学府考研
十年专注·只做考研

2018

线·性·代·数
基础过关400题

◎ 李昌兴 主编

数学全程答疑

下载答疑APP

基础薄弱考生专用

考研数学复习必备·基础过关配套习题

西北工业大学出版社

学府考研
十年专注·只做考研

XIANXING DAISHU JICHU GUOGUAN 400 TI

线性代数基础过关400题

李昌兴 主编

西北工業大學出版社

【内容简介】 本书是严格按照最新《全国硕士研究生入学统一考试大纲》(数学)的要求编写的,同时,汲取了国内外同类教材之精华,并融入了编者多年的考研辅导教学成果和理念.本书包含的400多道高质量习题,涵盖了考研大纲线性代数部分所有知识点和考点,并针对重要知识点和考点编撰了多个题目,通过这些习题的训练,旨在帮助考生熟悉基本定理、基本公式的运用,建立考研数学知识的基本架构.在习题与答案部分指出了每道题目的大纲考点、解析思路、答案解析,旨在使考生熟悉考研大纲要点和重点、掌握考研命题规律和特点、明确命题意图、开拓考生解题视野、强化复习的针对性.

本书可作为备战2018年研究生入学考试的学生、提前备战2019年研究生入学考试的学生的辅导用书,也可供从事本专业教学的教师参考.

图书在版编目(CIP)数据

线性代数基础过关400题 / 李昌兴主编. —西安 :西北工业大学出版社,2017.5
ISBN 978-7-5612-5323-6

Ⅰ.①线… Ⅱ.①李… Ⅲ.①线性代数—研究生—入学考试—习题集 Ⅳ.①O151.2-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第093021号

策划编辑:杨 军
责任编辑:张 友

出版发行:西北工业大学出版社
通信地址:西安市友谊西路127号 **邮编:**710072
电 话:(029)88493844 88491757
网 址:www.nwpup.com
印 刷 者:西安东江印务有限公司
开 本:787 mm×1 092 mm 1/16
印 张:15.75
字 数:376千字
版 次:2017年5月第1版 2017年5月第1次印刷
定 价:36.80元

致学府图书用户

亲爱的学府图书用户：

您好！欢迎您选择学府图书，感谢您信任学府！

“学府图书”是学府考研旗下专业从事考研教辅图书研发的图书公司！

为了更好地为您提供“优质教学、始终如一”的服务，对于您所提出的宝贵意见与建议，我们向您深表感谢！

若我们的图书质量或服务未达到您的期望，敬请您通过以下联系方式进行告知。我们珍视并诚挚地感谢您的反馈，谢谢您！

在此祝您学习愉快！

学府图书全国统一客服电话:400-090-8961

学府图书质量及服务监督电话:15829918816

学府图书总经理投诉电话:张城 18681885291 投诉必复!

您也可将信件投入此邮箱:34456215@qq.com 来信必回!

图书微博　　图书微信　　图书微店

前　言

数学是全国硕士研究生入学统一考试工学类、经济类和管理类考生的必考科目，分值等同于专业课程，其重要程度不言而喻.数学考试成绩的优劣是关系到能否取得硕士研究生入学复试资格的一把“金钥匙”，而线性代数又是考研数学中的重要组成部分.要想获得优异的成绩，除了具备不懈努力的“韧劲”、四两拨千斤的“巧劲”之外，还需掌握必要的应试技能.笔者深知任何一本辅导用书都不能确保考生顺利通过考研，但“工欲善其事，必先利其器”，好的辅导用书一定可以帮考生在考研前进的道路上披荆斩棘，事半功倍.本书就是为考生在考研基础复习阶段量身定制的辅导用书.

在本书编写过程中，严格执行教育部考试管理中心公布的最新《全国硕士研究生入学统一考试大纲》(数学)的要求，同时汲取国内外同类教材之精华，并融入笔者多年来考研辅导教学的新成果和新理念.本书着重突出以下几个特色：

(1)选编习题紧扣考试大纲.习题选编紧紧围绕最新数学考试大纲，做到有的放矢、分散难点、突出重点、难易兼备、拓展性好的基础训练题和适量的考研真题，还选编了具有考研前瞻性和新颖性的题型，屏蔽了偏题、怪题和难题.

(2)选编习题内容覆盖面全.选编习题涵盖了数学考研大纲的所有知识点和考点，针对重要知识点和考点编撰了多个题目，通过这些习题的训练来帮助考生熟悉基本定理、基本公式的运用，建立考研数学知识的基本架构.

