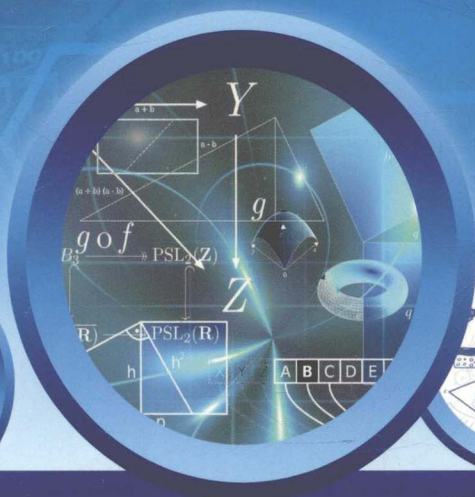


SHUXUE JIAOXUE LUN

数学教学论

主 编 韩明莲 李春玲 卢书成



HEUP 哈尔滨工程大学出版社

数 学 教 学 论

主 编 韩明莲 李春玲 卢书成
副主编 许宏文 褚文杰 王志国

内 容 简 介

本书以现代教育理论和学习理论为指导,结合基础教育改革,介绍了我国数学教学改革的概况,以及当前基础教育数学课程改革的基本内容。具体内容包括现代数学教学理念、数学教学目标与原则、数学教学内容、常用的数学思想方法、数学基础知识教学与能力培养、数学教学工作、数学教学方法、中学数学的逻辑基础等。

本书可作为高等院校数学教育专业本科生、研究生的教材,也可作为中学教师及广大教育工作者的自学参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

数学教学论/韩明莲,李春玲,卢书成主编. —哈尔滨:
哈尔滨工程大学出版社,2017. 6
ISBN 978 - 7 - 5661 - 1552 - 2

I. ①数… II. ①韩… ②李… ③卢… III. ①数学教
学 - 教学研究 - 高等学校 - 教材 IV. ①O1 - 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 150270 号

选题策划 刘凯元
责任编辑 张忠远 付梦婷
封面设计 博鑫设计

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451 - 82519328
传 真 0451 - 82519699
经 销 新华书店
印 刷 北京中石油彩色印刷有限责任公司
开 本 787 mm × 1 092 mm 1/16
印 张 15.25
字 数 378 千字
版 次 2017 年 6 月第 1 版
印 次 2017 年 6 月第 1 次印刷
定 价 39.80 元

<http://www.hrbeupress.com>
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前 言

数学教学论是高等院校数学教育专业本科学生与研究生的一门专业必修课程。目前,我国基础教育数学课程改革正处于轰轰烈烈的开展过程中,新的课程标准对从事基础教育的数学教师提出了新的要求,也对高等院校的学科教育提出了新的挑战。为适应新世纪基础教育改革的需要,编者结合多年教学实践经验编写了本书。

本书的编写以一般教学理论和学习理论为基础,广泛应用现代教育学、心理学、逻辑学、数学方法论等方面的理论、思想和方法,结合国内外数学教育改革以及我国目前的基础教育课程改革的理念,充分体现了现行教育教学的要求。同时,本书以现代教育最新成果为依据,对中学教学中重要而基础的内容进行了较为全面系统的研究和分析。

本书由牡丹江师范学院韩明莲、许宏文、褚文杰;佳木斯大学李春玲;牡丹江医学院卢书成;塔河县鄂伦春民族中心校王志国等共同编写。韩明莲、李春玲、卢书成担任主编,许宏文、褚文杰、王志国担任副主编。绪论、第一章、第八章、由韩明莲编写,第二章由褚文杰编写,第三章由许宏文编写,第四章、第五章由李春玲编写,第六章、第九章由卢书成编写,第七章由王志国编写。全书由韩明莲负责统稿。

本书得到佳木斯大学教育科研项目“高等学校学生‘AEC 多元有效学习方式’的研究与实践”(编号 JKA2013-008)的资助。在本书的编写过程中参阅了许多专家学者的著作和研究成果,谨向有关作者表示最诚挚的感谢。本书在编写期间得到了牡丹江师范学院数学科学学院和佳木斯大学理学院的领导、教师的大力支持,及牡丹江第十五中学赵成宇、大连市第六十六中学张雪岩的帮助,在此我们向以上的领导、教师表示衷心的感谢。

