚板结构振动分析	99
6.1 理论推导	100
6.1.1 模型描述	100
6.1.2 三维位移场的改进傅里叶级数描述	102
6.1.3 板结构三维振动能量法求解	103
6.2 数值结果与分析	106
6.2.1 经典边界条件	106
6.2.2 非对称经典组合边界条件	109
6.2.3 弹性约束边界条件	111
6.3 本章小结	116
参考文献	116
第7章 任意阻抗分布壁面三维腔室声学特性分析	118
7.1 理论推导	118
7.1.1 声学边界条件	118
7.1.2 问题描述	120
7.1.3 声压分布函数的三维改进傅里叶级数表示	121
7.1.4 声腔系统拉格朗日函数	122
7.1.5 封闭空间声学问题求解	124
7.2 算例及结果分析	127
7.3 本章小结	136
参考文献	136
第8章 任意边界条件弹性板结构-声腔耦合系统声振特性分析	138
8.1 理论模型	139
8.1.1 模型描述	139

8.1.2 结构振动与封闭声场分布函数的级数表示	141
8.1.3 弹性板结构与声腔系统拉格朗日函数	143
8.1.4 耦合系统方程求解	145
8.2 数值计算与分析	147
8.3 本章小结	159
参考文献	160
附录 A 面内振动分析相关辅助函数	162
附录 B 方程(2-46)中矩阵 H 、 Q 、 A 、 B 、 E 和 F 的表达式	166
附录 C 方程(4-17)中矩阵 K 和 M 的表达式	168
附录 D 方程(7-23)中矩阵 K 、 Z 、 M 和 Q 的表达式	172
附录 E 方程(8-25)中矩阵 K_p 、 M_p 、 $C_{a&p}$ 和 F_p 的表达式	176
附录 F 方程(8-34)中矩阵 K_a 和 M_a 的表达式	178

第1章 絮 论

弹性板结构广泛应用于工程领域，其振动特性及声腔耦合系统声振机理分析是开展相关复杂系统低噪声设计与振动噪声控制的前提和基础。长期以来，国内外学者开展了大量的理论与实验研究，并取得了令人瞩目的丰硕成果。弹性板结构作为一种某两个维度尺度远大于第三个维度的固体简化，按照其内部质点运动方向不同，振动形式可以分为弯曲振动与面内振动两种，其中质点运动方向垂直于板结构所在平面时为弯曲振动，而质点运动方向在板结构所在平面内部的振动形式为面内振动。有关弹性板结构弯曲振动特性的研究日趋完善，涌现了大量经典和有代表性的工作。本章将对弹性板结构振动及其耦合声腔系统的国内外发展现状进行综合性阐述，主要包括四个方面的内容：矩形板面内振动研究现状、耦合板结构振动分析研究概况、封闭空间声场研究概况及弹性板-声腔耦合系统研究概况。

1.1 矩形板面内振动

振动板结构中可以存在三种波动形式^[1]，即弯曲波、纵波和剪切波，如图 1-1 所示。在这三种波型中，弯曲波动经常称为面外振动 (out-of-plane vibration)；由于纵波和剪切波处于结构所在平面内，所以又合称为面内振动 (in-plane vibration)。几十年来，人们对于板结构的横向弯曲振动开展了持续而大量的研究，并取得丰硕成果，提出了各种分析方法来预报具有不同结构特性和边界约束条件的振动特性与声辐射信息。Leissa^[2]对板结构弯曲振动的大量研究进行总结，出版了著名的 *Vibration of Plates*，并成为该领域权威参考资料。