(3)选编习题精解详略得当.在习题精解部分指出了每道题目的大纲考点、解析思路、答案解析，旨在使考生熟悉考研大纲的要点和重点、掌握考研命题的规律和特点、明确命题意图、开拓考生的解题视野、强化复习的针对性.答案解析力争做到可读性与示范性的协调统一，以提高考生答题的规范性和有效性，避免“小题大做”“大题小做”现象的发生.

(4)选编习题涵盖基本方法.笔者细心考虑到考研试题常用解答方法，如客观试题作答中的推演法、图示法、赋值法、排除法、逆推法等，通过比较各种方法在不同类型题目中的解答效率，考生能够系统掌握客观性试题解答的技能.另外，在名师评注中，适时指出常用解答方法的适用对象和基本思想，结合具体问题分析相关概念、相关理论之间的有机联系，给出一些重要的结论，以及一

些常见错误的辨析、题目拓展、解题方法的归纳总结等.

本书内容分为精编习题与习题精解两部分,其包括行列式、矩阵及其运算、向量、线性方程组、矩阵的特征值与特征向量、二次型.

本书适用于数学一、数学二和数学三,并对不同数学种类的不同考试内容给出了标注说明.

建议考生在使用本书时,不要就题论题,而是通过对题目的作答、比较、思考和总结,发现题目设置和解答的规律,特别要弄清楚命题者的意图,真正掌握应试技能,取得满意的成绩.

在本书的编写过程中,借鉴和参阅了大量国内同类优异的辅导资料,得到了有益的启迪和教益,谨向有关作者表示感谢.

本书虽经笔者深思熟虑和反复推敲,但疏漏及不妥之处在所难免,恳请读者和广大同仁批评指正,使本书在教学实践中不断完善.

编　者

2017 年 1 月

目　录

第一部分　精编习题

第二部分　习题精解

第一部分 精编习题

第一章 行 列 式

一、选择题

1. 3 阶行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}=(\quad)$.

(A)2 (B)-2 (C)4 (D)-4

2. 按自然数从小到大的为标准次序，排列 21736854 的逆序数是(　　).

(A)10 (B)9 (C)8 (D)7

3. 若 $f(x)=\begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ x & 1 & 0 & x \end{vmatrix}$，则 $f(x)$ 中 x^4 与 x^3 的系数分别为(　　).

(A)$-2,-4$ (B)$-2,4$ (C)$2,-4$ (D)$2,4$

4. 已知行列式 $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=1$，则 $\begin{vmatrix} 2x & 2y & 2z \\ \frac{4}{3} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=(\quad)$.

(A) $\frac{2}{3}$ (B)1 (C)2 (D) $\frac{8}{3}$

5. 已知 2 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=2$，$\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}=3$，则 $\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ a_1+c_1 & a_2+c_2 \end{vmatrix}=(\quad)$.

(A)-1 (B)1 (C)5 (D)-5

6. 设 a,b,c 是方程 $x^3-2x+4=0$ 的 3 个根，则行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=(\quad)$.

(A)1 (B)0 (C)-1 (D)-2

7. 若 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=3$，则 $D_1=\begin{vmatrix} 2a_{11} & a_{13} & a_{11}-2a_{12} \\ 2a_{21} & a_{23} & a_{21}-2a_{22} \\ 2a_{31} & a_{33} & a_{31}-2a_{32} \end{vmatrix}=(\quad)$.

(A)12 (B)-12 (C)6 (D)-6

8. 4 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}=(\quad)$.

(A)$a_1a_2a_3a_4-b_1b_2b_3b_4$　　(B)$a_1a_2a_3a_4+b_1b_2b_3b_4$

(C)$(a_1a_2-b_1b_2)(a_3a_4-b_3b_4)$　　(D)$(a_2a_3-b_2b_3)(a_1a_4-b_1b_4)$

9. 设 $f(x)=\begin{vmatrix} x-2 & x-1 & x-2 & x-3 \\ 2x-2 & 2x-1 & 2x-2 & 2x-3 \\ 3x-3 & 3x-2 & 4x-5 & 3x-5 \\ 4x & 4x-3 & 5x-7 & 4x-3 \end{vmatrix}$，则方程 $f(x)=0$ 的根的个数为(　　).