哈尔滨工程大学出版社对本书的出版提供了大力支持,在此一并感谢。

编 者
2017 年 4 月

目 录

绪论	1
第一章 中学数学课程改革	4
第一节 国际中学数学课程的改革	4
第二节 我国中学数学课程的改革	9
第三节 我国中学数学教学改革的总结评价	16
第四节 新一轮国家基础教育课程改革的兴起	19
第二章 中学数学教学内容	24
第一节 中学数学课程内容的选择标准	24
第二节 《义务教育数学课程标准的内容》	26
第三节 《全日制普通高中数学课程标准(实验)》的内容	29
第四节 数学课程内容的编排原则	31
第五节 高中数学课程标准的一些基本问题	33
第六节 高中阶段数学课程标准的国际比较	38
第三章 中学数学的教学目标与教学原则	42
第一节 确定数学教学目标的依据	42
第二节 我国“数学教学目的”的演变	47
第三节 数学教育教学目标研究与教育现代化	53
第四节 数学教学原则	64
第四章 中学数学逻辑基础	73
第一节 概念及其定义	73
第二节 判断与命题	82
第三节 形式逻辑的基本规律	87
第四节 推理与推理方法	90
第五节 数学证明	97
第五章 中学数学教学常用的思想方法	105
第一节 中学数学基本思想	106
第二节 数学思想方法的教学原理	109
第三节 常用的数学方法	111
第六章 数学基础知识教学与基本能力培养	135
第一节 数学概念的教学	135
第二节 数学命题的教学	141
第三节 数学解题的教学	146
第四节 数学基本能力培养	155

第七章 中学数学的教学方法	167
第一节 中学数学传统的教学方法	167
第二节 现代数学教学方法	170
第三节 数学教学方法的改革与实验	173
第四节 现代数学教学方法的特点与发展趋势	178
第八章 中学数学的教学工作	182
第一节 数学课的基本知识	182
第二节 课堂教学的基本功	183
第三节 备课与数学教案的设计	189
第四节 说课与说案研究	202
第五节 上课	209
第六节 课外工作	212
第七节 教学研究	213
第九章 数学课程新标准下的教学	217
第一节 新课程标准下的基本理念	217
第二节 数学新课程标准下的教师角色转变	220
第三节 数学课程标准下的数学教学活动	224
第四节 数学课程标准下的学生能力培养	229
参考文献	234

绪 论

数学是基础科学的基础。

近年来,人们对数学的应用意识在加强,它与自然科学、人文科学、社会科学相互渗透为边缘科学,成为多项科学研究领域里的有力、必不可少的工具学科。数学在现代工程技术、信息技术、人才培养、经济、金融管理等方面发挥的作用日益明显。于是,随着“培养 21 世纪人才”的任务的日益紧迫,数学教学改革,尤其是中学数学教学改革必须深入开展。

数学教学论是我国师范院校数学系本科教育的一门专业必修课程。数学教学论是研究数学教学过程中教和学的联系、相互作用及其统一的科学。具体地说,数学教学论是以一般教学论和教育学的基本理论为基础,从数学教育教学的实际出发,分析数学教学过程的特点,总结数学教学经验,揭示数学教学规律,研究数学教学方法、学生学习心理和教学内容安排等诸多教学要素的一门学科。同时,数学教学论也肩负着寻找对数学教学效果进行评价的方式方法、帮助师范生端正教学思想和掌握教学技能,以及提高学生对数学教育的整体认识水平等任务。数学教学论也可提高在职教师的数学教学水平 and 教育研究能力。

当前数学教学论的研究主要结合国内、国际数学教育改革的背景,尤其是要结合新一轮基础课程改革的现状,突出教育教学特色,使之适应当前基础教育课程改革的新需求。

一、数学教学论研究的内容

数学教学论是研究数学教学过程中教和学的联系、相互作用、交互反馈最终达到和谐统一的科学。它是数学教育学的一个重要组成部分。

数学教学论研究的数学教学是指数学活动的教学,它是教师的教学活动与学生的学习活动两个方面的统一过程。而学生的学习活动是在教师的引导协作下掌握系统的数学知识、技能和技巧的过程;教师教学活动则是按照教学规律,进行数学基础知识和基本技能的教学,以培养学生的数学能力,发展学生的认识能力,提高学生的数学素质,并正确地评价学生的学习过程和学习成果的过程。因此,我们认为:数学教学并不是指教师简单地把知识传授给学生,而是教师通过组织有效的活动,引导学生学会学习,使学生获得知识的积累、能力的提高与发展的过程。

围绕着数学教学论的学科特点,可以确立以下一些主要研究内容:

- (1) 现代数学价值观与数学教学观;
- (2) 数学教学目标、性质与任务;
- (3) 中学数学的教学内容及其安排;
- (4) 数学教学过程与数学教学的基本规律;
- (5) 中学数学的教学原则、方法及其运用;
- (6) 数学教学思想与方法;
- (7) 数学思维、数学思想与方法在教学过程中的运用;
- (8) 数学教学过程的最优化;

