“十三五”职业教育规划教材●职业教育教学改革创新规划教材

机械应用数学教程

JIXIE YINGYONG SHUXUE JIAOCHENG

顾栋明 赵志强 主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

“十三五”职业教育规划

职业教育教学改革创新规划

机械应用数学教程

主　编　顾栋明　赵志强

副主编　周拥军　周雪峰

参　编　沈利民　王志军　徐宇琴

机　械　工　业　出　版　社

本书从解决职业教育机械类专业中的实际问题需要出发，讲述了三角学、解析几何学的基础知识，列举了运用这些知识实现专业学习和实践的众多实例，其中适当渗透了解决问题的基本方法.

本书突出了数学在职业教育中的基础性、工具性和应用性的特点，以及为专业服务的课程理念.

本书可作为中等职业学校、五年制高职或高级技工学校机械类专业的数学基础教材，也可作为职工教育的培训教材，同样能作为技术工人的参考资料.

图书在版编目(CIP)数据

机械应用数学教程 / 顾栋明，赵志强主编. —北京：机械工业出版社，2017.1

“十三五”职业教育规划教材　职业教育教学改革创新规划教材

ISBN 978-7-111-55963-4

Ⅰ.①机…　Ⅱ.①顾…　②赵…　Ⅲ.①机械学—应用数学—职业教育—教材　Ⅳ.①TH11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 013228 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037)
策划编辑：宋　华　责任编辑：宋　华　陈崇昱　王莉娜
责任校对：张晓蓉　封面设计：马精明　责任印制：李　飞
北京振兴源印务有限公司印刷
2017 年 3 月第 1 版第 1 次印刷
184mm×260mm · 24 印张 · 606 千字
0001—4000册
标准书号：ISBN 978-7-111-55963-4
定价：49.00 元

前　言

中等职业教育的数学课程，不仅要为学生具备必要的数学素质教育服务，而且要为学生的专业教育服务，还要适应培养有一定文化素质和专业技能的应用型人才的需要．

为此，我们在总结多年来中等职业学校数学课程教改实践经验的基础上，依据教育部《中等职业学校数学教学大纲》，结合专业（主要是机械类）课程内容与要求，编写了本书．

本书具有如下特点：

1. 突出服务专业的作用

为了激发学生的专业学习兴趣，培养专业意识，促进专业知识学习，我们努力与专业实例结合来安排数学教学内容，致力为学生解决专业学习中所遇到的数学问题．

2. 体现数学思维的本质

在以专业实例伴随数学知识发生、发展及运用的教学过程中，适当渗透数学的思想方法，设置问题的探究与思考环节，每章后都设有专题介绍相关的数学方法，让学生在学习知识的过程中学习数学的思想与思维，培养探索创新意识．

3. 强调中职数学的应用

全书各章都开辟了相应的知识应用专题与实践课题，体现数学与专业的紧密联系，拓展数学的应用视野及其实践空间，培养学生的应用意识与能力，积极影响知识和技能的迁移，解决生活和生产中遇到的实际问题．

4. 有助自主学习的体例

语言叙述、新知演绎及相关题解都较为详尽，易于自学，解题专栏也是一种解题指导形式的尝试．

5. 培养学生分析问题与解决问题的能力

在突出数学在职业教育中的基础性、工具性和应用性的过程中，体现为专业服务的课程理念，着力培养学生分析问题和解决问题的能力．

本书由顾栋明和赵志强任主编，周拥军和周雪峰任副主编，沈利民、王志军和徐宇琴参与了本书的编写．顾栋明负责本书的策划和统稿．

苏州大学数学科学学院硕士研究生导师、江苏省职业学校文化课《数学》教材（一至五册）主要审定人、苏州高等职业教育研究所所长、《苏州高等职业教育》主编殷堰工审阅了全书，且提出了宝贵的修改意见，在此深表谢意．同时，在本书编写过程中参考了许多文献资料，在此向其作者致以诚挚的谢意．

本书编写体例是一种创新性尝试，由于编者水平有限，书中不足之处在所难免，敬请读者批评、指正．

编　者

目　录

第一章　车圆锥与解直角三角形

在机械结构中，圆锥配合是一种常见的配合结构．因为它在较小锥角配合时，具有传递较大转矩、定心程度高与能做无间隙配合等特点，而得到广泛应用，如车床结构主轴锥孔与顶尖的配合、尾座锥孔与麻花钻头锥柄的配合，如图 1-0-1 所示．