(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

10. 设 4 阶行列式 $D=\begin{vmatrix} 0 & -1-a & 1 & -1-2b \\ 2 & a & 1 & 1 \\ -3 & 2 & -4 & b \\ 2 & -1 & 2 & b \end{vmatrix}\neq 0$，则(　　).

(A)$b\neq 0$　　(B)$a\neq-\frac{1}{2}$

(C)$b=0$ 或 $a=-\frac{1}{2}$　　(D)$b\neq 0$ 且 $a\neq-\frac{1}{2}$

11. 已知 4 阶行列式中第 1 行元素依次是 $-4,0,1,3$，第 3 行元素的余子式依次为 $-2,5,1,x$，则 $x=(\quad)$.

(A)0　　(B)-3　　(C)3　　(D)2

12. 三元一次方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1 \\ 2x_1-x_2+3x_3=4 \\ 4x_1+x_2+9x_3=16 \end{cases}$ 的解中，未知数 x_2 的值必为(　　).

(A)1　　(B)$\frac{5}{2}$　　(C)$\frac{7}{3}$　　(D)$\frac{1}{6}$

二、填空题

13. 已知 $a_{3j}a_{12}a_{41}a_{2k}$ 在 4 阶行列式中带负号，那么 j 与 k 分别是________.

14. 已知 $f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ 1 & 2 & x^2 \\ 1 & 3 & x^3 \end{vmatrix}$，则 $f(x+1)-f(x)=$________.

15. 行列式 $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}=$________.

16.若 $\begin{vmatrix} a & 3 & 1 \\ b & 0 & 1 \\ c & 2 & 1 \end{vmatrix}=1$,则 $\begin{vmatrix} a-3 & b-3 & c-3 \\ 5 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=$________.

17.行列式 $D=\begin{vmatrix} 1823 & 823 & 23 & 3 \\ 1549 & 549 & 49 & 9 \\ 1667 & 667 & 67 & 7 \\ 1986 & 986 & 86 & 6 \end{vmatrix}=$________.

18.行列式 $D=\begin{vmatrix} a_1+x & a_2 & a_3 & a_4 \\ -x & x & 0 & 0 \\ 0 & -x & x & 0 \\ 0 & 0 & -x & x \end{vmatrix}=$________.

19.行列式 $\begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -1 \\ 4 & 3 & 2 & \lambda+1 \end{vmatrix}=$________.

20.行列式 $D=\begin{vmatrix} a_1 & -1 & 0 & 0 \\ a_2 & x & -1 & 0 \\ a_3 & 0 & x & -1 \\ a_4 & 0 & 0 & x \end{vmatrix}=$________.

21.行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}=$________.

22.若 $\begin{vmatrix} \lambda-3 & 1 & -1 \\ 1 & \lambda-5 & 1 \\ -1 & 1 & \lambda-3 \end{vmatrix}=0$,则 $\lambda=$________.

23.若 $\begin{vmatrix} \lambda-3 & -2 & 2 \\ k & \lambda+1 & -k \\ -4 & -2 & \lambda+3 \end{vmatrix}=0$,则 $\lambda=$________.

24.若 $\begin{vmatrix} \lambda-a & -1 & -1 \\ -1 & \lambda-a & 1 \\ -1 & 1 & \lambda-a \end{vmatrix}=0$,则 $\lambda=$________.

25.三元一次方程组 $\begin{cases} \lambda x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+\lambda x_2+x_3=0 \\ \lambda^2 x_1+2x_2+\lambda x_3=0 \end{cases}$ 有非零解,则 $\lambda=$________.

三、解答题

26.求 5 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}$ 中含有因子 $a_{23}a_{32}$ 并带负号的所有项.

27.计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

28.计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

29.计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

30.计算行列式(1)$D=\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \\ b+c+d & a+c+d & a+b+d & a+b+c \end{vmatrix}$;(2)$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^4 & b^4 & c^4 & d^4 \end{vmatrix}$.

31.设行列式 $D=\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$,试求 $M_{41}+M_{42}+M_{43}+M_{44}$.

32.计算 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$.

33.计算行列式 $D_{n+1}=\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$,其中 $a_i\neq 0(i=0,1,2,\cdots,n)$.