- (9) 中学数学基本能力的分析与培养;
- (10) 数学教学评价与数学学习评价;
- (11) 信息技术在数学教学中的使用;
- (12) 中学数学的探究性与研究性学习;
- (13) 数学教学活动与教学组织形式;
- (14) 中学数学的教学研究与教学改革;
- (15) 教师专业化与中学数学教师的培训、提高。

除此以外,数学教学论还应当结合时代发展和科技进步的状况,对数学教学中的各种新问题开展广泛深入的研究。

二、数学教学论课程的产生与发展

数学教学论的前身是师范院校中的一门必修课“中学教材教法”,这是一门培养教师技能的专业课程。在1983年国务院学位委员会召开的第二届博士、硕士授权点学科评议组会议期间,由我国著名教育学家顾明远教授向教育学评议组召集人著名教育学家刘佛年教授提议:“把教材教法的硕士授权点拿到教育学组来评议,并把名称改为‘学科教学论’”。这个提议得到了刘佛年教授的支持和学位委员会的批准,并在之后专业目录调整时将教材教法正式更名为学科教学论。

数学教学论是数学教育领域中一门正处于发展阶段的新学科。它的产生,既是数学教育理论发展的必然,也是教育实践的呼唤。近年来,人们对数学教学的成效更加关注。于是,教学改革作为提高数学教育质量的重要手段而被升到一个新的高度,广大数学教育工作者也就越来越迫切地需要了解和掌握能够帮助他们切合实际地解决教学问题的理论。随着数学教学论理论体系的日益完善,它的丰富的实验成果将对所有数学教学活动发挥不容忽视的指导作用。

三、数学教学论的研究方法

(一) 坚持以唯物辩证法为指导思想

数学教学论是一门思想性、理论性很强的学科。此外,它也需要唯物辩证法的指导,要求我们必须全面而正确地运用唯物辩证法的立场、观点、方法去分析古与今、中与外的中学数学教学经验和教训,做到古为今用,洋为中用。同时,也要求我们必须全面、正确地运用辩证唯物主义的立场、观点和方法去研究和解决当前所遇到的一些实际教学问题,并尽力做到讲究实效,落实到提高中学数学教学质量上去。

(二) 深入实际,研究和利用现代中学数学教学的经验和教训

中学数学教学是一门活的科学,它需要不断充实新鲜的素材,不断更新原有理论,而广大教师丰富多彩的教学实践活动,必然蕴藏着丰富的经验,其中不乏可提炼新理论的思想火花。所以,数学教学论是教会人们学会利用资料,善于总结、积累中学数学教学的经验教训的一种有效方法。

(三) 擅于吸取和加工有关学科的新理论、新思想、新方法

数学教学论是一门综合性的边缘学科,它需要应用有关学科的基本原理,特别是有关哲学、教育学、心理学、逻辑学等方面的新理论、新思想、新方法,去思考并解决一系列教学上的问题。不过,我们在运用这些新理论、新思想、新方法时,不应当满足于仅用教学实例来说明这些理论、思想、方法的合理性,更应该经过“理论加工”后令其成为中学数学教学的组成部分,并落实到提高教学质量、提高教学效果上去。

(四) 大力开展教学实验研究活动

目前,中学数学范围内有课程设计、教材编写、教法总结推广、创新能力培养、减轻学生负担等重要的实验研究项目。虽然这些实验涉及的因素较多,但经过广大教育工作者的努力,已取得了一定的成果。

第一章 中学数学课程改革

第一节 国际中学数学课程的改革

一、数学课程改革的必然性

(一) 社会发展的需要

自 19 世纪末、20 世纪初以来,人类社会的进步和科学技术的发展出现了明显的加速趋势。据美国技术预测专家詹姆斯·马丁测算,人类的知识总量在 19 世纪时每 50 年增加一倍,20 世纪 50 年代时每 10 年增长一倍,20 世纪 80 年代以来则每 7~8 年就要翻一番。在这个速度上,一个现代人一生中所经历的社会演变相当于过去人类的几千年才能经历的。美国广播教学专家希列德指出:如果人类的知识以现有的速度增长的话,那么今天出生的孩子长到 50 岁时,他所学习的知识将有 97% 是他出生后才由人类发现的。所以,如何按照时代发展的需求设计中小学的课程和教材,在 20 世纪就已成为世界教育改革的中心议题。