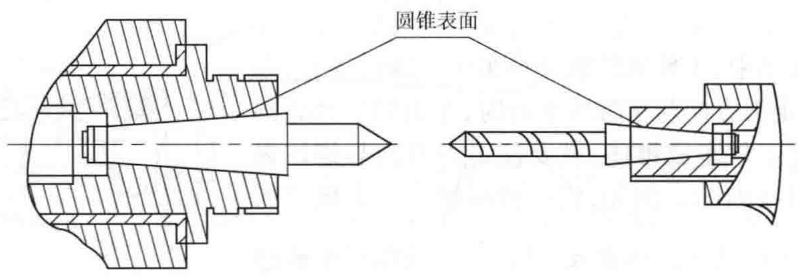

图 1-0-1

常见的圆锥零件还有锥齿轮、锥形主轴和带锥孔齿轮等，如图 1-0-2 所示．

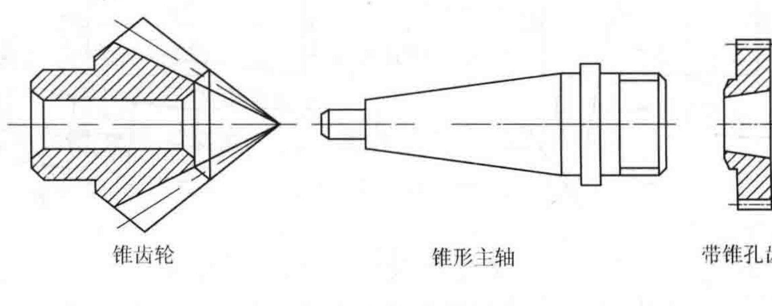

图 1-0-2

因此，掌握圆锥中各元素的相互关系是对包括车工在内的机械行业职工的基本要求．

第一节　圆锥的基本种类与相关元素

在机械行业中，把由圆锥表面和一定轴向尺寸、纵向尺寸所限定的几何体称为圆锥．圆锥通常分为外圆锥和内圆锥，如图 1-1-1 所示．

对圆锥中的相关元素，我们通常做如图 1-1-2 所示的命名：

圆锥大端直径 D，小端直径 d；圆锥长度 L；锥度 C，圆锥大小端直径差与长度之比，即 $C=\dfrac{D-d}{L}$；圆锥角 α，在通过圆锥轴线的截面内，两条素线之间的夹角 α；圆锥半角 $\dfrac{\alpha}{2}$，圆锥素线与其轴线的夹角，等于圆锥角之半．

掌握这些元素间的关系是处理与圆锥相关问题的基础.

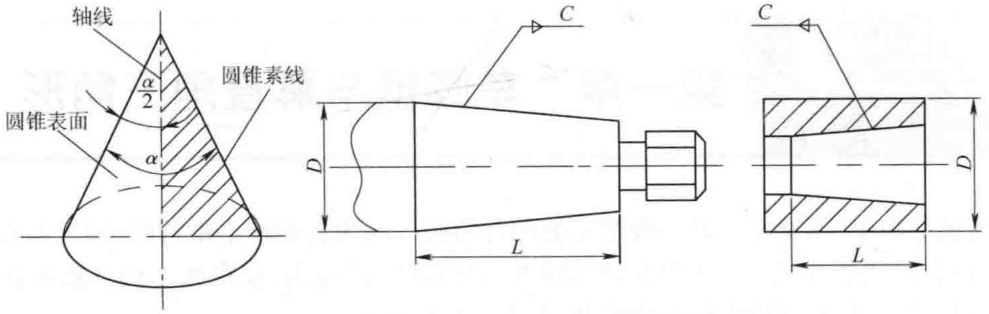

图 1-1-1

在通常的车削中,工件回转轴线与车床主轴线重合,车刀运动轨迹,即走刀方向与主轴线平行时,车出的工件为圆柱体. 为了能将工件车成锥体,就要使走刀方向与锥体素线平行,如图 1-1-3 所示. 例如,将小滑板转动一个确定的角度$\frac{\alpha}{2}$后,走刀方向就与锥体素线平行,工件就能车削成圆锥. 那么,小滑板转动的这个角度如何确定呢?

