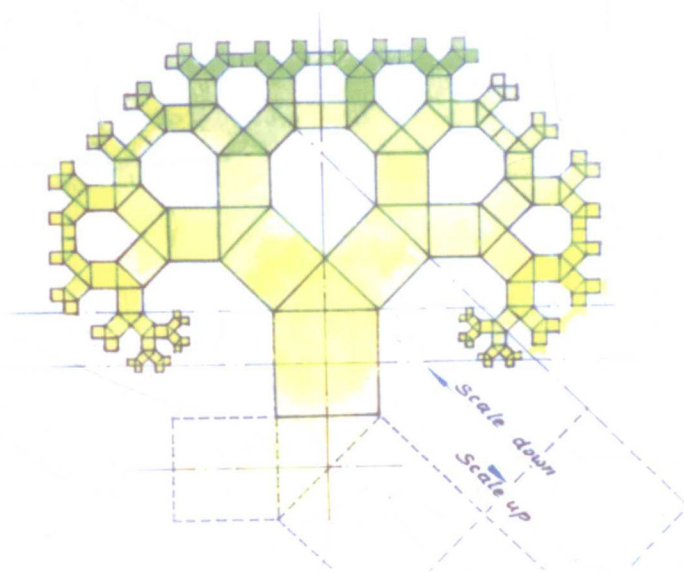


设计几何四书

——几何思维与设计



古大治 著



西南交通大学出版社

设计几何四书

——几何思维与设计

古大治 著

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

设计几何四书：几何思维与设计 / 古大治著. —
成都：西南交通大学出版社，2016.9
ISBN 978-7-5643-4903-5

I. ①设… II. ①古… III. ①工业设计—几何学—研
究 IV. ①TB472

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 190583 号

设计几何四书
——几何思维与设计

古大治 著

责任编辑 张宝华
特邀编辑 曹 嘉
封面设计 墨创文化

印张 12.75 字数 293千

成品尺寸 210 mm × 280 mm

版本 2016年9月第1版

印次 2016年9月第1次

印刷 四川煤田地质制图印刷厂

书号：ISBN 978-7-5643-4903-5

出版 发行 西南交通大学出版社

网址 <http://www.xnjdcbs.com>

地址 四川省成都市二环路北一段111号
西南交通大学创新大厦21楼

邮政编码 610031

发行部电话 028-87600564 028-87600533

定价：68.00元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话：028-87600562

序

几何学是人类文明发源的主要标志之一。通常认为，几何学起源于测量的需求，即测地、航海、天文学及日常生活中对几何要素的观察和测量。源于希腊文的英文几何学（geometry）一词，即由土地（geo）和测量（metry）组合演化而成。凡是学过初中几何学的人，都知道“勾 3 股 4 弦 5”这一组奇妙的数字，这是勾股定理的特例，西方人称之为毕达哥拉斯（公元前 580—前 500 年）定理，而在中国我们更喜欢称为商高（西周初，约公元前 1000 年）定理。由此可见，正如胡塞尔在《几何学的起源》中分析的那样，“几何学从它创建时就具有一种独特的超时间的存在，一种能为各个民族和各个时代的所有人，首先是现实的和可能的数学家所理解的存在；所有它的特殊形态也是这样。”在古希腊人看来，古典几何学在人类知识体系中具有核心的位置，以至于柏拉图大约在公元前 360 年就发出了“神以几何学创世”的感慨！

已经过去的 20 世纪是一个知识大爆炸的伟大时代。可以认为，20 世纪创造的知识，远远超过了历代累积知识的总和，自然科学不同门类的不断分化与交叉，取得了长足的进步，使人类对于自然界的认识发生了革命性的变化，产生了全新的宇宙观，即我们所处的宇宙是若干亿年前的一次大爆炸所创生出来的。在研究自然界和人类社会的过程中，各学科的交叉，提出了愈来愈复杂的数学问题，古典数学对此也愈来愈难以求解，于是数学家创造出了现代数学，以其“公理化”的抽象面貌而出现。对于一般公众，甚至非数学专业的科技工作者，都犹如“天书”。于是，这种现代数学与绝大多数人之间形成了一道不可跨越的鸿沟。然而，正是包括几何学在内的数学与其他各学科的交叉和进一步的发展，引起了科学思想上的革命。牛顿的力学置身于欧氏几何学；而爱因斯坦的理论则与非欧几何学协调一致，他的宇宙方程可以推测出宇宙的大爆炸，而引力正是质量引起空间几何上的弯曲所致；基本粒子可以描述为十维的超弦；化学变化也可以归结为原子排列的几何学，分子是原子建筑术创造出来的；生物学上核心的遗传性，也是核酸大分子卷曲几何学特征所决定的；等等，这些科学革命都离不开几何学及其现代的发展。

尽管古典几何学在中学数学中已经完成了它的使命，但是欧氏几何学及其以此为基础的射影几何学仍然有广泛的应用，具有顽强的生命力。当代著名数学家阿蒂亚认为，不应该把几何学仅仅视为数学的一个分支，而应当从方法论上重新审视几何学，把它理解为一种思维方式，是视觉思维占主导地位的那部分数学，使人们可以用眼睛“洞察”世界，这也是几何学在历史上首先取得突破性成功的原因之一，正好与有序思维占主导地位的那部分“严格”的数学相互补充。由此看来，与视觉思维联系紧密的艺术门类，如绘画、摄影、雕塑、建筑和工业设计的许多领域，本质上应当涉及几何学的基本原理是十分自然的。