另一方面,当代科学发展的重要标志之一,就是各门科学的数学化趋势日益增强。如果说 19 世纪物理科学大量运用数学的知识、语言、符号和数学的思想与方法,率先开始了数学化的话;那么 20 世纪,包括生物学、医学、经济学、法律和语言科学在内的几乎所有的科学都在最大限度地应用数学的知识和方法,同样实现或开始了数学化进程。而现在,运用数学知识的多寡,已成为一门科学成熟与否的分水岭。纵观当今的时代,数学的进步不仅推动着整个科学的迅速发展,而且人类活动的各个领域和社会生产的所有部门对数学的需求都在空前增长。正如华罗庚先生指出的:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,无处不用数学。”为了适应现代科学技术和社会生产发展对人才的需求,改造中小学数学课程,用现代数学武装学生已成为当代教育改革的重要内容。

现行中小学数学课程和内容体系是第一次工业革命时期确立的,反映了 19 世纪前知识领域与学科的划分,也适应了蒸汽机时代社会对数学的需求。在当今的计算机时代,剔除数学课程中陈旧落后的部分,把现代数学成果纳入中学数学内容体系,尽力缩小数学课程与现代科学技术间的差距,不仅已成为 21 世纪世界性中小学数学课程改革的强劲动力,也是实现教育现代化的必然进程。

(二) 数学科学发展的需要

与 19 世纪相比较,20 世纪的数学领域发生了革命性的变化,这些变化突出表现在三个方面。

第一,纯粹数学转向研究基本的数学结构。20 世纪 30 年代,法国布尔巴基(Bourbaki)学派推出了“数学是关于结构的科学”的观点,认为整个数学的大厦可以在彻底公理化的基

础上建立起来,大厦的地基是集合论,大厦的骨架是三种最基本最普通的数学结构,即代数结构、顺序结构与拓扑结构。这三种结构被称为数学的母结构,加入新的公理后母结构便派生为子结构,不同的结构融合在一起,可以形成复合结构。布尔巴基学派由此出发,认为纯数学是研究已有结构并产生新的结构的学问,数学可以在这种认识下统一为一个整体。布尔巴基学派的结构主义观点在全世界产生了巨大影响。它不仅为数学研究提供了有力的工具,使纯粹数学转向了数学结构的研究,而且成为了改造中小学数学课程体系的必然要求。

第二,由于20世纪数学应用范围的迅速扩大,新的数学理论、数学分支和数学方法不断产生。例如,把数理统计方法应用于信息处理和信息传递,产生了信息论;把运筹学的原理和方法应用于企业的组织管理,产生了规划论、排队论、线性规划、非线性规划和动态规划等许多数学分支;在解决系统规划和最优化问题中又建立了图论、网络理论等。数学研究需要熟悉现代数学的新型人才,数学应用也需要熟悉现代数学的新型人才,在这两个重要方向上同时提出了改造中小学特别是中学数学课程,使之适应数学现代化的紧迫性问题。

第三,电子计算机的出现不仅大大增加了对数理逻辑与算法语言知识的需求,也为离散数学的应用开辟了广阔的前景。适应数学与计算机迅猛发展的需要,调整中学数学课程内容、研制具有时代性和超前性的数学课程体系已迫在眉睫,因而中学数学课程的改革成为20世纪数学发展的必然趋势。

(三)基础教育发展的需要

随着科学技术的飞速发展,世界的教育已经发生了深刻的变革。在基础教育的目标方面,传统观念强调知识与技能的传授,致力于培养继承性人才。从现代化大生产的需要出发,20世纪50年代以来,教育观念已经发生了根本性的变化,人们已经抛弃了“封闭式”与“仓库理论”等旧的陈腐观念,转而注重智能的发展和人脑资源的开发,为新时代培养创造性人才已成为现代基础教育的根本目标。

现代社会的基本特征之一,就是知识与智力在生产过程中的作用更加突出。据统计,在人类机械化的初期阶段,体力劳动与智力劳动的需求比是9:1,中级阶段为6:4,而在自动化阶段二者的比例则变为1:9。随着新能源、新材料和新技术领域的不断开发,不仅产业的这种知识化比例迅速增大,而且管理知识化的程度也在不断提高,因此人们把未来的知识经济社会称之为高级知识社会或智力社会。在即将到来的知识经济时代,包括工人、农民在内的各级各类工作人员不仅需要具备丰富的生产经验和岗位技能,更需要有相应的科学文化素质和创造才能。为了适应现代社会对人才素质要求不断提高的新形势,世界各国在逐步延长义务教育年限的同时,不断开展了以中小学数学课程为中心的研究与改革。显然,这既是时代对人才培养的需求,也是基础教育自身发展的需要。