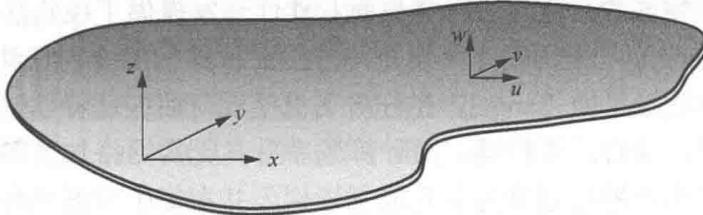


图 1-1 振动板结构中三种波传播形式

w 表示弯曲振动位移； u 和 v 分别为面内振动位移的纵向与切向分量

或许是由于弯曲振动的共振频率相对较低，更容易被激起；同时对于噪声控

制，弯曲振动与周围流体媒质直接耦合，对声辐射起到决定性作用，这两方面的传统认识直接导致了长期以来面内振动没有受到应有的关注，使得人们对面内振动的认识远没有对横向弯曲振动那样全面、深入，仅有少量文献涉及此方面。然而，在许多实际工程场合，需要同时考虑面内振动和弯曲振动。例如，在机械工程领域^[3]，由于加工或安装过程中存在着不可避免的偏差，所以导致实际振动激励方向存在倾斜，进而引起基础支撑结构的面内振动。此外，在由板结构组成的复杂工程结构中，其中一个板单元在外界激励作用下产生振动，即使是弯曲振动，弯曲波在传播至结构连接处时，也会存在波型转换机制，能够激励起相邻结构的面内振动，在下一处结构连接处，又会转化为弯曲波动形式。

研究表明^[4,5]，面内振动在组合结构(如船体结构)振动能量传输中所起的作用随着频率范围扩大而越发明显，而且传播范围越远，不考虑面内振动所引起的预报误差就会越大。事实上，面内振动的重要性并不仅局限于高频振动或能量传输，对于低频振动同样具有重要影响。当两块板结构沿某公共边界成一定角度连接时，面内与弯曲振动位移将会直接以运动约束和运动方程的形式进行耦合。或许可以在控制微分方程中忽略耦合项，然而在边界条件方程中是必须要考虑的。例如，两个板垂直耦合连接，即使面内振动的固有频率远高于所关心的频率范围，连接处的两个横向振动的求解也需要考虑面内振动。文献[6]指出，面内振动还与周围环境的噪声辐射直接相关。在三明治板动力学特性研究过程中，在各层组合过程可能会产生不同的振动形式，从而，面内振动便是此类问题的重要研究方面。文献[7]还提出利用矩形薄板面内振动来开展直线型超声电机的研究。可以发现，面内振动的重要性正在逐渐为人们所认识，越来越多的学者开始关注矩形板面内振动现象。

Bardell 等^[8]通过选取一组在边界上满足位移及其斜率条件的 K -正交多项式构建面内位移容许函数，结合矩形板结构面内振动的拉格朗日方程描述，采用瑞利-里茨方法求解四边简支、钳支和自由三种不同边界条件下各向同性矩形板面内固有频率与模态形状。数值算例表明，他们所提出的方法能够快速收敛，所得到的模态数据也为该领域的其他方法研究与商业软件开发提供了校验基准。

Bercin 和 Langley^[9]采用动态刚度矩阵方法对板结构的面内振动进行了研究。动态刚度矩阵方法最早由 Langley 在分析飞机壁板弯曲振动特性过程中提出，作为一种解析方法，具有结果精确、随计算频率升高无需网格加密等优点。通过将耦合板结构在自然边界处划分为单元或子结构，并在每个局部坐标系中对单元结构在边界载荷作用下的刚度矩阵进行单独求解，最终利用坐标转换获得耦合结构的整体动态刚度矩阵。该方法能够处理与耦合边界相平行边界为任意支撑情况，但是所有垂直于结构连接处的边界条件均需假设为简支。他们对由七块矩形板焊

接而成的船舶基座简化结构进行仿真分析发现，考虑面内振动分量对耦合板结构振动能量级的预报影响并不绝对确定，偏高或是降低主要取决于距离源板单元的远近。

Farag 和 Pan^[3]在分离变量法适用的假设前提下，分别采用 x 和 y 方向上杆纵振模态乘积来描述纵向与剪切面内位移分布，并结合面内点力激励条件下的结构运动微分方程，建立了弯曲和面内边界条件分别为简支和钳支的矩形板结构面内共振响应与功率流特性预报的模态耦合模型。所计算的前七阶模态频率与 MSC NASTRAN 结果之间的偏差在 1.1% 以内。他们还发现：在相同分析频段内，面内点力与横向点力在各自共振频率下具有同一数量级的输入功率。在文献[10]中，他们又采用类似的模态耦合分析方法来求解两平行边界钳支，另外两边同时钳支、自由或一边自由，一边钳支条件下矩形板结构面内振动问题，其中将共振模态分为未耦合与耦合两种类型。分析表明未耦合模态仅存在于四边钳支边界情况。由于仅考虑了两种模态类型之间的耦合，所以这种方法与有限元结果之间的比较误差达到 12%，并且指出这种误差恰恰反映出忽略同其他模态之间的耦合所带来的影响。