对于工业设计中的产品设计和环境设计而言，古典几何学是最重要的基础理论之一，在西方学术界已经是自古以来的一种传统。例如，公元前 32—前 22 年间古罗马建筑师维特鲁威撰写了《建筑十书》，16 世纪意大利画家丢勒撰写了《量度四书》，这些经典著作证明他们的确精通古典几何学，并且善于将之应用于各类设计，为古代和当今的人们在这些领域应当如何思维和工作树

立了榜样。这些伟大的著作，给我们提供了一条重要的启示：对于建筑师和画家，他们对欧氏空间的理性思维，与一位数学教员在教学中认知的古典几何学并不会大相径庭。正是这种欧氏几何学，才不会因人们职业取向不同而异，也因此才称为科学。

在人类文化活动中，可以认为文明的金字塔是由科学、宗教与艺术作为三要素堆砌而形成的，只有在接近于金字塔的顶端，这些要素达到了真善美的极致，才能够彼此亲密无间。我们这些在金字塔底边活动的芸芸众生，往往看不到这些要素的联系，当然更察觉不到它们会达到三位一体的绝佳境界。一位严格的科学家，同时又是优雅的艺术家的出现，出现的概率极其微小。然而，凡是熟识古大治教授的人，都会发现并赞赏他的确有这两方面的天赋。他对于科学和艺术都有深刻的理解，在这两个领域都有从事创造性工作的丰富实践，他的这本专著《设计几何四书——几何思维与设计》是他多年潜心研究的心得体会，继承了《建筑十书》和《量度四书》的优良传统。这本专著主要针对工业设计，把古典几何学及其某些新的发展融合为一个完整的知识体系和教学体系，供读者参考，我十分乐意推荐给相关的工作者、教师和学生。

四川大学教授 吴大诚于成都

2016年3月

前言

设计艺术与几何学的关系，是一个有待探讨的学术性课题。沥青两者的关系，对于我们透过表象，深入认识设计艺术内在的逻辑、结构、数理关系不无裨益。

古大治教授的最新专著《设计几何四书——几何思维与设计》就是探讨两者关系的力作。这本书反映了古老在设计艺术和几何学领域的深厚学养和感悟，同时也是他将自己多年来从事艺术设计教育的心得和体会上升到理性阶段，以全新的视角，深入研究几何学与艺术设计之间关系的成果。

众所周知，几何学在东、西方大多数文明里都有丰富的记录，但也有各自不同的发展取向，所以涉及几何学的讨论不可避免地带有了比较文化研究的色彩。古大治教授的这本专著主要围绕古代地中海区域的几何学来展开，即以欧几里得几何学为出发点和主线来讨论，它就是现代在世界上从初等教育就广泛采用的几何学，也是此书读者几何学知识的背景和来源。不过，还是有必要首先消除对这种几何学在认识上的一些误区。对我们自己而言，不要一提到这种几何学的来源，就认为这又是“言必称希腊”。

从世界文化史、艺术史的角度看，世界各类文化和各种艺术的发展都是相互影响和相互借鉴的，应该将它看成是全人类共同的文化艺术遗产。就欧美而言，也许还有人把这份遗产当成是他们祖上贮柜里的私产，世界其他地方的人学习和应用这份遗产是分享了欧美人的“蛋糕”，搭了他们的顺风车，应当感恩于他们。这种看法显然是荒谬的。欧几里得是在北非的土地上写作《几何原本》的。凭借中东阿拉伯人这个“二传手”，将这一著作传回欧洲，否则欧洲人自觉骄傲的“文艺复兴”根本无从谈起。黑格尔在他的著述中对此也有所揭示。当然，不得不承认，他们把这份遗产接过去后，学习得很认真，发挥得极有成就，超越了东方。

按照德国学者雅斯贝尔斯的见解，他将公元前 500 年至公元前 300 年之间的世界东、西方两极发生“思想大爆炸”这个时期称为人类文明发展史的“轴心时代”，这个时代的一些代表性文化成就奠定了人类历史的人文价值基础。其中最具代表性的，一个是在远东古代中国春秋战国时期的“诸子百家争鸣”；另一个是古希腊以雅典为中心的城邦政治，艺术和哲学大繁荣。几何学也是在这个时代开始走向形而上的系统整理的。

首先看西方这一极，从伯里克利时代的雅典城邦政治到埃及托勒玫王朝亚历山大港的学术研究，从事文化活动的是奴隶主贵族以及自由的城邦政治公民中的上层有闲阶级。是广大奴隶阶级的血汗和命运付出，解除了上层贵族的肉体苦累，使他们得以养尊处优，有充分的闲暇去从事精神生活的享受与超凡脱尘的人生价值追求，文化遗产的创造和其话语权都掌握在他们手里。可幸的是，他们崇尚艺术，追求美感，善雄辩且见长于逻辑推理，而且将思想旨趣指向自然和宇宙奥秘的求索。作为古希腊城邦政治和社会的灵魂，这批古代精英，在历史上留下了取向高雅和思想自由的强烈印痕。