二、克莱因-贝利运动

20世纪上半叶时,传统的中学数学课程还存在着许多弊端,严重制约着基础教育与高等教育的发展,也影响了新时代人才的培养。例如,把数学划分为算术、代数、几何、三角等彼此独立的学科,割裂了数学的整体性和内在的联系,不利于学生把握数学的全貌;传统的教学内容基本上是17世纪前的常量数学,而且由于过分强调运算技巧而失之于烦琐,使学

生不仅无法了解近现代数学的发展,而且陷于死记和模仿之中,不能理解数学的实质及数学应用,等等。

从革新传统中学数学内容出发,以德国数学家克莱因(F. Klein)和英国数学家贝利(J. Beili)为代表,于20世纪20年代至30年代倡导发起了一场教育改革运动,称为克莱因-贝利运动。改革的基本宗旨是实现数学课程的近代化和教学方法的心理化,实现数学各学科的统一以及理论与实践的统一。改革的基本内容有四个方面:第一,改造传统的几何课程,使之脱离欧几里得《几何原本》的形态,用实验方法和变换方法处理几何内容,强化几何的实用部分;第二,把代数、几何、物理统一起来,沟通数学、物理与生活的联系;第三,把函数观念作为中学数学的核心,用函数思想把代数、几何、三角、解析几何统一为一个整体,成为现代的综合性数学;第四,认为数学教学不应过分强调“形式陶冶”,即数学在训练学生思维方面的作用,而应“置重心于应用方面”,强调理论与实际的结合。

克莱因-贝利运动的重点是数学教学内容的改革,对中学数学课程产生了深远的影响。不仅初等函数由此进入了中学数学课程,而且不少国家先后把解析几何与微积分引入了中学数学,有些国家还用变换方法对传统几何教材进行了处理。虽然克莱因-贝利运动的方向是正确的,有些很有价值的实验也取得了明显的成果,但由于第一、二次世界大战相继爆发等原因,运动没能进行到底。尽管如此,克莱因-贝利运动毕竟冲破了传统中学数学课程的体系,为20世纪50年代后期在世界范围内兴起的数学教育现代化运动奠定了基础。

三、数学教育现代化运动

(一)历史背景

第二次世界大战结束后,世界上虽然仍有时断时续的局部战争,但绝大部分国家得以集中精力发展自己的经济,并取得了显著的成就。于是,从20世纪50年代末起,世界便进入了以原子能技术、电子技术和计算机为特征的第三次科技革命新时代。新的时代不仅提出了数学科学的现代化问题,而且新的发展趋势从不同的角度冲击着教育,对教育提出了新的挑战 and 新的要求。为新时代培养新型的人才,这就是新时代赋予教育的新的使命。所以,从20世纪50年代末起,“改革教育,改造中学课程内容,提高教育质量”便成为世界各国普遍关注的重大课题,这就是20世纪50年代末到60年代世界各大国先后掀起教育改革浪潮的历史背景。

(二)数学教育现代化运动的兴起

1957年10月4日,苏联第一颗人造地球卫星发射成功,引起了全世界,特别是美国的强烈震动。早在第二次世界大战中,美国的许多将军就发现自己军队中的大学生数理化基础很差,不能适应军事科学技术发展的需要。他们曾为此大声疾呼,并受到社会各界的关注。一些美国议员在20世纪50年代中期考察苏联的教育改革后也指出:“教育已成为冷战的特征之一,俄国的教室、图书馆和教学法,对我们的威胁可能比我们的氢弹还要厉害。”这些舆论更引起了美国上下的重视。恰逢此时苏联的人造卫星发射升空,使美国极为震惊,认为这是“科学技术上的珍珠港事件”,他们立即采取各种措施,开展了新的教育改革。

1958年,美国国会通过了《国防教育法》,规定由国家拨出巨款发展科学和教育事业,并强调加强数学、理科和外语等“新三艺”的教学。1958年,在美国数学协会(MAA)和全美数学教师联合会(NCTM)的倡导以及政府的资助下,美国成立了“学校数学研究组”(SMSG),全面负责全美的中学数学教材研究和实验。美国的改革很快波及西方所有国家,各国纷纷编写新的数学教材,形成了声势浩大的数学教育现代化运动,即“新数学”运动。

(三)新数学运动的发展

1959年11月,欧洲共同市场(OECD)在法国的罗瓦奥蒙召开了数学教育改革研讨会,出席会议的有美、英、法等17个国家的代表。美国芝加哥大学的斯通(M. H. Stone)在开幕词中指出:“多年来很少有所变化的数学课程,现在正面临着重大的带根本性的转变,对中学和大学低年级的数学内容有必要重新进行认识。”这次会议肯定了中学数学课程改革的必要性,并提出了许多改革的方案。会议之后,共同市场组织了一大批专家编写了理科的《中学数学现代化大纲》,西方各国纷纷建立了中学数学课程的专门研究机构。遍及整个西方的大规模的数学教育现代化运动迅速掀起。