Park 等^[11]利用位移势函数概念，对板结构面内振动偏微分控制方程进行解耦，分别得到纵波与面内剪切波动运动方程，基于平面波假设并结合时间平均振动能量密度关系式，最终建立起有限板结构中纵波与面内剪切波功率流模型。随后，针对成某一夹角的两板耦合结构进行数值计算，发现随着分析频率不断升高，耦合板结构中面内振动分量的能量级会高于弯曲波动分量的能量级。

Hyde 等^[12]从矩形板面内振动的哈密顿能量原理描述出发，结合瑞利-里茨方法离散，计算了三种边界条件(四边自由、对边钳支对边自由、四边钳支)下矩形板面内模态频率与振型分布。重点讨论了长/宽比参数变化条件下的模态渐近行为，发现存在不同类型的模态形状，并且在某些情况下低阶面内模态能够采用传统的弯曲和纵振理论来近似估计，特别是对于自由或对边钳支/对边自由的边界条件存在此规律。

Wang 和 Wereley^[13]首先讨论了考虑面内振动对于复合板结构特性分析的重要性，对于三明治板结构弯曲振动频率的确定起关键作用。随后基于一种 Kantorovich-Krylov(坎托罗维奇-克雷洛夫)变分方法，针对四边钳支、三边钳支一边自由和对边钳支对边自由这三种边界下矩形板结构的面内振动进行了模态分析。求解过程中面内位移场被表示为传播波的线性叠加，其中，波幅值系数由数值迭代步骤求得。通过与有限元软件 NASTRAN 及现有文献结果比较表明该方法在模态频率预测精度方面有了进一步改善，并首次采用了矢量场形式对面内模态形状进行了二维可视化，增进了人们对面内模态耦合特性的直观理解。

Seok 等^[14]采用变分近似方法分析了悬臂(即三边自由、一边钳支)矩形板面内自由振动特性, 其中, 在两条对边自由的边界上面内位移形式能够精确满足, 在其余两条边界上则采用变分近似描述, 最终通过求解超越特征方程来获取模态频率及相应的模态振型, 仿真计算结果与有限元结果吻合良好。

Gorman^[15]将其多年来在矩形板结构弯曲振动研究中所提出的叠加方法应用于自由边界条件下矩形板结构面内振动问题, 通过将控制微分方程和边界条件表示为无量纲形式, 随后, 他按照三种特征模态族对问题进行分离: 对称-对称模态、对称-反对称模态和反对称-反对称模态, 并分别得到所对应的特征频率方程。数值结果与瑞利-里茨能量方法比较表明该方法能够快速而准确地预测矩形板面内振动模态特性。随后, 他又继续将这种叠加方法用来处理钳支与简支^[16]、边界法向为弹性约束^[17]及对边简支^[18]等边界情况下矩形板面内振动分析。在文献[18]中, 他比较分析了面内与弯曲振动简支边界条件, 结合面内问题的特殊性, 明确地分为第一类和第二类面内简支边界。

Andrianov 等^[19]基于面内边界条件的赫维赛德函数表示, 结合面内振动控制微分方程, 提出一种同伦摄动方法进行求解混合边界条件下矩形板结构固有振动。该方法避免了产生超越特征方程, 然而该方法计算精度不够理想, 不同长宽比下的基频计算值与精确值的最小和最大偏差分别为 2.2% 和 15.8%。