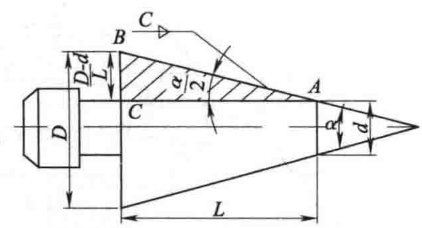

图 1-1-2

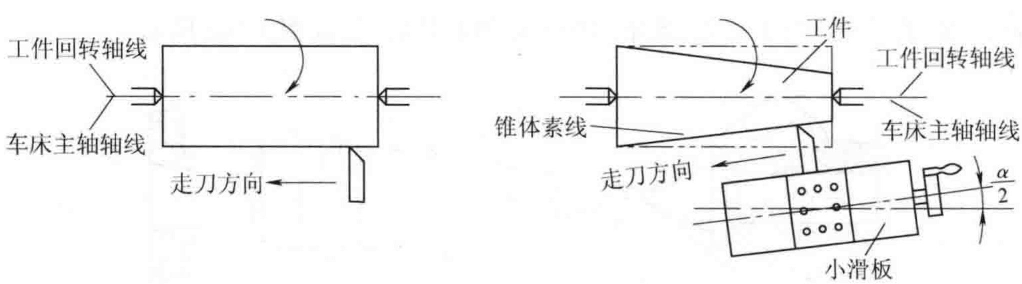

图 1-1-3

如图 1-1-4 所示,一磨床主轴圆锥的锥度 $C=1:5$,大端直径 $D=45\text{mm}$,圆锥长度 $L=50\text{mm}$,要加工这一圆锥,就要计算出小端直径 d 和圆锥半角$\frac{\alpha}{2}$的大小.

为了实现上述圆锥中这些元素的相互求解,就要掌握它们之间的关系.

因为圆锥中的这些元素可以集中到如图 1-1-5 所示的基本图形直角△ABC 中,所以,要对直角三角形中的边、角以及边和角之间的联系进行研究.

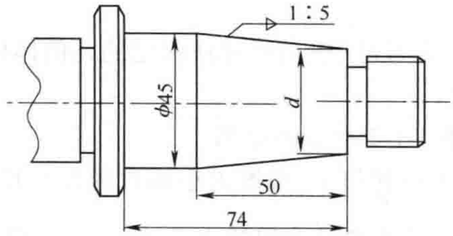

图 1-1-4

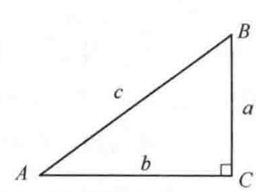

图 1-1-5

练习题1.1

1. 在圆锥中,有哪些元素构成的基本图形是直角三角形?
2. 普通车床中,小滑板转动一个角度后,在走刀的作用下,工件加工成什么形状?

第二节　直角三角形中的边角关系

我们知道:在直角$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,有边的关系,勾股定理:$a^2+b^2=c^2$;有角的关系,两锐角互余:$\angle A+\angle B=90°$;那么边和角之间有联系吗?若有,是何种联系呢?

一、锐角的三角函数

我们从特殊的三角板来开始研究. 在所有的不等腰的那块三角板中,30°角所对的直角边(用BC表示,其中$\angle C$为直角,如图1-2-1a所示)都等于斜边(用AB表示)的一半,即

$$\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}.$$

类似地,在所有等腰的那块三角板中,如图1-2-1b所示,由勾股定理可得

$$\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{BC}{\sqrt{AC^2+BC^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

这个事实告诉我们:在直角三角形中,当锐角A为30°或45°定值时,它的对边与斜边之比是一定的,即这个比值是固定不变的.

那么,当锐角A是其他固定值时,$\angle A$的对边与斜边的比值也是一个固定的值吗?

设有许多直角三角形$A_1C_1B_1$、$A_2C_2B_2$、$A_3C_3B_3$……它们有一个锐角相同,我们把相同锐角的顶点A_1、A_2、A_3……重合在一起,记作A,并使其直角边都落在同一直线上,且斜边在这条直线的同侧,则其斜边必都落在另一条同一直线上,如图1-2-2所示,容易知道,$B_1C_1 /\!/ B_2C_2 /\!/ B_3C_3$……

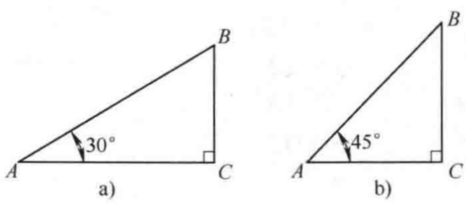

图1-2-1

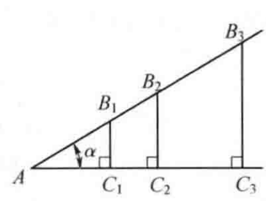

图1-2-2

所以
$$\triangle A_1C_1B_1\backsim\triangle A_2C_2B_2\backsim\triangle A_3C_3B_3\cdots$$

则
$$\frac{B_1C_1}{AB_1}=\frac{B_2C_2}{AB_2}=\frac{B_3C_3}{AB_3}\cdots$$

因此,当锐角A是其他固定值时,$\angle A$的对边与斜边的比值仍是一个固定的值.

就是说,在$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,当锐角A是固定的值时,$\angle A$的对边与斜边的比值也是一

固定值.