1960年4月,英国在南安普顿召开了数学新教材编写会议。剑桥大学出版社于1961年出版了由数十名数学教育专家拟订的《学校数学设计》,并出版了相应的中学数学课本(简称SMP教材),对中学数学课程进行了重大改革。在此后的十几年间,英国出版了包括中学数学课本、教师参考书、学生参考书与家长参考书在内的数十种SMP书籍和教材,在世界上产生了广泛的影响,SMP组织也成为英国从事中学数学教材编写工作的最大的机构。与英国的SMP教材相呼应,美国的“学校数学研究组”也于1962年编写出了新的中学数学教材,并进行了大规模试验。

1961年12月,在哥伦比亚首都圣菲波哥大召开了美洲国家数学教育会议,几乎全部美洲国家都派代表参加了会议。在这次会议的推动下,数学教育现代化运动在美洲迅速兴起并蓬勃开展起来。

1962年8月,联合国教科文组织下属的国际数学联盟(IMU)在瑞典召开了国际数学会议。受国际数学联盟委托,美国的凯梅尼(J. G. Kemeny)向会议报告了21个国家中学数学课程改革的情况,引起了世界各国的普遍重视。1962年8月,在国际数学会议之后,联合国教科文组织在匈牙利的布达佩斯召开了有美、英、苏、法、日等17个国家参加的国际数学教育会议,交流各国数学课程改革的情况。同一个时间,国际数学教育委员会(ICME)在斯德哥尔摩召开了更大规模的会议,21个国家介绍了本国数学课程改革的进展。在上述会议的推动下,世界性的中学数学课程改革在20世纪60年代形成了高潮。

从1962年到1970年,世界各国竞相实施数学课程的改革,改革范围不仅从中学扩展到大学、小学以及幼儿园,而且从美国扩展到欧洲、美洲,直至整个世界。如1964年召开了东南亚数学教育改革会议,1967年苏联公布了《新数学教学大纲》,1968至1970年日本陆续颁布了小学、初中和高中的《新数学教学大纲》,这些国家都依据新大纲编写了新的中小学数学教材,对数学课程内容进行了根本性变革。

1969年8月,国际数学教育委员会在法国里昂召开了有37个国家参加的会议,主题是数学教育的广泛改革。会议认为,数学教育改革不仅包括数学课程内容方面,还应扩展到教学方法方面;数学课程的改革也不应局限于中小学,而应扩大到大学和师范院校。在会

议精神的推动下,数学教育改革运动的范围不断扩大,形成了全球性数学教育现代化运动的高潮。

(四)对新数学运动的评价

1980年8月,国际数学教育委员会在美国的伯克利举行了第四次会议,会议对新数学运动进行了分析总结和评价。会议主要内容如下。

1. 新数学运动的成绩

20世纪20年代至30年代开展的克莱因-贝利运动和50年代至70年代兴起的新数学运动,都是对中学数学课程的改革。如果说克莱因-贝利运动为新数学运动奠定了基础,新数学运动则是克莱因-贝利运动的延伸和发展,目的都是实现中学数学课程的现代化,其改革的方向无疑是正确的。

新数学运动实现了中学数学课程内容的深刻变革,这种变革主要表现在三个方面。

第一,增加了近现代数学的内容,缩小了中学数学与现代数学之间的距离。不仅集合论、数理逻辑、近世代数、微积分、概率统计、计算机等学科的初步知识开始进入中学数学教材,而且多数国家都在加强数学基础和数学应用的结合上实现了对中学数学课程的改造。

第二,精简和改造了中学数学的传统内容,特别是欧几里得几何。在1959年11月欧洲共同市场在罗瓦奥蒙举行的数学教育研讨会上,法国数学家迪厄多内(J. Dieudonne)提出了“欧几里得滚蛋”的主张,尽管在取消还是保留欧氏几何的问题上新数学运动并未取得一致的意见,但世界各国却有着精简和改造欧氏几何的共同意向。例如,法国基本废弃了欧氏几何,改用线性代数方法处理几何内容。西德取消了欧氏几何,代之以变换几何。美国虽然基本保留欧氏体系,但引入了伯克霍夫-比尔泰公理体系对欧氏几何进行改造。苏联虽然基本保留欧氏体系,但引入了变换和向量的方法。