国内在该方向上的研究较少, 主要体现在矩形板面内振动特性的应用方面。例如, 刘剑和赵淳生^[7]基于矩形薄板面内振动开展了直线型超声电机的研制工作。这种超声电机主要是利用其核心部件——矩形压电陶瓷薄板的第一阶面内伸缩模态和第二阶面内弯曲模态来实现电能与机械能之间的转换。他们依据半经验公式, 通过确定出压电陶瓷薄板长宽比这一关键参数, 从而, 使得前两阶模态频率尽量满足设计要求。随后, 他们通过有限元模态分析以及误差为 3.74% 的实验工作验证了其参数设计的有效性。

可以看出, 国内外关于矩形板面内振动的研究与认识远没有弯曲振动那样深入, 同时, 由于面内振动问题所存在的特有复杂性, 其中涉及确定彼此之间存在耦合作用的纵向和剪切面内位移场分布, 所以, 文献中普遍认为获取面内振动问题的解析解是较为困难的, 绝大多数的现有研究都局限于简支、钳支或自由等简单边界条件及其各种组合。

1.2 耦合板结构振动

耦合板结构作为一种常见的构件形式广泛存在于各个工程领域, 如船舶工业、航空航天、建筑工程等。多年来, 如何全面揭示耦合板结构振动特性和功率流传

输机理始终吸引着国内外众多学者的研究兴趣。研究两块板结构之间振动耦合是研究工程组合结构的重要基础,有助于人们更加深刻地认识与设计包括陆地车辆、宇航结构和建筑构架等在内的复杂动力学系统。为此,各国学者提出各种建模分析方法,围绕耦合板结构动力学特性预报与振动控制开展了大量研究。

Guyader 等^[20]提出一种基于模态描述的耦合结构振动能量传输分析方法,其中采用广义耦合系数表示结构之间的相互作用,随后以 L-形和 X-形耦合板结构为例,运用该方法确定了宽带随机激励下各板结构中的时间平均动能。Boisson 等^[21]针对 L-形耦合板结构,研究了厚度比、表面积、阻尼、激励类型与作用位置等参数对振动能量传输的影响,其中发现声波激励下的振动能量传输相比于点力激励情况要低 3dB,单点与多点激励在较高频带内存在约 2dB 的差异。Ouisse 和 Guyader^[22]基于经典波分解技术,以半无限一维梁和二维板结构为研究模型针对耦合角度对振动行为的影响进行了灵敏度分析,他们发现,对耦合梁结构来说,按照波数比的不同,可以确定出两个临界耦合角度,其存在反映出耦合角度变化过程中振动能量传输路径(或机制)的突变,而临界耦合角度数值不仅与耦合结构特性有关还与外部激励情况有关,一般会出现在 10° 以内或接近 180°。

Cuschieri^[23]提出一种导纳功率流方法,并研究了 L-形耦合板结构通过连接处的振动功率流,其中,垂直于耦合边界的两条边界为简支,从而使得平行于耦合边界方向的结构振动响应及施加于该边界的弯矩能够采用模态叠加方法得到,数值结果表明该方法能够准确预报耦合板结构功率流特性,同时相比于有限元方法具有较好的计算效率。McCollum 和 Cuschieri^[24]继续将此方法拓展至耦合厚板结构的弯曲振动能量传输特性分析。李天匀等^[25]采用导纳方法研究了外部载荷激励下 L-形耦合板结构的输入功率流和传递功率流,结果表明:加肋后平均输入功率流和平均传递功率流较不加肋时有一定程度的减少。仪垂杰等^[26]以肋板结构为对象,采用导纳功率流方法给出了不同加肋形式板结构功率流的解析表达式,并得到了计算与实验测量的一致性结果。李伟等^[27]针对梁板耦合结构采用该方法推导了功率流表达式,并采用实验测量验证了预测精度。随后,他们对梁板耦合位置和损耗因子等参数对于输入与传输功率流的影响进行了讨论与分析。

Shen 和 Gibbs^[28]通过将弯曲位移幅值函数表示为坐标函数的线性组合,得到了耦合板结构弯曲振动的近似解,给出了 T-形和 L-形板结构在不同材料阻尼和响应位置下频率响应曲线。结果表明,结构响应取决于激励点作用位置、激励力频率、结构材料参数及边界约束条件等因素。

Kim 等^[29]等采用模态分析技术研究了中高频段矩形内部耦合板结构的弯曲振动传递机制,其中整个系统划分为单元板结构,然后利用耦合边界处弯矩平衡与转角连续进行求解,结果分析表明,在连接板结构存在的情况下源板输入点导纳