34.计算行列式 $D_{n+1}=\begin{vmatrix} a_1^n & a_1^{n-1}b_1 & a_1^{n-2}b_1^2 & \cdots & a_1b_1^{n-1} & b_1^n \\ a_2^n & a_2^{n-1}b_2 & a_2^{n-2}b_2^2 & \cdots & a_2b_2^{n-1} & b_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n+1}^n & a_{n+1}^{n-1}b_{n+1} & a_{n+1}^{n-2}b_{n+1}^2 & \cdots & a_{n+1}b_{n+1}^{n-1} & b_{n+1}^n \end{vmatrix}$.

35.计算行列式 $D_n=\begin{vmatrix} x_1^2+1 & x_1x_2 & \cdots & x_1x_n \\ x_2x_1 & x_2^2+1 & \cdots & x_2x_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_nx_1 & x_nx_2 & \cdots & x_n^2+1 \end{vmatrix}$.

36.计算行列式 $D_n=\begin{vmatrix} a_1+b & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2+b & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3+b & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n+b \end{vmatrix}$.

37.计算行列式 $D_n=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n \\ x & 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 \\ x & x & 1 & 2 & \cdots & n-4 & n-3 \\ x & x & x & 1 & \cdots & n-5 & n-4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ x & x & x & x & \cdots & 1 & 2 \\ x & x & x & x & \cdots & x & 1 \end{vmatrix}$.

38.计算行列式 $D_n=\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_2 & x+a_1 \end{vmatrix}$.

39.计算行列式 $D_n=\begin{vmatrix}1+a_1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n\end{vmatrix}$,其中 $a_1a_2\cdots a_n\neq 0$.

40.求一个二次多项式 $f(x)$,使得 $f(1)=0,f(2)=3,f(-3)=28$.

41.求平面上的三条直线 $a_ix+b_iy+c_i=0(i=1,2,3)$ 相交于一个点的条件.

42.已知齐次线性方程组$\begin{cases}(3-\lambda)x_1+x_2+x_3=0\\(2-\lambda)x_2-x_3=0\\4x_1-2x_2+(1-\lambda)x_3=0\end{cases}$有非零解,求 λ 的值.

第二章　矩阵及其运算

一、选择题

1. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-1\\2&0\\3&1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&1&0\\2&3&1\end{pmatrix}$，则必有(　　).

(A)$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$　　(B)$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$　　(C)$|\boldsymbol{BA}|=-8$　　(D)$|\boldsymbol{AB}|=0$

2. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶矩阵，若 $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{B}^2$ 成立，则 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 必须满足(　　).

(A)$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{E}$ 或 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{E}$　　(B)$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$ 或 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$

(C)$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$　　(D)$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$.

3. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 均为 n 阶方阵，且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$，$\boldsymbol{AC}=\boldsymbol{CA}$，则 $\boldsymbol{ABC}=$(　　).

(A)$\boldsymbol{ACB}$　　(B)$\boldsymbol{CBA}$　　(C)$\boldsymbol{BCA}$　　(D)$\boldsymbol{CAB}$

4. 设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 都是 n 阶矩阵，满足 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$，则必有(　　).

(A)$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$ 或 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$　　(B)$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$

(C)$|\boldsymbol{A}|=0$ 或 $|\boldsymbol{B}|=0$　　(D)$|\boldsymbol{A}|+|\boldsymbol{B}|=0$

5. 已知 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶方阵，则必有(　　).

(A)$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^2=\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{AB}+\boldsymbol{B}^2$　　(B)$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$

(C)$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$ 时，那么 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$ 或 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$　　(D)$(\boldsymbol{AB})^*=\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{B}^*$

6. 设 4 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 行列式 $|\boldsymbol{A}|=2$，则行列式 $|-2\boldsymbol{A}|=$(　　).

(A)-32　　(B)-4　　(C)4　　(D)32

7. 设 4 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^*$ 的行列式 $|\boldsymbol{A}^*|=8$，则行列式 $|2\boldsymbol{A}|=$(　　).

(A)32　　(B)$\dfrac{1}{4}$　　(C)4　　(D)$\dfrac{1}{32}$

8. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶方阵，且 $\boldsymbol{A}$ 的行列式 $|\boldsymbol{A}|=a\neq 0$，而 $\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，则 $|\boldsymbol{A}^*|=$(　　).

(A)a　　(B)$\dfrac{1}{a}$　　(C)a^{n-1}　　(D)a^n

9. 设 $\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)^{\mathrm{T}}$，且 $\boldsymbol{AA}^{\mathrm{T}}=\begin{pmatrix}1&-3&-2\\-3&9&6\\-2&6&4\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}=$(　　).