第三,用结构主义观点处理中学数学的体系,把代数、几何、三角等内容组成了统一的数学课程。

2. 新数学运动的缺点

第一,它过多地增加近现代数学的内容,过分强调抽象概念和抽象理论,导致了学生学习的困难和过重的课业负担;第二,它过多地削减传统数学的内容特别是几何学的内容,重演绎推理轻直觉和归纳等似真推理,不利于学生思维能力的培养;第三,新数学课程的内容适合于成绩较好的学生学习,但忽视课程的弹性,不能适应不同学生的需要;第四,过分强调数学的抽象性与严谨性,忽视了数学的实际应用;第五,迅速推进大面积的数学课程改革,却忽视了对教师的培训,使多数教师不能胜任新数学的教学,不少地方出现了数学教学质量滑坡的现象。

新数学运动的缺陷归结为一点,就是脱离了当时中学数学教学的实际,因此在20世纪70年代受到了广泛的批评。尽管新数学运动在部分国家遭受了挫折,但其现代化的方向和改革的主题却得到世界各国的赞同,从而为20世纪80年代新的数学教育改革奠定了基础。

第二节 我国中学数学课程的改革

我国的学校课程有着两千多年的发展历史,数学课程也经历了从古代、近代到现代的演变。

一、我国古代的数学课程

从奴隶社会到封建社会这一阶段的教育变迁上,我国教育思想的奠基人是孔子。孔子是我国古代伟大的思想家和教育家,他首创私人办学,并继承了西周的六艺教育,亲自修订了几种教材,影响最大是《诗》《书》《礼》《易》《春秋》这五经。到了汉朝武帝时期,五经被指定为全国必修课程。唐朝时期,五经的课程得到充实,增添了算经、医经、律经以及儿童识字教材。到宋朝时又增加了四书,即《论语》《孟子》《大学》和《中庸》。“五经”加上“四书”,形成了我国古代一套完整的课程体系,一直延续使用到清朝末期。这套课程为历代封建王朝培养了大批官吏和经济、文化、科技方面的人才,对创造灿烂的中国文化发挥了重大的作用。但是,这套课程的内容体系两千多年来并没有大的变化,特别到了封建社会的后期,这种僵化不变的课程以及维护这套课程的科举制度,已成为我国社会进步的巨大障碍。

我国古代的数学课程内容萌芽于夏商,形成于西周,到春秋战国时期基本定型。西周时把数学列为六艺之一,隋朝时开设了算学专业,汉代则在国子监(相当于大学)设立了算学馆(相当于数学系),并有《九章算术》正式印刷出版。到了唐代,不仅设立了算学专门学校,并由皇帝钦定了《算经十书》作为教科书。《算经十书》的内容共有十个部分。

(1) 九章算术。计九章 246 个实际问题。

(2) 海岛算经。包括测量海岛等 9 个实际问题。

(3) 孙子算经。包括度量单位与筹算方法。

(4) 五曹算经。属于应用算术,包括田曹、兵曹、集曹、仓曹和金曹等共计五卷。

(5) 张丘建算经。研究不定方程的解法。

(6) 夏侯阳算经。研究乘除法与速算。

(7) 周髀算经。包括勾股定理、测量术及分数的运算。

(8) 缀术。这是祖冲之的巨著但已失传,后以《数学记遗》代替。

(9) 缉古算经。包括天文、土木和勾股等内容,书中最早给出了三次方程的代数解法共 14 种。

(10) 五经算术。是关于尚书、诗经、周易、礼记和论语中的计算详解。

在唐代的算学专门学校中,其课程设置与修业年限如表 1-1 所示。

虽然我国自西周(公元前 11 世纪—前 7 世纪)就形成数学教育,但在整个中国古代,数学课程(算经)只是作为经学的一个组成部分而出现,并没有完全独立出来。特别在唐代“算经”出现以前,数学知识是融会于《周易》和《春秋》之中的。就内容来说,我国古代数学课程传授的是与农业、手工业、商业、建筑、管理等与生产、生活有着直接联系的数学知识。例如,唐代起设立的专门学校中,作为教材的《九章算术》,就是由人们生活与生产中的 246 个实际问题组成的。注重数学的应用,忽视知识内在的逻辑性与系统性是中国古代数学课程的显著特征。

表 1-1 唐代算学学校课程设计

课程	修业年限
《孙子算经》《五曹算经》	一年
《九章算术》《海岛算经》	三年
《张丘建算经》《夏侯阳算经》	一年
《周髀算经》《五经算术》	一年
《缀术》《缉古算经》	四年或三年