将随着频率升高而趋近于无限大板结构。通过与统计能量分析关于空间平均速度的结果进行比较，他们发现，统计能量分析能够准确给出距离激励板结构较近的振动情况，对于较远位置情况，SEA 预测值会发生偏小现象。

Kessissoglou^[30]采用波传播与模态分析相结合的方法，建立了单点力作用下 L-形耦合板结构弯曲振动主动控制模型，验证了有源控制用于耦合结构振动控制是可行的，并讨论了次级控制力与误差传感器布置情况对控制效果的影响，随后从实验角度进行了分析^[31]。在文献[32]和文献[33]中，Keir 等在澳大利亚国防科学技术局(Australian Defence Science and Technology Organisation, ADSTO)的资助下，继续开展此方向上的研究工作，采用相同的建模方法建立了由三块和四块板构成的 T-形和 X-形板结构振动主动控制模型，其中，边界条件与上述研究相同，垂直于结构连接处的两条边界简支，两端边界为自由，研究了单一及多个控制作动器和误差传感器对控制效果的影响。他们的工作为主动控制技术进一步应用于船体结构振动传输抑制提供了有益的参考。

高宝华和张建^[34]利用导纳功率流在中低频段内具有较好的预测精度，将其用于统计能量分析中耦合损失因子的确定，进而改善统计能量分析在中低频范围内的预测精度，随后利用实验测量结果验证了该方法的可行性。车驰东和陈端石^[35]运用波分析法对于成任意角度连接的两块平板转角处的振动能量传递问题进行了理论分析，探讨了转角处附加阻振质量对于结构波传递的阻挡作用。通过引入两个局部坐标系 6 个新的无量纲参数，得到了反映透射、反射系数与模型特征阻抗关系的表达式，并利用实验测量结果进行了验证。他们发现，转角处的阻振质量对于平面弯曲波透射起到类似“低通滤波器”作用，“阻带”区插入损失的量值主要取决于阻振质量，其宽度则与转动惯量有关。

上述文献无论在建模还是控制方面的研究基本上都只是考虑弯曲振动之间的耦合作用，而忽略了其中的面内振动分量。然而，研究表明，耦合板结构动力学响应中不包括面内振动分量的建模技术会在高频段内出现较大的偏差，另外，对于厚板单元或是距振源较远处的预报也同样如此。现在，国内外广泛接受考虑面内振动能够更加精准地预报一定连接角度下耦合板结构的动力学行为和功率流特性，除了采用诸如统计能量分析和有限元方法以外，还提出各种分析方法来研究包含面内振动分量在内的耦合板动力学特性。

Forrest^[36]以船舶动力设备基础结构为背景，将动态刚度矩阵方法进一步拓展至考虑面内振动分量的耦合板结构导纳预报，数值结果表明，该方法能够快速进行结构振动响应计算，便于船舶设计人员分析不同布置情况下耦合板结构特性，然而，该建模方法在边界条件上存在较大局限，即要求与公共边界垂直的边界约束条件为简支。在文献[37]中，Cuschieri 和 McCollum 以 Euler-Bernoulli(欧拉-伯努利)耦合板结构为对象，采用他们之前所提出的导纳功率流对其动力学行为进行

分析，同时与采用薄板和 Mindlin 板理论下的分析结果进行比较，他们发现，考虑面内振动分量会降低之前的总传输功率比，这主要是由于面内振动会将部分能量回传至源板结构，所以仅考虑弯矩作用会使能量传输比升高。

在现有耦合板结构功率流传输特性研究文献中，应用最多的分析方法要属 Azimi 等^[38]最早提出的受纳 (receptance) 技术。Dimitriadis 和 Pierce^[39]采用这种方法计算了两板结构之间的能量流。Farag 和 Pan^[40]通过采用受纳概念分析了耦合角度对输入功率流和流过结构连接处振动能量的影响。