问题思考:在△ABC中,$\angle C=90°$,当锐角A是固定值时,$\angle A$的邻边与斜边的比,$\angle A$的对边与邻边的比,$\angle A$的邻边与对边的比也是固定的值吗?

如图1-2-3所示,在△ABC中,$\angle C$为直角,我们把锐角A的对边与斜边的比叫作$\angle A$的**正弦**,记作$\sin A$,即$\sin A=\dfrac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}$;

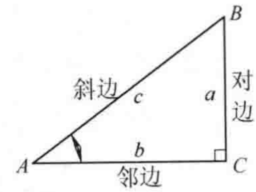

图1-2-3

同样有:

锐角A的邻边与斜边的比叫作$\angle A$的**余弦**,记作$\cos A$,即$\cos A=\dfrac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}$;

锐角A的对边与邻边的比叫作$\angle A$的**正切**,记作$\tan A$,即$\tan A=\dfrac{\angle A\text{的对边}}{\text{邻边}}$;

锐角A的邻边与对边的比叫作$\angle A$的**余切**,记作$\cot A$,即$\cot A=\dfrac{\angle A\text{的邻边}}{\text{对边}}$.

于是,在△ABC中,$\angle C=90°$,如图1-2-3所示,有

$$\sin A=\frac{a}{c},\cos A=\frac{b}{c},\tan A=\frac{a}{b},\cot A=\frac{b}{a}.$$

我们把锐角A的正弦、余弦、正切、余切都叫作$\angle A$的**锐角三角函数**.

问题探究

现在我们知道,在△ABC中,$\angle C=90°$,当一个锐角是固定的值时,它各边之间的比值也一定是不变的,即这个锐角三角函数值是固定不变的;那么,反过来,当一个锐角三角函数值确定时,这个锐角也应该是确定的吗?你能用上述类似的方法说明吗?

显然,对上述的回答是肯定的.利用相似三角形判定定理可知:有两条对应边成比例的直角三角形相似,得到其所有的角都相等.就是说,已知它们边的比,即三角函数值,就可确定其角的大小.

【例1】 如图1-2-4所示,在△ABC中,$\angle C=90°$,求$\sin A$、$\cos A$、$\tan A$、$\cot A$.

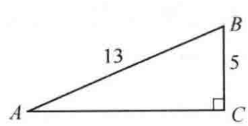

图1-2-4

解:由图知$c=13$,$a=5$,则$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$,

所以
$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{5}{13},\cos A=\frac{b}{c}=\frac{12}{13},$$
$$\tan A=\frac{a}{b}=\frac{5}{12},\cot A=\frac{b}{a}=\frac{12}{5}.$$

【例2】 求30°、45°、60°的三角函数值.

解:利用三角形的相关定理,根据三角函数的定义,可以得到下表.

三角函数	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

（续）

三角函数	30°	45°	60°
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【例3】 求下列锐角的大小：

(1) $\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$；(2) $\tan\alpha=1$；(3) $\cot\beta=\sqrt{3}$；(4) $\sin A=0.5018$.

解：(1)因为 $\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以锐角 $B=30°$；

(2)因为 $\tan45°=1$，所以锐角 $\alpha=45°$；

(3)因为 $\cot30°=\sqrt{3}$，所以锐角 $\beta=30°$；

(4)先按计算器键“2and”和键“sin”，再依次按键“·”“5”“0”“1”“8”，便得到结果30.119 158 67°(如精确到0.01°，即为30.12°)；将30°记录在纸上，把小数部分化成分，因1°=60′，再依次按键“－”“3”“0”“＝”“×”“6”“0”“＝”得7.149 519 954，就是30.119 158 67°＝30°7.149 519 954′；再将7′记录在纸上，把小数部分化成秒，即依次按键“－”“7”“＝”“×”“6”“0”“＝”，得8.971 197 24，就是30.119 158 67°＝30°7′8.971 197 24″，精确到1″的结果是30°7′9″.

所以，锐角 $A=30°7'9''$.

已知非特殊角的三角函数值，求锐角，可以利用计算器(或者三角函数表).利用计算器求角的一般方法是：在计算器上选择对应的功能键，输入已知角的三角函数值，就能得到要求的锐角，有时还要做一些调整.如上例把“度”的小数部分化成“分”；再把“分”的小数部分化成“秒”等.

已知非特殊锐角，求它的三角函数值，则先把角的单位化为度，再利用计算器的相关功能，输入相应角度值，即可得到其三角函数值.

计算器虽然有不同的型号，但在具体操作上大体是相同的.

练习题1.2(1)

1. 在△ABC中，∠C为直角，∠A、∠B、∠C所对的边分别为a、b、c. $\frac{a}{c}$分别是∠A、∠B的哪一个三角函数呢？$\frac{b}{c}$呢？$\frac{a}{b}$呢？

2. 在直角△ABC中，∠$C=90°$，$a=12$，$b=16$，求∠A的四个三角函数值.