再看东方一极，与古希腊文化里的那些思想巨擘相比，中国春秋战国时期的诸子百家，当时的社会地位远没有他们的西方同辈那样显赫。为施展才干与实现人生抱负，乃至安身

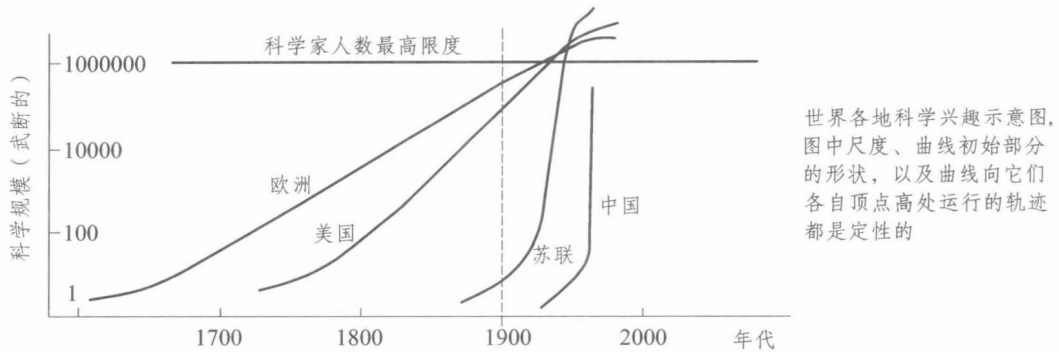
立命，他们在列国之间辗转奔走，苦苦游说，在时局动荡的战国诸侯夹缝中觅食生存，从而造就了中国文人传统的权势依附命运及人格取向，他们的思想旨趣也由此自然地向着政治和社会伦理方向聚焦。由此可见从两千年前的那个所谓的“轴心时代”起，思想发展的取向就开始分道扬镳了。

思维这个词，其概念关乎大脑的功能和人的智慧。所谓“几何思维”，它所包含的意义并不局限在“思维”前面加上“几何”这个限定词后的意义。按照古希腊人的看法，它代表着那个时代人们所推崇的“几何化理性思维”这个观念，这种思维理念最后归结为欧几里得在《几何原本》里所构建的数理逻辑推理模式。它代表了那个时代人类理性的高度形而上升华。怎么理解呢？牛顿的数学老师巴罗（Isaac Bannou, 1630—1677），这位英国剑桥大学首任“卢卡斯数学教授”，英国皇家学会首批会员，曾列举了八个理由称道欧几里得几何学原理的真理。这八个理由是：概念清晰、定义明确、公理直观可靠而且普遍成立、公设清楚可靠且易于想象、公理数目少、引出量的方式易于接受、证明顺序自然、避免未知事物。因此巴罗极力主张将数学包括那时刚刚问世的微积分都应建立在几何学基础之上。在这个数理逻辑基础之上发展起来的微积分，这种实质上是基于不确定量的无穷小逻辑运算，得出的却是高度可靠的确定性结果，在科学理论必须数学化这个信念的推动下，促进了近现代自然科学突飞猛进的发展。也许，这就是“几何思维”这个主题词的内在含义。

比较科技史研究表明，各种文化的科学技术发展状况和所取得的成就，与那个文化中人的思维模式有着密切的联系，具体表现在感性的敏锐与理性的冷静之间的平衡上。感性的敏锐与激情来自于发现的惊奇，如同孩童时代的爱因斯坦第一次看到指南针时的情景；理性的冷静则是年高德劭之后的沉思。扩大到人类文化实践的全部领域，就表现为科学与人文的关系，以及两大领域内部的平衡状况；科学内部理论与技术的平衡和人文学科内部的思想内容与形式技术的平衡。平衡得当，则发展健全，失衡则发展出现畸形甚至阻碍其发展。在世界文化和艺术史中，人的认识首先是将自然与文化区分开来，参照文化意义的内涵，可以将自然定义为：“除去人类当下的记录以外，人的各种感官可以接触到的整个世界。”人类是唯一能在身后留下记录的物种，因为他是唯一能制造产品的动物，并且能够领悟他的行为及其结果的含义的物种。而设计，就是关于人对事物的一种文明创造活动。所谓人类记录，则表现为人类所使用的符号及其结构，结构是一种体系。科学家力图把纷繁多样的自然现象纳入所谓的自然体系之内；人文主义者则努力把纷繁的人类记录纳入文化体系之中。他们都在“研究”，二者都是人类的智力行为，他们之间有着惊人的相似之处。

首先，他们的研究过程大多从观察开始；其次，他们都要遵从一些事先选择的原则。这些原则，对科学而言是某些指导性的理论；对人文而言则为一般性的历史概念；再次，二者都会受到主观选择性的影响，自然科学家选择现象，人文学者选择史实。这是研究工作行为个体性上的必然；第四，科学体系和文化体系一样，都表现为一种时空结构的框架；最后，二者在把资料组织成体系时所经历的步骤也一样，并包含着相同的方法论问题：观察→记录与研究→解释→归纳、推测而构建体系。两者的区别发生在这一过程的起点——观察的对象和手段上：科学观察的是自然界中有时间性的过程（自然现象的运动状况和变

化), 手段是仪器的使用; 人文科学观察人文, 面对那些可能死灭的东西, 让“历史”恢复生机, 人文观察所使用的手段是用手、眼以面对“文献”这种人类特有的符号记录。科学与人文的失衡也就发生在这些区别上, 今天, 两者在研究的“交集”上已不成问题, 似乎更应该将目光关注在它们的共同点上。至于这两个方面的平衡对文明进步的影响, 我们可以看看美国一位比较科技史研究的学者 D·普赖斯 (Derek John deJolla Price) 的大数据分析曲线以资参考。



科学和人文学科内部的平衡与失衡问题, 可列举一些例子来加以说明。关于科学和技术的平衡, 可以设想, 一个连欧姆定律都不甚了解的电工, 丝毫也不会妨碍他的谋生, 但他断然不会成为“法拉第”; 而法拉第也正是因为数学水平上的失衡而将成就电磁场理论的接力棒递到了麦克斯韦手上。在文学上, 说书人比比皆是, 但只有一个荷马和屈指可数的小说家。美术界不少所谓“文人画家”们, 他们标榜思想而与形同涂鸦的画作之间, 又是另一种形式的失衡与偏颇。艺术界常把尼采的“日神精神”和“酒神精神”挂在口头上, 但不少人实际上只能算得上是满嘴醉言的巴库斯信徒。一位名气颇大的漫画家扬言他有一百条证据可以推翻物理学上的相对论。但爱因斯坦曾坦言, 推翻他的理论只要一个论证就够了!