(A)16　　(B)14　　(C)10　　(D)-8

10. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}a_1-a_2+2a_3&a_1-a_3&2a_1-a_2\\b_1-b_2+2b_3&b_1-b_3&2b_1-b_2\\c_1-c_2+2a_3&c_1-c_3&2c_1-c_2\end{pmatrix}$，且 $|\boldsymbol{A}|=4$，则 $|\boldsymbol{B}|=$(　　).

(A)8　　(B)4　　(C)-4　　(D)-8

11. 设 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^* = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$，且第 1 行的元素为 3 个相等的正数，则第 1 行第 1 列的元素为（　　）.

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　(B) 3　　(C) $\frac{1}{3}$　　(D) $\sqrt{3}$

12. 设 $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{E} - 2\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\alpha} = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$，且 $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}} = 1$，则 $\boldsymbol{A}$ 不满足的结论是（　　）.

(A) $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{A}$　　(B) $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{A}^{-1}$　　(C) $\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{E}$　　(D) $\boldsymbol{A}^2 = \boldsymbol{A}$

13. 设 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{B}^{-1}$，则矩阵 $\boldsymbol{C}^{-1}$ 中，第 3 行第 2 列的元素是（　　）.

(A) 2　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) 1　　(D) $\frac{3}{2}$

14. 设 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{E}$ 是 3 阶单位矩阵，如果 3 阶矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 满足关系式 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{Q} + \boldsymbol{E} = \boldsymbol{A}^2 + \boldsymbol{Q}$，那么 $\boldsymbol{Q}$ 的第 1 行的行向量是（　　）.

(A) (1,0,1)　　(B) (1,0,2)　　(C) (2,0,1)　　(D) (2,0,2)

15. 设 $\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵. 若 3 阶矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足 $\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}$，则 $\boldsymbol{X}$ 的第 3 行的行向量是（　　）.

(A) (2,1,1)　　(B) (1,2,1)　　(C) $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$　　(D) $\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}\right)$

16. 设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 都是 n 阶矩阵，则必有（　　）.

(A) $|\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}|$　　(B) $\boldsymbol{A}\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{A}$

(C) $|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}|$　　(D) $(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B})^{-1} = \boldsymbol{A}^{-1} + \boldsymbol{B}^{-1}$

17. 设 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}, \boldsymbol{A}^{-1} + \boldsymbol{B}^{-1}$ 均为 n 阶可逆矩阵，则 $(\boldsymbol{A}^{-1} + \boldsymbol{B}^{-1})^{-1} =$（　　）.

(A) $\boldsymbol{A}^{-1} + \boldsymbol{B}^{-1}$　　(B) $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$　　(C) $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}$　　(D) $(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B})^{-1}$

18. 设 $\boldsymbol{A}$ 是任一 $n(n \geqslant 3)$ 阶方阵，$\boldsymbol{A}^*$ 是其伴随矩阵，又 k 为常数，且 $k \neq 0, \pm 1$，则必有 $(k\boldsymbol{A})^* =$（　　）.

(A) $k\boldsymbol{A}^*$　　(B) $k^{n-1}\boldsymbol{A}^*$　　(C) $k^n\boldsymbol{A}^*$　　(D) $k^{-1}\boldsymbol{A}^*$

19. 设 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 非奇异 $(n \geqslant 2)$，$\boldsymbol{A}^*$ 是其伴随矩阵，则下列选项中，正确的是（　　）.

(A) $(\boldsymbol{A}^*)^* = |\boldsymbol{A}|^{n-1}\boldsymbol{A}$　　(B) $(\boldsymbol{A}^*)^* = |\boldsymbol{A}|^{n+1}\boldsymbol{A}$

(C) $(\boldsymbol{A}^*)^* = |\boldsymbol{A}|^{n-2}\boldsymbol{A}$　　(D) $(\boldsymbol{A}^*)^* = |\boldsymbol{A}|^{n+2}\boldsymbol{A}$

20. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 4 阶方阵，且行列式 $|\boldsymbol{A}| = -2$，$|\boldsymbol{B}| = 2$，则行列式 $|(\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{B}^{-1})^2\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}| =$（　　）.

(A) -32　　(B) 64　　(C) 32　　(D) -16

21. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶非零矩阵，$\boldsymbol{E}$ 为 n 阶单位矩阵，若 $\boldsymbol{A}^3 = \boldsymbol{O}$，则（　　）.