3. 求下列各式的值：

(1) $\sqrt{2}\sin45°-\frac{1}{2}\cos60°$；　　(2) $\cos^2 45°+\tan60°\cos30°$；

(3) $\frac{\cos45°-\sin30°}{\sin45°+\cos60°}$；　　(4) $\frac{\cos60°}{1+\sin60°}+\frac{1}{\tan30°}$.

4. 求下列锐角的大小：

(1) $\sin A=\frac{1}{2}$；　(2) $\tan B=1$；　(3) $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$；　(4) $\cot\beta=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

5. 利用计算器求下列锐角的三角函数值：

(1) $\sin 15°32'$；　(2) $\sin 3°8'$；　(3) $\tan 12°12'$；　(4) $\tan 49°54'$.

6. 已知下列锐角三角函数的值，利用计算器求相应的锐角：

(1) $\sin A=0.6755$；　(2) $\sin\alpha=0.1659$；　(3) $\tan B=0.8816$；　(4) $\tan\beta=171.9$.

二、三角函数的基本关系

通过考察研究直角三角形中的锐角与边的比值关系，得到了锐角的三角函数．直角三角形边之间有勾股定理的联系，角之间有两锐角互为余角的联系，那它们边与角关联的三角函数之间有没有必然的联系？

（一）锐角三角函数的互余关系

根据锐角三角函数的定义，对$\angle A$、$\angle B$而言分别有

$$\sin A=\frac{a}{c},\quad \cos A=\frac{b}{c},\quad \tan A=\frac{a}{b},\quad \cot A=\frac{b}{a};$$

$$\cos B=\frac{a}{c},\quad \sin B=\frac{b}{c},\quad \cot B=\frac{a}{b},\quad \tan B=\frac{b}{a}.$$

比较发现，有 $\sin A=\sin(90°-B)=\cos B$，$\cos A=\cos(90°-B)=\sin B$，$\tan A=\tan(90°-B)=\cot B$，$\cot A=\cot(90°-B)=\tan B$.

一般地，设一个锐角为 α，那么

$$\boxed{\begin{aligned}&\sin(90°-\alpha)=\cos\alpha\\&\cos(90°-\alpha)=\sin\alpha\\&\tan(90°-\alpha)=\cot\alpha\\&\cot(90°-\alpha)=\tan\alpha\end{aligned}}$$

（二）同角的锐角三角函数的关系

问题思考：从组成三角函数比值的边之间联系的角度出发考察，你能得出下列结论吗？

一般地，设一个锐角为 α，那么

$$\boxed{\begin{aligned}&\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\&\tan\alpha\cot\alpha=1\ \text{或}\ \tan\alpha=\frac{1}{\cot\alpha}\\&\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\end{aligned}}$$

【例1】 已知 $\cot A=40°5'23''$，利用计算器求锐角 A.

解：$\cot 40°5'23''=\cot(90°-49°54'37'')=\tan 49°54'37''=1.1880$.

利用互余两角三角函数间的关系，$\cot(90°-\alpha)=\tan\alpha$，将余切转化为正切来解决；同样，遇到由已知锐角的余切值求锐角时，可利用 $\cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$来解决．

【例2】 已知 $\cos A=\frac{4}{5}$，A 为锐角，求 $\sin A$、$\tan A$ 和 $\cot A$.

解:因为$\sin^2A+\cos^2A=1$,A 为锐角,所以

$$\sin A=\sqrt{1-\cos^2A}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5},$$

$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{3}{5}\div\frac{4}{5}=\frac{3}{4},$$

$$\cot A=\frac{1}{\tan A}=\frac{4}{3}.$$

问题思考:(1)A 为锐角,$\sin A$、$\cos A$ 的值在什么范围内?为什么?

(2)A 为锐角,已知 $\tan A$ 的值,能求 $\sin A$、$\cos A$ 的值吗?若能,如何求?

(3)当锐角的角度增大时,对应的四个三角函数值分别有什么变化?

练习题 1.2(2)

1. 计算:$\sin^2 43°+\tan 44°\tan 45°\tan 46°+\cos^2 47°$.
2. 在$\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$5b=3c$,求 $\sin A$、$\tan B$ 的值.
3. 已知 $\sin A=\frac{5}{13}$,A 为锐角,求 $\cos A$、$\tan A$ 和 $\cot A$.
4. $\sin 30°$、$\sin 45°$的值分别是多少?可以判断 $\sin 40°$在什么范围内吗?如果把上述正弦函数改成余弦函数或正切函数又如何呢?
5. 利用计算器求下列锐角的三角函数值:

(1)$\cot 12°12'$;　　(2)$\cot 2°57'$.