Wang 等^[41]采用一种模态子结构方法建立了 L-形板结构功率流预报模型。首先将耦合板系统划分为两个单一子结构，采用子结构的模态信息并根据模态叠加理论得到耦合系统响应预测所需要的各种自由-自由界面导纳信息，最后根据耦合边界处的几何协调与力平衡关系得到整体系统的动力学模型。在此基础上，他们计算了耦合板结构的瞬时与平均功率流特性，并分析讨论了数值结果，发现振动能量并不总是由源板流向接收结构。然而，相应研究工作仅局限于简支边界条件和刚性连接边界。

Kessissoglou^[42]以对边简支其余边界自由的耦合板结构为研究对象，通过在两个方向上综合采用行波解与模态展开描述弯曲振动和面内振动位移场，其中各种未知波传播系数利用边界条件及力作用点位置与结构连接处的连续性条件进行确定。在 Kessissoglou 建立的模型中，需要在力的作用点位置处将板结构分割为两个单元部分。在此模型基础上，她研究了面内振动对耦合板结构振动能量传输的影响。结果表明，面内波可以作为弯曲波的侧漏途径，尤其是对于高频及激励源与接收点间距较大情况。

从大量文献来看，无论结构建模还是有源控制，主要是针对经典边界条件情况，如简支、钳支和自由等，从工程应用角度来说，边界条件通常更为复杂。此外，除了边界条件的局限性之外，目前的研究主要为刚性连接，对于某些情况这种假设是合适的，然而，在许多阻隔振动传递的场合中，常采用弹性连接件，如舰艇上管道的弹性连接。

1.3 封闭空间声场分析

封闭空间声场作为工程实践中最具代表性的一类声场，如观演厅堂、工作房间、坦克座舱和船舶舱室等，有关其混响时间的合理控制与内部噪声的有效抑制是室内声学领域始终关注的两个主要问题^[43]，具有普遍的现实意义。一方面，混响时间作为描述封闭声场内声音衰减快慢程度的物理量，是音质设计与评价过程中一个非常重要的参数指标，在礼堂、音乐厅和听音室等建筑中，混响时间的处

理情况直接体现了建筑的设计与建造水准。另一方面，随着社会经济的发展，人们对于生活、工作环境及交通工具的舒适性要求不断提高，内部空间噪声问题被人们所日益重视，例如，飞机和汽车等工业产品的舱室噪声水平正在成为影响其市场竞争力的重要因素。对于坦克这样的军用车辆，过高的舱内噪声级使得战时通信的清晰度和有效性难以得到保证，这就更为凸显了解决封闭空间噪声问题的重要性与迫切性。上述两方面工作的顺利开展，均有赖于人们对于封闭空间声场特性全面而深刻的理解，其中，相应的室内声学理论起到了重要作用。

目前，室内声场分析方法主要基于以下三种理论，即几何声学、统计声学和波动声学。前两种方法均是以声线的直线传播作为基本假设，忽略声波的干涉和衍射现象，主要适用于封闭空间声场的高频特性研究。对于小尺度空间问题或声频的低频段分析，声波的波长与封闭空间尺寸相当，此时统计和几何声学不再适用，例如，著名的混响时间预测理论——赛宾公式，主要适用于高频扩散声场，并能够预测出分贝坐标下为线性关系；然而，对于低频范围实验研究表明，混响时间实际上不再是直线，此时利用赛宾公式来预测混响时间将会带来较大偏差。因此，需要利用更为严格的波动声学理论进行分析。

20世纪30年代，著名理论声学家 Morse 和 Ingard^[44]在借鉴结构振动模态理论的基础上，通过把封闭空间视为三维连续振动系统，而将简正波理论引入室内声学。该理论认为在给定边界条件下，声腔系统存在一系列反映自由振动特性的声模态，并且任意声源激励下声压响应分布可以通过这些声模态的线性叠加而得到。几十年来，该理论对室内声学研究产生了重要影响。从1990年开始，我国著名声学家马大猷^[45]指出了经典简正波理论存在着与实际相不符之处，并继续发展了关于室内稳态声场的理论，把 Morse 用简正波振动求和来表达的矩形房间中单声源的室内声场，发展为与实际相符的直达声和“混响声”两部分。