(A)$\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 不可逆，$\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 不可逆　　(B)$\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 不可逆，$\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 可逆

(C)$\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 可逆，$\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 可逆　　(D)$\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 可逆，$\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 不可逆

22. 已知 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 3 阶矩阵，矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足 $\boldsymbol{AXA}-\boldsymbol{BXB}=\boldsymbol{BXA}-\boldsymbol{AXB}+\boldsymbol{E}$，其中 $\boldsymbol{E}$ 是 3 阶单位矩阵，则 $\boldsymbol{X}=($　　$)$.

(A) $(\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{B}^2)^{-1}$　　(B) $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^{-1}$

(C) $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})^{-1}$　　(D) 条件不足，不能确定

23. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 均为同阶可逆矩阵，则 $(\boldsymbol{ABC})^{-1}=($　　$)$.

(A)$\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{C}^{-1}$　　(B)$\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}^{-1}$　　(C)$\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}^{-1}$　　(D)$\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{B}^{-1}$

24. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 均为可逆的 n 阶方阵，且 $\boldsymbol{ABC}=\boldsymbol{E}$，则下列各式中，一定成立的是(　　).

(A)$\boldsymbol{ACB}=\boldsymbol{E}$　　(B)$\boldsymbol{CBA}=\boldsymbol{E}$　　(C)$\boldsymbol{BAC}=\boldsymbol{E}$　　(D)$\boldsymbol{BCA}=\boldsymbol{E}$

25. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 2 阶矩阵，$\boldsymbol{A}^*,\boldsymbol{B}^*$ 分别为 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 的伴随矩阵，若 $|\boldsymbol{A}|=2$，$|\boldsymbol{B}|=3$，则分块矩阵 $\begin{pmatrix}\boldsymbol{O} & \boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{O}\end{pmatrix}$ 的伴随矩阵为(　　).

(A) $\begin{pmatrix}\boldsymbol{O} & 3\boldsymbol{B}^*\\ 2\boldsymbol{A}^* & \boldsymbol{O}\end{pmatrix}$　　(B) $\begin{pmatrix}\boldsymbol{O} & 2\boldsymbol{B}^*\\ 3\boldsymbol{A}^* & \boldsymbol{O}\end{pmatrix}$　　(C) $\begin{pmatrix}\boldsymbol{O} & 3\boldsymbol{A}^*\\ 2\boldsymbol{B}^* & \boldsymbol{O}\end{pmatrix}$　　(D) $\begin{pmatrix}\boldsymbol{O} & 2\boldsymbol{A}^*\\ 3\boldsymbol{B}^* & \boldsymbol{O}\end{pmatrix}$

26. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{13} & a_{12}\\ a_{21} & a_{23} & a_{22}\\ a_{31}+2a_{11} & a_{33}+2a_{13} & a_{32}+2a_{12}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}_1=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{B}=($　　$)$.

(A)$\boldsymbol{P}_3\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_2$　　(B) $\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_3$　　(C) $\boldsymbol{P}_3\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_1$　　(D) $\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_1$

27. 已知 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}a_{13} & -a_{11}+a_{12} & a_{11}\\ a_{23} & -a_{21}+a_{32} & a_{21}\\ a_{33} & -a_{31}+a_{32} & a_{31}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}_1=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}_2=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}_3=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$，其中 $\boldsymbol{A}$ 可逆，则 $\boldsymbol{B}^{-1}=($　　$)$.

(A)$\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_2$　　(B)$\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}^{-1}$　　(C)$\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_3\boldsymbol{A}^{-1}$　　(D)$\boldsymbol{P}_3\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}^{-1}$

28. 设 $\boldsymbol{A}$ 是 3 阶方阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第 1 列与第 2 列互换得 $\boldsymbol{B}$，再把 $\boldsymbol{B}$ 的第 2 列加到第 3 列得 $\boldsymbol{C}$，则满足 $\boldsymbol{AQ}=\boldsymbol{C}$ 的可逆矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 为(　　).

(A) $\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$　　(B) $\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$　　(C) $\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$　　(D) $\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

29. 设 $\boldsymbol{A}$ 是 3 阶方阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第 2 行加到第 1 行得 $\boldsymbol{B}$，再把 $\boldsymbol{B}$ 的第 1 列的 -1 倍加到第 2 列得