6. 已知下列锐角三角函数的值,利用计算器求它们相应的锐角:

(1)$\cot A=171.9$;　　(2)$\cot\alpha=1.732\ 1$.

第三节　解直角三角形

在直角三角形(简称 Rt△)中,除直角外,还有 3 条边和 2 个角. 有了锐角的三角函数知识后,知道其中的 2 个元素(至少有 1 个元素是边),就可以求其余的未知元素了.

由直角三角形中的已知元素,求出所有未知元素的过程,叫作**解直角三角形**.

【例】　在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$c=287.4$,$\angle B=42°6'$,解这个三角形.

解:$\angle A=90°-42°6'=47°54'$;

$\because \cos B=\frac{a}{c}$, $\therefore a=c\cos B=287.4\times0.742\ 0\approx213.3$.

$\because \sin B=\frac{b}{c}$, $\therefore b=c\sin B=287.4\times0.670\ 4\approx192.7$.

练习题 1.3

1. 在 Rt$\triangle ABC$ 中,已知下列条件,写出求$\triangle ABC$ 未知元素的过程.

(1)$\angle A,c$;　(2)a,b;　(3)$\angle A,b$;　(4)$a,\angle B$.

2. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，则下列等式中不成立的是(　　).

A. $a=c\sin A$；　B. $a=b\cot B$；　C. $b=c\sin B$；　D. $b=a\tan A$.

3. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，根据下列条件解直角三角形：

(1) $a=104$，$b=20.49$；(2) $a=30.01$，$\angle B=80°24'$；(3) $c=6$，$\angle A=60°$；(4) $c=13$，$b=5$.

第四节　车圆锥与解直角三角形

有了前面的知识，现在可以解决前面提出的圆锥车削中求圆锥半角的问题了.

在图 1-1-2 中，圆锥的相关元素都可转化到 Rt△ABC 中. $BC=\dfrac{D-d}{2}$，$AC=L$，那么圆锥半角就可用正切函数求得，即 $\tan\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{D-d}{2L}=\dfrac{C}{2}$.

【例 1】　在图 1-1-4 所示的磨床主轴圆锥中，已知锥度 $C=1:5$，大端直径 $D=45\text{mm}$，圆锥长度 $L=50\text{mm}$，用转动小滑板法车削加工这一零件时，需要将小滑板转动的角度值等于圆锥半角. 试求小端直径和圆锥半角 $\dfrac{\alpha}{2}$.

解：根据锥度公式：$C=\dfrac{D-d}{L}$，得 $d=D-CL=45-\dfrac{1}{5}\times 50=35(\text{mm})$，

$\tan\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{D-d}{2L}=\dfrac{C}{2}=\dfrac{1}{10}=0.1$，$\dfrac{\alpha}{2}=5°42'38''$.

在车圆锥中，虽然各种锥面的位置状况不同，机床所具备的条件也不尽相同，但只要能使车刀的走刀方向与圆锥素线平行，就能使车削锥面的实质相同. 根据这一点，还有偏移尾座法、仿形法、宽刃刀法等车圆锥的方法.

偏移尾座法是将工件装夹在两顶尖之间，车床尾座上的滑板向适当方向移动一段距离 s，由于床鞍进给是沿平行于主轴轴线移动的，这时工件回转轴线与车床主轴线形成一定的交角. 当这一交角等于圆锥半角时，相当于走刀方向与圆锥素线平行，就能够车削出符合要求的锥体. 车顺外圆锥面时，尾座上的滑板向里滑距离 s；车倒外圆锥面时，则尾座上的滑板要向外滑距离 s.

仿形法车圆锥是刀具按照仿形装置(靠模)进给对工件进行加工的方法. 在卧式车床上安装一套仿形装置，该装置能使车刀做纵向进给的同时做横向进给，从而使车刀的运动轨迹与圆锥面的素线平行，加工出所需的圆锥面，如图 1-4-1 所示.

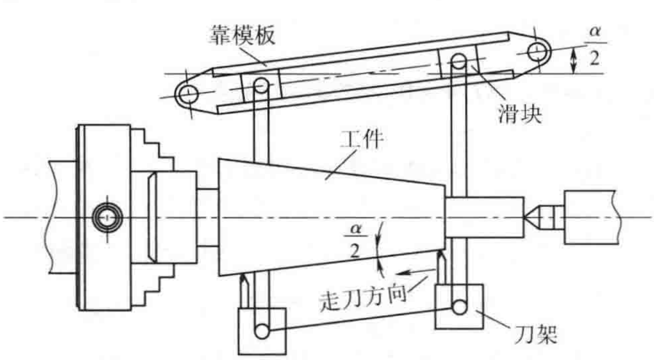

图 1-4-1

宽刃刀法车圆锥是用成形刀具对工件进行加工．在装夹车刀时，把主切削刃与主轴轴线的夹角调整到与工件的圆锥半角$\frac{\alpha}{2}$相等后，采用横向进给的方法加工出外圆锥面，如图 1-4-2 所示．