从方法论上分析, 与现代科学研究的数理逻辑量化方法相比, 早期人类认识自然现象的归纳法, 只能算是人类智力发展的初级阶段, 它以混沌思维和大而化之的定性认知为特征, 而现代科学的研究方法使人的智慧产生了质的飞跃。在西方文化里率先发生的这个飞跃, 得益于古希腊人的几何化理性思维精神。

就几何学本身而言, 也存在着理念与技术二者之间的平衡问题。源于农耕社会和手工文明的几何学知识, 古希腊人将它与实用问题分离开来, 被高度地抽象成用严格的逻辑体系来演绎科学的思维模式; 在形而下的物质生产领域, 几何学也从未离开过它所诞生的土地, 在各种文明里, 表现为工匠们辈辈相袭的尺规传统。受惠于希腊文化的欧洲人, 从丈量土地上看到疆土, 从几何学领悟到空间, 从空间望到地平线和地理与维度, 看到大洋彼岸的生存空间; 他们用几何学构建世界观、全球观和宇宙观, 并把工匠训练成政治家, 寻求对全球的陆、海、空立体称霸, 甚至谋略太空资源与生存空间的摄取先机。反观在主流意识形态上鄙薄技术的东方国家, 在我国古代, 封建统治阶级及其邦闲文人从几何学上抽取的是工具性的行政观念, 所谓“善制法者, 如匠人之用矩”“去规矩而妄意度”“圣人尽随于万物之规矩”。“无规矩不成方圆”这个来自工匠文化尺规传统的技术格言, 在众人的心目中其本来的技术含义早已淡出, “规矩”二字演变成了规范人行为的准则这个概念。在

我国，几千年里几何学未曾在提升人的智慧上掀起过大的波澜。这种比较的潜在含义，表达了一个思维模式与国家硬实力、软实力的关系。冷兵器时代过去，现代科学技术毫无悬念地成为一个国家在经济和军事上的硬实力的基础，当代中国的发展从中受益良多，也印证了以塞缪尔·亨廷顿为代表的这些美国国家政治智囊们的忧心忡忡：“物质的成功带来对文化的伸张，硬实力衍生出软实力”，因为当代中国人在经历了近代耻辱之后正在转变思维模式。

爱因斯坦晚年（1946年，时年67岁）为讲述他的相对论写过一篇充满智慧的导读，专门追溯了他一生的思想发展历程，可以清晰地看出，他的这个历程始终围绕着几何学逻辑思维和对时空的认识和处理这个话题。“用思维去把握这个外在于人的世界”成了爱因斯坦心目中最高的人生目标，他为此终生锲而不舍。

知识的传播是超越国界的，几何学在几乎所有的文化中都是神圣的。中国人的祖先说“不以规矩，不能成方圆”，也在这个含义之内。希腊哲学家柏拉图说：“上帝永远按几何学办事”。在西方文化里，欧几里得的《几何原本》被奉为“科学家的圣经”。对于几何学，人们并不陌生，每一个受过现代教育的人都曾学习和反复练习过。想来令人惊奇的是，古希腊人在两千年前留给后世的这笔遗产，至今仍然在提供和影响现代人的共同理性思维模式。结构秩序是物理学和生物学的基础，自然科学总是与几何学携手并进。从创世纪传说到牛顿，再到相对论以来的宇宙学说；从欧几里得到罗巴切夫斯基和黎曼，事物在宏观和微观尺度上的结构秩序与运动规律似乎总是遵循着某种几何设计。

在自然科学的领域，人们可以从数学上去想象一切可能的几何学。在科学上则需要靠实验和观测确定哪种特定的几何适合于实在的世界。搞现代物理的人弄出了形形色色的时空几何，它们都超越了人们日常生活的感官直觉经验。爱因斯坦说：“我想知道上帝的想法”，他以及步后尘者的那些现代物理学家们所构建的场方程式，其物理图景预测都是令常人匪夷所思的，被称为“上帝的方程式”。诚如美国艺术史家E·潘诺夫斯基曾言：“人是一种有理性的灵魂，它分享了上帝的智慧，但是要靠肉体来行动”。凡胎肉眼的人怎么能洞悉到上帝方程式里的精彩超高维世界呢！可幸的是，在地球上搞工业设计的人们大可不必为此而烦恼，他们可以心安理得地工作和生活平坦的世界上，欧几里得几何学已足够他们的设计理性之需。虽然在广义相对论者眼里，牛顿力学所依托的那个平直的空间只不过是个幻象或常人的错觉，但就日常经验而论，它的确还是一个极富于成果而实用的幻象。尽管如此，坚持理性是比较费力的，进入欧几里得的几何学世界也不是件很轻而易举之事，欧几里得就曾进言埃及王托勒密一世——一个着迷于几何学的“希腊化埃及国王”：“没有坦途通向几何学”。古人的智慧深不可测，谁知道欧几里得第五公设的用意何在呢？后人两千多年的艰苦求证和质疑，不就是这位智者留给后人的，通向更广阔的几何学天地的神秘小径吗？此书所涉及的与工业设计相关的几何思维，基本上局限在欧几里得几何学的范围内。