二、我国近代数学课程的变迁

(一) 清末兴办学堂时期

1840 年以后,中国沦为半殖民地半封建社会。在内忧外患的重压下,自 1862 年起清政府决定“废科举兴学堂”,逐步建立起我国近代的教育制度与课程体系。在“中学为体、西学为用”思想的指导下,当时学校部分课程仍为读书讲经,是古代封建社会课程的延续,另一部分课程则是从西方引入的自然科学与社会科学。这种课程结构也带有半殖民地半封建的性质。

当时的数学教材主要选用了《算经十书》《几何原本》和《数理精蕴》。《数理精蕴》是集中外数学之大成的百科全书,是在康熙御定计划下于雍正元年(1723 年)完成的,全书分上、下编共 53 卷,包括了算术、代数、几何、三角等内容。上编分数理本原、河图洛书、周髀算经、几何原本和算法原本等五卷,下编分首部、线部、面部、体部、末部共计 40 卷,另有 1~10 万以内各整数的因数表、常用对数表、三角函数表、三角函数对数表共 8 卷。当时还翻译了《形学备旨》(十卷,1885 年)、《代数备旨》(1891 年)、《笔算数学》(三册,1892 年)、《八线备旨》(即平面三角,1894 年)、《代形合参》(三卷,1893 年)、《代数学》(1859 年)、《代微积拾级》(1859 年)等七种国外的教材,不过排版方式与西方完全不同。直到 1908 年出版《中学数学教科书》(上下卷共十篇),我国在数学书的排版上才完全西化。不仅一律自左向右横行为文,而且采用了各国通用的数学符号。由此开始,西方数学全面取代了我国的古代算学。

(二) 民国时期

五四运动对我国近代学校课程产生了重大的影响,使学校课程从儒家思想和经学、古文中解放了出来。在尊重科学的思想指导下,教育部于 1912 年颁布了新学制,规定小学七年(初小四年,高小三年),中学四年,其中初级小学为义务教育阶段。中学数学课程规定为:第一学年开设算术、代数,第二学年与第三学年开设代数、平面几何,第四学年开设平面几何、立体几何与平面三角。

1923 年由国家发布了《课程标准纲要》,对学校课程进行了重大改革。“纲要”规定:“初中设立必修课程与选修课程;高中分为普通科与职业科,普通科分文、理两种,每种都设立必修课程与选修课程;职业科分为农、工、商、师范等,中学课程一律采用学分制。在课程

与教材方面,部分由国内编写,而自然科学与社会科学则大部分翻译国外的教材。”这种近代课程结构对促进我国教育的发展及课程改革发挥了十分重要的作用,只是由于军阀混战和日本侵略中国,《课程标准纲要》未能得到全面的贯彻。

从1840年到1949年,我国先后颁布了1902年的癸卯制、1912年的壬子癸丑学制、1923年的壬戌学制等学制,制定了相应的数学课程标准,不仅把数学列为重要的必修课程,而且详细规定了数学教学内容与周课时数,由表1-2到表1-4可以看出我国数学课程的演变。

表 1-2 1903 年奏定学堂章程

学段	学年	数学课程内容	周学时数
初等小学	1	数目之名,实物计数,20 以内之算术书法,计数法,加减法	6
	2	百以下之算数,书法,计数法,加减乘除	6
	3	常用之加减乘除	6
	4	通用之加减乘除,小数之书法,计数法,珠算之加减法	6
	5	通用之加减乘除,简易之小数,珠算之加减乘除	6
高等小学	1	加减乘除,度量货币与时刻之计算,简易小数	3
	2	分数,比例,百分数,珠算之加减乘除	3
	3	小数,分数,简易之比例,珠算之加减乘除	3
	4	比例,百分数,求积,日用簿记,珠算之加减乘除	4

表 1-3 1923 年教育部颁布的中学数学课程标准

学年	课程内容	周学时数
1	算数、代数	男 5,女 4
2	代数、平面几何	男 5,女 4
3	代数、平面几何	男 5,女 3
4	平面几何、立体几何、平面三角大要(女生不学)	男 4,女 3

注:“男”为男子中学,“女”为女子中学。

表 1-4 1940 年教育部颁布的中学数学课程标准

学段	第一学年		第二学年		第三学年	
	上学期学时数	下学期学时数	上学期学时数	下学期学时数	上学期学时数	下学期学时数
初中	3	3	4	4	4	4
高中	5	5	4(2)	4(2)	4(2)	4(2)

注:自高二起,学生按程度划分为甲、乙两组,周学时数不同。

三、我国现代数学课程的发展

自新中国成立以来,党和政府始终十分重视学校课程的建设。1953 年,毛泽东同志指