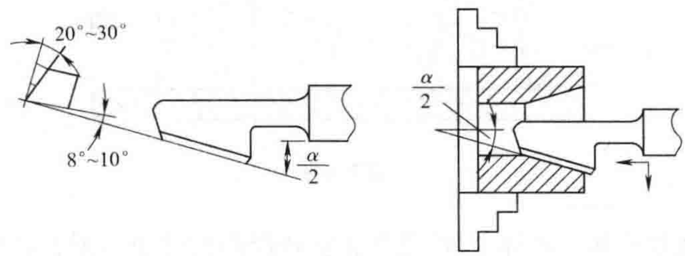

图 1-4-2

由此可知，无论哪种方法，都要知晓其圆锥半角，所以，求圆锥半角$\frac{\alpha}{2}$是车工车削锥体零件工作中重要的一环．

【例 2】 对加工锥度很小、锥体部分较长的圆锥，一般适宜用偏移尾座法加工．根据其工作示意图 1-4-3 所示，写出计算尾座滑板偏移距离 s 的式子．

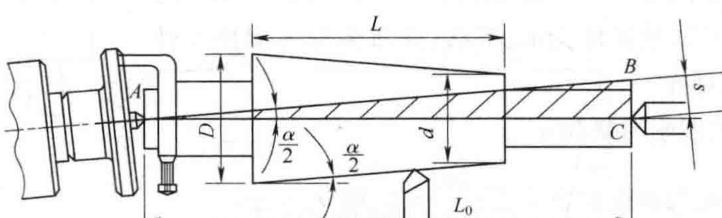

图 1-4-3

解：由图示知，在 Rt$\triangle ABC$ 中，

因为 $BC\perp AB$ 且 $BC=s$，$AC=L_0$，$\angle BAC=\frac{\alpha}{2}$，则

$$s=BC=AC\sin\frac{\alpha}{2}=L_0\sin\frac{\alpha}{2},$$

当$\frac{\alpha}{2}$很小时，有 $\sin\frac{\alpha}{2}\approx\tan\frac{\alpha}{2}$，又 $\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{D-d}{2L}=\frac{C}{2}$，所以

$$s\approx L_0\tan\frac{\alpha}{2}=L_0\frac{D-d}{2L}\text{或 } s\approx\frac{C}{2}L_0.$$

正弦规是一种利用三角函数中正弦关系来测量角度的量具．如图 1-4-4 所示，它由一块准确的钢质长方体和两个相同的精密圆柱体组成．圆柱中心的距离 L 有 100mm 与 200mm 两种规格，圆柱中心线与长方体工作面严格平行．测量时，将正弦规放在平板上，圆柱的一端用量块垫高，量块的高度 H 根据被测工件圆锥角精确计算获得，被测工件放在正弦规的平面上，然后用百分表检测圆锥面两端高度，若读数相同，就说明被测工件圆锥角正确．

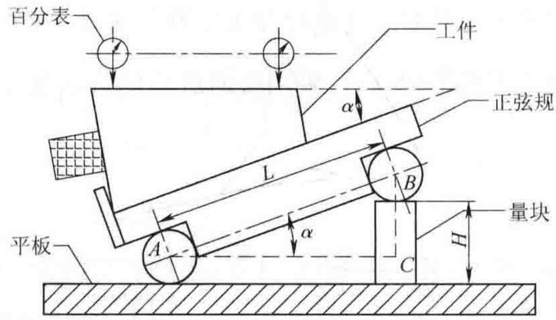

图 1-4-4

【例 3】 用正弦规检测一锥体工件,已知正弦规的两圆柱中心距 L 是 100mm,工件的圆锥角是 2°30′,求量块的高度.

解: 根据正弦规测量原理知:$\sin\alpha = \dfrac{H}{L}$, $H = L\sin\alpha = 100\sin2°30' = 100 \times 0.043619 \approx 4.362(\text{mm})$.

【例 4】 在车削外圆锥时,一般用环规(也称套规)检验工件的锥度和尺寸. 当工件锥度已校准而尺寸还没有符合要求时,即套规的界限面中线在工件端面以外,如图 1-4-5 所示. 这时就必须再车"一刀",设锥度为 C,那么,应车多深才能使工件端面与界限面中线对齐?