欧几里得几何学的数理逻辑，主要是通过几何作图和毕达哥拉斯定理来加以演绎的。哲学家靠几何图形来精确表达他们的科学概念和原理。扎根于工匠事业的人们则利用几何作图来表达造物的观念和意图。无论在东方还是西方的工艺文化里，从远古时代起，绘图便是按一定的要求描绘与制造物品的必要工具。人类最初的技术实践——生产活动，总是与实验几何学相伴而行的，然后才有了系统化的逻辑体系完备的几何学。古今中外的伟大匠师，无一

不是精通几何作图的行家里手，这是艺匠行会内部的技术机密。直到今天，绘图，不管是徒手加尺规的制图，还是使用计算机软件的数字技术作图，俨然成为工业设计师的一种主要的专业工作模式。而设计师在动手绘图时的思维活动，在很大程度上依然追随着几何学范式所留下的遗产。这就是我们对设计艺术中几何学思维的认识。

古大治教授的这本专著是对设计中的几何思维问题做的探讨，旨在呼唤设计教育与教学对几何理性的重视，亦是对其现状的思考与牵念。相信古大治教授的这本著述能给广大设计艺术工作者，特别是活跃在这个领域里的青年人更多的理性启迪和艺术指导。

成都艺术职业学院院长 刁纯志教授

二〇一六年三月

目 录

第一章 “大设计”与“小设计”	1
第一节 空间概念与几何学	1
一、古代空间概念	2
二、欧几里德几何学和“绝对空间”	2
三、空间概念的物理学“属性”	3
四、从空间到“场”	4
五、空间和时间尺度层次	4
六、坐标系与广义几何学空间	6
第二节 现代物理学的时空观“大设计”	12
一、现代物理学的“语言”和“模型”	12
二、时空与维度	14
三、无回声的遗响《天向》	15
四、相对论以来的时空观“大设计”	17
第三节 欧几里德几何学与形体空间“小设计”	32
第二章 造型与空间设计	35
第一节 形与造型设计	35
一、“单纯几何学”及其表现力	36
二、形的感性归纳与“复杂几何学”	45
第二节 空间感受与设计	51
一、时空大设计补述	52
二、人类的尺度与空间感	57
三、人居环境的空间设计	60
四、形体，空间与构成	61
第三节 超越与征服之旅	62
一、群论、集合论与连续统	63
二、从符号逻辑到 CAD/M	72
三、为了忘却的提示	79
第三章 作为设计工具的几何学	80
第一节 人类工艺文化里的尺规传统——中西工匠的规矩	82

一、关于“几何学原教旨主义”	82
二、几何理性的合理定位	85
三、规矩方圆与中国的木匠	87
四、欧洲大教堂,“共济会”及其象征符号	91
第二节 绘图——设计师的工作模式	96
一、设计绘图的意义	96
二、设计绘图类型综述	97
三、设计过程与设计专业的制图教学	103
第三节 几何作图	111
一、基本几何作图	111
二、实验几何学	112
三、常用基本几何作图提示	120
第四章 形式法则	130
第一节 分割与比例	131
一、关于希腊古典美学	131
二、希腊古典美学中的比例和尺度概念	132
三、分割与比例的图法研究	134
第二节 对 称	148
一、对称现象	149
二、规则重复图案的几何对称性	150
三、数学物理学中的对称	159
第三节 “橡皮几何”——拓扑学	165
一、拓扑变换,同胚——拓扑等价性	165
二、麦比乌斯带与克莱因瓶	167
三、其他拓扑学问题	168
四、映射与拓扑等价性——形态学研究应用	170
五、归纳与拓展——形状与尺度之外	170
第四节 大自然的形态法则——分形几何学	172
一、分形与分维	173
二、曼德布罗特集与迭代算法	180
三、作为形式法则的分形几何学	185
后 记	187
参考文献	189

第一章 “大设计”与“小设计”

“如果我们有兴趣于这些观念的形状，并不断地从事于规定它们，和根据已经被规定的东西构造出新的东西，那么我们就是几何学家。”

——埃德蒙德·胡塞尔

“不存在与图像或理论无关的实在概念。”

——史蒂芬·霍金

第一节 空间概念与几何学

按照康德的观点，空间是人对外界实在性的一种直觉感受。循空间概念的心理学根源，康德认为，空间和时间都是人的感官系统行使知觉功能的前提，并认为这个前提是先验而成立的，从而赞同牛顿在《原理》中那种“绝对空间”（absolute space）的见解。根据人们的日常经验，物体存在于空间，物体（object），包括人自己在内都处于一定的空间位置上，据有一定的体量（volume），并有其自身的外形。这就是人们在常识层次上体会世界实在性的基础，占据空间作为人类、动物、植物和运动事物的基本持续性行为，而成为事物存在的首要证据。然而，空间又是难以描述的，使这种实在性感受带上了神秘的色彩，形态被看在眼里，空间却只在心中，它看不清，摸不着，漫无际界，连爱因斯坦都认定：“‘空间’一词非常模糊，我们丝毫无法构成概念。”在所有的原始信仰和宗教里，空间便是天，是上苍，令人敬畏；苍天之下便是芸芸众生的尘世之地，万物都在

空间的包容之下，由此而具有神性。细究牛顿《原理》中的宇宙观及其构建思路，不难发现其与神学的精神联系，牛顿本人功成名就并出任王国铸币大臣要务后，下半辈子的精力和时光几乎都花在了神秘的炼金术之中。在整个18世纪的欧洲科学界和哲学界，不少在那个时代最有智慧的学者都致力于从牛顿时空观及其经典力学的原概念推敲出发去寻求上帝（god）存在的依据。牛顿本人虽非英国新教徒，却是阿里乌斯神秘教派信徒，由此在今天成了丹·布朗小说人物的杜撰人选。他的宗教神秘倾向在他那个时代都是引人注意的。从另一个角度看，努力搜寻这种依据，正反映出了人们在宗教信仰上的疑虑与畏惧。与牛顿齐名的同时代英国诗人A·蒲伯曾在牛顿的葬礼上致悼词，以含混的用意如此称赞牛顿：

自然及自然的法则，
隐蔽在黑夜里，
上帝说：“让牛顿忙去吧。”

.....