矩形封闭空间作为一个经典分析模型而被经常用于室内声学研究的各个方面，所得到的分析方法与研究结论有助于声学工程师对于形式更为复杂的封闭空间声学问题的认识与解决，同时亦能够作为各种声学商业软件开发过程中的校验基准。根据壁面边界条件的不同，声学边界可以分为刚性壁面边界和吸收壁面边界。在刚性壁面情况下，由于忽略了边界对声能的耗散作用，从而使得问题的数学处理得到大大简化，人们对于这些问题的认识已趋于完善，在各种声学教材中均能查阅到相关论述与推导。近年来，随着控制理论、计算机技术和信号处理技术的发展，刚性壁面矩形封闭空间被各国学者广泛用于内部空间噪声主动控制(active noise control, ANC)的各种研究。Nelson 等^[46]基于模态叠加理论，以矩形封闭空间为研究对象，开展了总时间平均声势能最小控制策略下理论、仿真和实验研究，从而验证了采用有源控制来降低封闭空间噪声级是可行的。马大猷^[47]充

分利用角落处声压最大这一声腔模态特性，提出了将次级声源布放于房间角落中而获取全局控制效果。Lau 和 Tang^[48]通过详细比较总声势能最小、均方声压最小和声能量密度最小三种控制策略下的全局控制效果，发现对于单传声器-单扬声器组成的角落 ANC 系统，声能量密度控制策略能够产生较为均一的控制效果，当误差传声器位于初级声源和次级声源之间时，其控制效果变差。

在很多声学设计和噪声控制场合，我们需要认真考虑壁面声学材料的吸收特性。Bolt 和 Brown^[49]指出，壁面复声阻抗能够比吸声系数等参数更加完备地表征壁面声学特性，其包括实部和虚部两部分。从而，相比于刚性壁面情况，阻抗边界条件下矩形封闭空间声场分析在数学求解上更具挑战性，一直以来是室内声学领域中一个研究热点与难点。虽然基于网格划分的有限元方法能够在一定程度上给出此类问题的近似解，然而这并不利于人们对于问题内在机制的透彻理解，同时在开展灵敏度或主动控制等方面的研究中也缺乏其应有的灵活性。

Morse 和 Bolt^[50]采用分离变量方法将矩形房间内各阶模态速度势表示为三个方向上的乘积，并将每一方向上的速度势函数代入至与该方向垂直的两个壁面声学边界条件，进而得到初步的超越特征方程。该方程具有无穷多个根。为了便于求解，他们假定这对平行壁面具有任意相同阻抗值，并给出了有限个特征根的实部与虚部随特性声阻抗幅值和相角变化关系图。对于在复平面中求解这样一个超越方程，难以做到不漏根并按照严格顺序依次求得系统特征值。对于工程实际中经常遇到的两个互相平行的壁面具有不同任意阻抗值的情况，在当时进行准确的数值求解更是难以实现。

Maa^[51]分析了某一壁面阻抗为非均匀分布而其他五面为刚性条件下矩形房间声学特性。对于非均匀程度较小情况，他给出了一种问题近似处理的摄动解法。随后，他将目标壁面上特性声阻抗分布函数展开为傅里叶余弦级数，并利用室内声学简正波理论将稳态声场分布用满足边界条件的假设模态函数展开，代入边界条件并利用各阶模态幅值的非零解存在条件，即系数行列式等于零，从而得到系统超越特征方程，并采用级数方法而求得矩形房间特征频率、衰变系数和声压模态分布等声学信息。在一小房间内进行的几种吸声材料布置形式下不同阶数模态衰变系数的测量实验验证了理论预测的正确性。

Dowell 等^[52]提出了一种声弹性理论(又称“模态耦合理论”)来预测有吸收壁面存在的封闭空间声场。他们以刚性壁面条件下的声腔模态为基函数对声压分布函数进行展开，随后，根据声学波动方程并结合格林函数定理，最终得到了声压模态幅值方程，非对角线上的非零元素表示阻抗边界条件所引起的模态耦合效应，并指出忽略阻尼耦合项将会给声学量的预测带来一定误差。Pan^[53]通过各种数值仿真指出上述模态分析方法尽管能够很好地预报声腔的模态特性(固有频率、模态