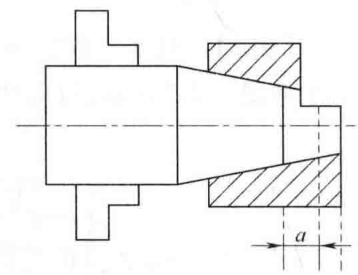

图 1-4-5

解: 设这一刀的背吃刀量为 a_p

根据图示的余量与锥度的意义有:$\dfrac{2a_p}{a} = C$,则 $a_p = \dfrac{aC}{2}$.

练习题 1.4

1. 一圆锥的大端直径 $D=30\text{mm}$,小端直径 $d=15\text{mm}$,圆锥高 $H=15\text{mm}$,用转动小滑板的方法车此圆锥面,小滑板要转动的角度是多少?

2. 已知一外圆锥体,$D=40\text{mm}$,$d=35\text{mm}$,$L=120\text{mm}$,$L_0=200\text{mm}$,用偏移尾座的方法加工时,尾座的偏移量是多少?

3. 用正弦规测量一锥体零件,正弦规的规格为 $L=200\text{mm}$,工件锥角 $\alpha=5°25'$,试求垫块高度 H. 若百分表的测量长度 $K=30\text{mm}$,问:角度极限偏差 $\delta_\alpha = \pm10'$ 反映在百分表上的读数极限偏差 $\pm\delta_h$ 是多少?

第五节 解直角三角形的其他应用

解直角三角形是一种基础的三角形计算,在生产实践中有着广泛的应用. 下面以它在机械行业中的应用为重点再做些介绍.

一、在钻斜孔问题上的计算

【例】 如图 1-5-1 所示，要在一较厚的平板工件上钻一个与板平面成 75°角的孔，现准备在与平板支点 A 距离 720mm处用垫块垫高，使平板工件面与工作面成 15°角，问应垫起多高？

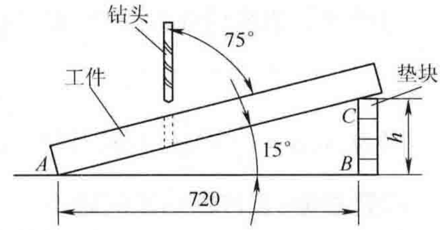

图 1-5-1

解：如图 1-5-1 所示，在 Rt△ABC 中，

$\because AB = 720\text{mm}, \angle A = 15°$，

$\therefore h = 720\text{mm} \quad \tan 15° \approx 192.92\text{mm}$.

即与平板支点 A 距离 720mm 处垫块高 192.92mm.

本例介绍了一个类似于正弦规测锥角的钻斜孔的方法.

二、在测量 V 形导轨宽度上的计算

【例】 要测量 V 形导轨宽度 L，可将两根直径相等且为 d 的心轴如图 1-5-2 所示放置，测出心轴外侧的距离为 M，然后计算出宽度 L.

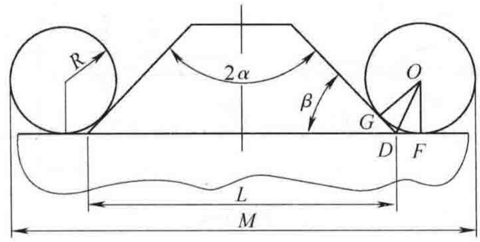

图 1-5-2

解：设 V 形导轨的角度为 2α，两直径相等心轴的半径为 R，如图 1-5-2 所示，G、F 为切点，

$OF \perp DF, OG \perp GD, \beta = 90° - \alpha, \angle FOG = \beta, \angle FOD = \dfrac{1}{2}\angle FOG = \dfrac{\beta}{2}$.

在 Rt△FOD 中，$FD = OF\tan\angle FOD = R\tan\dfrac{\beta}{2}$，

于是，$M = L + 2FD + 2R = L + 2R\tan\dfrac{\beta}{2} + 2R = L + d\tan\dfrac{\beta}{2} + d$，

则 $L = M - d - d\tan\dfrac{\beta}{2}$.

三、在切割等速移动薄板上的计算

【例】 工厂在生产薄板型的产品时，往往要对在传动过程中的薄板做动态切割，如玻璃薄板、钢薄板等．现在已知某玻璃厂成型流水线上玻璃的传进速度是 3m/s，切割玻璃的切割刀的速度是 6m/s，如图 1-5-3 所示，要使在运动中切割的玻璃线与边线保持垂直，切割刀的行进方向应与玻璃的边线成多少度角？

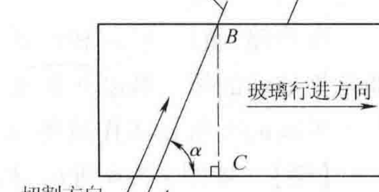

图 1-5-3