至高无上的神明最近看到
一个凡人揭开了整个自然界的规律，

羡慕他竟然具有如此超人的智慧。

他们夸耀牛顿，犹如我们夸耀猿人。

不过，我们还应认识到，任何一门科学中的原概念的建立，都是一个轮回的纠结过程，各种原概念似乎首尾相接地结成了一个圈，彼此相互“啃咬”。空间、时间以及牛顿力学中的质量、运动、速度、惯性等，这些原概念都似乎“appears to us today to be circular”。这几乎是一个循环互证的过程。相对论和量子力学以来的物理学发展，人们孜孜以求的“万物之理”（theory of everything）的探索，其出发点和归结，仍然落在了空间和时间概念重构这个原点上。本节对空间概念及其几何表述的演变作简明的追述。

一、古代空间概念

空间概念，在物理学和哲学的认识论和方法论上占据着基础性的重要地位。人类对于“空间”的认知很早，在意识上对空间形成了三种基本的感受和认识：

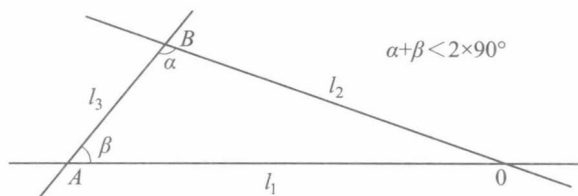
- （1）位置（place, position）；
- （2）距离（distance, separation）；
- （3）容器（a container, box container）。

首先，位置是一个心理学上的简单概念，它是某个感知对象在地球表面上的一个小的部分，常常会给它取一个地名以志识别。而一个位置又常是由某个具体的物质实体来加以确认的。这个概念顺理成章地会向坐标和参照系概念去深化的。而距离这个概念则加入了多个感知对象之间相互关系和秩序的意识，后面可以看到，这个概念的进一步深化，对于空间和物体两方面在寻求数学表述上都是至关重要的，空间度规的引入以及物体形态的微分几何描述（流形）皆因此而生。而第三个概念，空间作为容纳万物的容器，表现出人的视野和空间意识的广延（extension），于是，人就要

开始对物我的存在发问了，这个容器中无物的部分是什么？是虚空（empty）吗？虚空就是无物吗？无物的虚空真的存在吗？到此，人就要成为“先知”和哲学家了！

二、欧几里德几何学和“绝对空间”

欧几里德几何学，是在人的时间和空间认知尺度上构建起来的。首先是从物体的形这个抽象概念上出发的。《原本》中的35个定义中的前34个都是关于这个尺度上的形的，它的五个公设中，除了第二和第五个外，都未专门涉及空间广延的想法。第35个定义说：“平行直线是在同一个平面上而且尽管向两侧延长也决不相交的直线；第三公设说：“有限的直线可以无限延长；第5公设意外地不简洁：“若两直线和第三直线相交，且在同一侧所构成的两个同侧内角之和小于二直角之和，则把这两直线向这一侧适当地延长之后一定相交”，这是平行线公设的对立表达，若这两个同侧内角之和等于二直角之和（ $\alpha + \beta = 2 \times 90^\circ$ ），则怎么延长也永不相交。



这三条可以视为欧几里德几何通向空间的窗口，但整个几何学体系基本上是由点、直线和面这些图形要素构架起来的，并在这些在日常经验看来确信无疑的概念上，构建出一系列似乎明白无误的命题——“公理”：

（1）各与同一个第三对象相等的两个对象也彼此相等（ $A = C, B = C$ ，则 $A = B$ ）；

（2）两个相等的对象都加上另一个相同的对

象,结果仍然相等($A=B$,则 $A+C=B+C$);

(3)两个相等的对象,都减去同一个另外的对象,其结果也相等($A=B$,则 $A-C=B-C$);

(4)互相重合的一定相等;

(5)整体大于局部。

由此,各种几何命题是否“真实”,就归结为这些公理是否“真实”,命题的真实性便归结于公理的真实性。从日常经验判断,这五个公理的“真实性”是自明的,由此而使我们接受了欧几里德几何概念在处理和解决问题上的有效性。这样,以我们认为合乎逻辑的方法,通过逻辑推理过程所求证得到的结论,我们就会感觉到不得不接受它。

欧几里德几何学中的线,除了使用圆规划出的圆弧线外,其余都是直线,而面皆为平面,直线的无限延伸,以及点线共面或两线共面所形成的平面也可能是无限的。在欧几里德几何的形而上演绎中纯之又纯地只研究空间的几何要素,因此,这个空间是独立存在的,独立存在于欧几里德几何学的天地里的,没有时间,物质和任何作用力掺和其中,它的存在是先验而神秘的。这就是“绝对空间”,欧几里德空间就是“绝对空间”的原型,这个原型是简明的。

从伽利略和牛顿开始,空间和“绝对空间”的概念变得丰富而复杂起来,虽然他们将欧几里德空间等价于牛顿惯性系的那个“绝对空间”,静止、平直、均匀无限、独立存在是这个空间的基本特征。在经典力学中,空间必须作为一个独立的“原因”引入物理学,才能使惯性原理——牛顿第一定律具有严格准确的意义,牛顿不仅将空间作为一个独立于物质客体的东西引入,而且还在他的理论的因果结构中赋予为一个绝对的角色,这个绝对角色的含义是,作为一个惯性系的空间,它将对所有的物质客体发生作用,而物质客体不会对空间发生反作用。相对论的突破口之一也在这个空间

绝对性上。力学是研究物体运动的科学,然而并未对“力”作概念上的定义。英国著名天体物理学家A·S·爱丁顿(1882—1944)爵士于1919年以日全蚀观测证明了广义相对论时空弯曲,并指出,牛顿惯性定律定义了一个“量值为0的力”;第二定律是用加速度来表示力的,诚如中国古人所言,力是“行之所以奋也”之因,但都不能算作对“力”这个原概念的定义。然而,无论怎样,空间作为几何学中的一个数学实在,在牛顿力学中成为一个物理实在,牛顿力学凝结了绝对空间概念的理论,成为他身后关于自然哲学形而上观念的基础。至于牛顿力学中的时间这个因素,表现出了时空的不可分离性,尽管它们仍然彼此独立(不相依赖),而且都是均匀的,通过运动把二者关联起来。人们的空间意识是先于时间的,故全人类的文化中,都是用形容空间度量的词汇(长、短)来形容时间的度量(久、暂)。

与牛顿同时创立微积分数学的莱布尼兹也曾对空间和时间的概念做过广泛的讨论,他指出,时间流逝的单向性不可逆指向,是由现象的因果律所决定的,而空间则仅仅是同时共存数据之间的秩序。

三、空间概念的物理学“属性”

爱因斯坦指出,在古代原子论中也潜在着作为容器的空间概念,并使空间具有了物理实在性。德漠克利特认为,原子是在虚空中彼此离散开来而存在的,宇宙是充满的,也是虚空的,它就是原子和虚空的总和。这就预兆着几何学与物理学联姻的宿命。从物理学上,基于人类长期知觉经验所抽象出来的概念,在不涉及相对论的前提下,空间概念具有以下诸种物理“属性”:

(1)连续性(continuous),无破断,“密实”:

- (2) 各向同性 (isotropic), 无特殊方向存在;
- (3) 均匀性 (homogeneous), 处处相同;
- (4) 广延度 (extension) 与维度 (dimension)。

前三个属性都很直观, 易于理解。至于广延度 (性) 则含义比较多元化。有限和无限是一个方面的含义, 是范围在量上的概念。其中最重要的认识是空间尺度的量级范围 (后面附有数据系列)。广延度的一个特别专业化的量化概念, 也是表征物理空间最根本性的一个重要“属性”, 那就是“维度” (dimension)。

Dimension 这个术语有三个常见的使用含义: 首先, 最普通的是“尺寸”这个用法, 指物体在长、宽、高或厚度, 以及周围长度的测量数据。其次, 是这里所指的“维度”, 总体上讲它是空间广延性独立方向数目这个概念, 如线: 一维; 面: 二维; 体: 三维; 时空: 四维, 等等。也指抽象算术空间中独立变量的数目。最后, 量纲, 这个概念本指构成物理量各基本变量的幂指数方次, 因此有译为“因次”者, 例如速度的量纲是 L^1T^{-1} (它们分别是构成速度这个物理量的基本变量长度 L 和时间 T)。物理方程式有一个重要的要求, 就是方程等号两边的运算结果应在量纲上完全一致, 这叫做“量纲和谐原理”。

四、从空间到“场”

物理学一旦进入几何学, 空间就失去了它的数学纯粹性, 物质和各种力都出现了, 首先是引力, 就使得牛顿大费心力; 然后是电磁作用力, 还有今天粒子物理学所发现的量子尺度范围内的强相互作用和弱相互作用。于是空间顿时变得热闹起来, 复杂起来, 一个简单的空间概念似乎已承受不起如此深奥的思考。爱因斯坦对麦克斯韦电动力学中的“场”这个概念极为欣赏, 高度肯定。在麦克斯韦那里, 构成

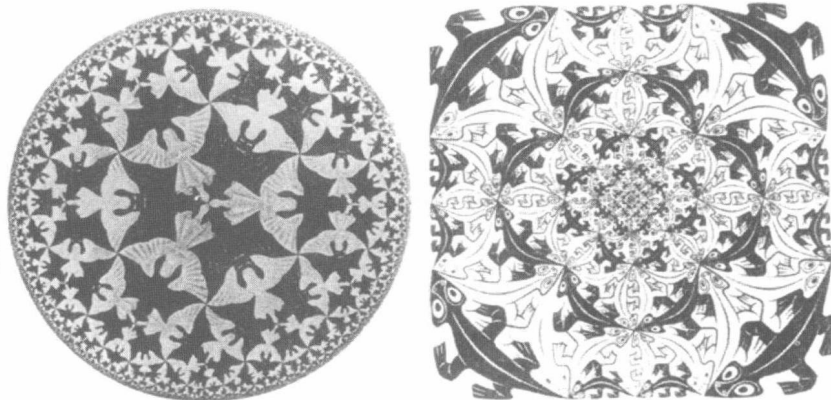
物理实在的空间参数便简单地以一个场的四维体——三个空间维度和一个时间维度而存在。场便是各种作为研究对象的物理量在这个四维性广延度上的分布。这里没有虚空, 也没有无场的空间, 空间就成了一个四维的场。当其“场”取代物质客体作为物理学的基本概念时, 物理实在性就可以用场来加以表示了。如果场定律的数学表述具有坐标变换 (参照系选择) 的不变性时, 绝对空间的概念也即将走到尽头。

五、空间和时间尺度层次

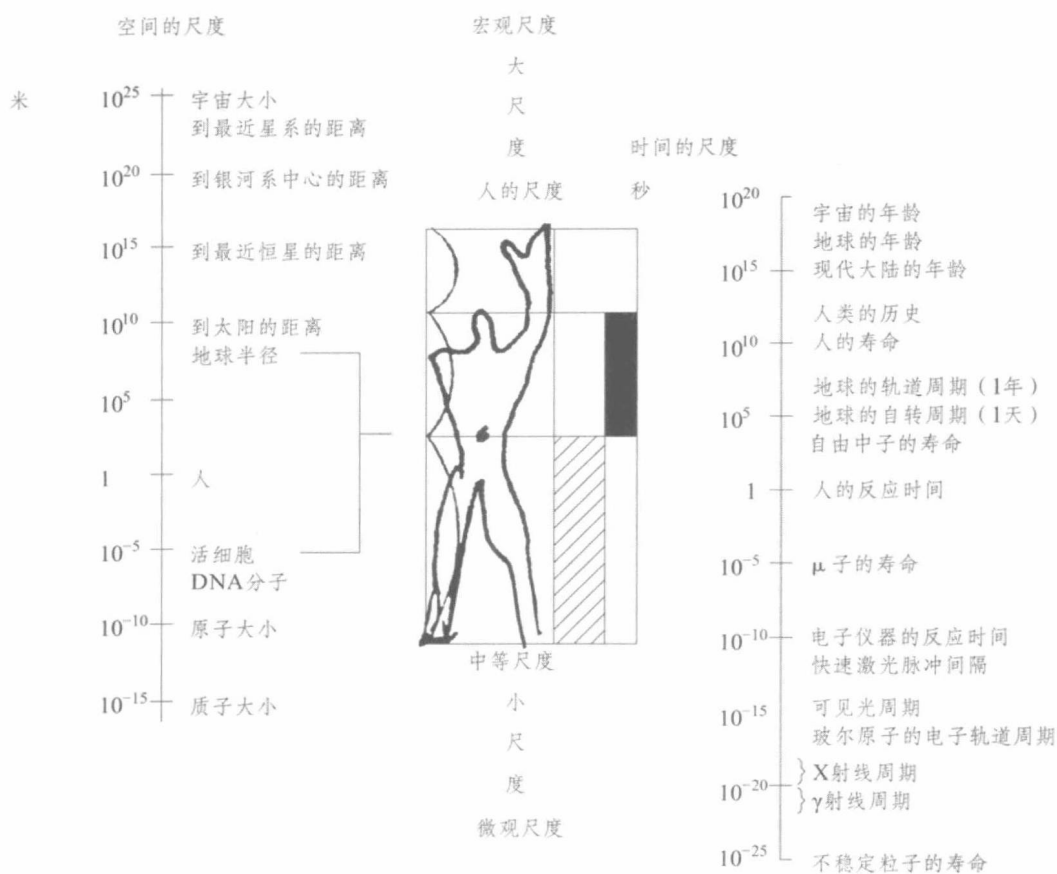
地球上的所有生物, 都有各自生命历程相对应的空间尺度和时间尺度, 其实对无生命世界也如此, 万物皆然。然而, “我思, 故我在”, 可以判断, 除人类外, 地球上的动物都只是持续地活在当下 (all animals except man live in a continual present)。对时空尺度意识的把握和度量, 人类也在不断进步; 从大到小, 从旷日持久的过往到将来某个当前的瞬间, 现代科学观测结果所得到的尺度层次序列, 对现代人而言, 无疑是一种最具有人文意义和价值的“大数据”。中国易经阴阳符号所包含的“太极”观念有颇深的意味。何谓“太极”? 根据中国人说文解字的思维习惯, “太”字从古到今, 书法几无变化, 从“大”字之下加上一点, 大谓之大, 点谓之小, 所以“太极”二字便包含“大之极”和“小之极”这个大小两极对立的概念。何谓“大之极”与“小之极”呢? 《庄子》中记载了一个解释: “至大无外谓之大一; 至小无内谓之小一”。所以太极的大之极 (大一) 大得来没有什么地方可以称为在其外面; 而小之极就小得来没有什么地方可以在它内部。现在引用的荷兰画家埃舍尔的两幅版画似能对此作形象的注解。

爱舍尔版画

左：天堂与地域
(大而无际)
右：越来越小



下面是时空尺度层次的图解。



以上是从科学量化方面示意出时空尺度层次与人的感官直觉意识之间的关系。“人的尺度”是一个中等尺度层级，这是人的感官经验可以理解的时空尺度范围，以牛顿《原理》为基础的经典力学(不包括经典物理学的所有领域)所描述的规律，都在人的感官直觉可以理解的范围之内，即在这个尺度层级内，牛顿

的《原理》是实在可信的。从大小两个方向，超出这个尺度层级，人的感官直觉认知会越来越困难，越来越依靠思想和理论去把握，如广义相对论的时空图景，粒子物理学所研究的相互作用和运动，它们都要靠现代高科技手段(宏观尺度的辐射波天文观测，微观尺度强子对撞的云室记录)方可做实验观测，而且还要