

影印

文淵閣

四庫全書

影印

文淵閣四庫全書

第八〇二冊

北京出版集團公司
北京出版社

本冊目次

幾何論約

卷首

清 杜知耕撰……………一

數學鑰

清 杜知耕撰……………九一

數度衍

卷首

清 方中通撰……………一三三三

附幾何約

句股引蒙

清 陳訐撰……………五九三

句股矩測解原

清 黃百家撰……………六七九

少廣補遺

清 陳世仁撰……………六九七

莊氏算學

清 莊亨陽撰……………七一七

九章錄要

清 屠文漪撰……………八五九

欽定四庫全書

子部
幾何論約卷一之首至三

欽定四庫全書

子部六

幾何論約

天文算法類二
算書之屬

提要

臣等謹案幾何論約七卷

國朝杜知耕撰知耕字臨甫號伯瞿柘城人是

編取利瑪竇與徐光啟所譯幾何原本復加

刪削故名曰論約考光啟於幾何原本之首

冠雜議數條有云此書有四不必不必疑不

欽定四庫全書

幾何論約
提要

必揣不必試不必改有四不可得欲脫之不

可得欲駁之不可得欲減之不可得欲前後

更置之不可得知耕乃刊削其文似乎蹈光

啟之所戒然讀古人書者往往各有所會心

當其獨契不必喻諸人人併不必印諸著書

之人幾何原本十五卷光啟取其六卷薩幾

里得以絕世之菽傳其國遞校之秘法其果

有九卷之冗贅待光啟去取乎亦各取其所

詳校官欽天監天文生臣司廷棟

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官降調編修臣倉聖脉

校對官書靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣王宮

繪圖監生臣林臬

欲取而已知耕之取所欲取不足異也梅文鼎算術造微而所著幾何摘要亦有所去取於其間且稱知耕是書足以相證則是書之刪繁舉要必非漫然矣乾隆四十六年九月恭校上

總纂官_臣紀昀_臣陸錫熊_臣孫士毅

總校官_臣陸費墀

欽定四庫全書

幾何論約
提要

原序

凡物之生有理有形有數三者妙於自然不可言合何有於分顧從來語格物者每詳求理而略形與數其於數雖有九章之術求其精確已苦無傳書至論物之形則絕無及者孟子曰繼之以規矩準繩以為方圓平直不可勝用意古者公輸墨翟之流未嘗不究心於此而特未及勒為一家之言與然不可考矣嘗竊論之理為物原數為物紀而形為物質形也者理數之相

欽定四庫全書

原序
幾何論約

附以立者也得形之所以然則理與數皆在其中不得其形則數有窮時而理亦杳渺而不安非理之不足恃蓋離形求理則意與象睽而理為無用即形求理則道與器合而理為有本也幾何原本一書創於西洋歐吉里斯自利瑪竇攜入中國而上海徐元扈先生極為表章譯以華文中國人始得讀之其書囊括萬象包羅諸有以為物之形有短長有濶狹有厚薄短長曰線濶狹曰面厚薄曰體以三者提其大綱而曲直相參斜

正相求方員相準多寡相較輕重相衡以虛例實用小
該大自近測遠參之伍之錯之綜之物之形得而無闕
數無道理矣顧其書雖存而習者卒鮮即稍窺其藩亦
僅以為歷學一家之言不知其用之無所不可也友人杜子
端甫東髮好學於天文律歷軒岐諸家無不該覽極
深湛之思而歸於平實非心之所安事之所驗雖古
人成說不敢從也其於是書尤沛然有得以為原書
義例條貫已無可議而解論所繫間有繁多讀者
難則知者少矣於是為之刪其冗複存其節要解取詁
題論取發解有所未明間以己意附之多者取少迂者
取徑使覽者如指掌列眉庶人不苦難而學者益多
既成徵序於予予謏陋何能為役然念先君子嘗精
研此書弗釋卷不肖總角時每聞其略今愧不能紹
前業讀杜子書而附名末議尤所欣願者故為述其大
意以應杜子之請而因為之言曰今藝學之榛荒久矣即
以律歷論二者雖同出於數然各有本末不必強同漢魏

欽定四庫全書

原序
幾何論約

三

以朱務為牽合了無確義至天文一家尤多穿鑿凡日月
交食五星凌犯有所弗通不咎推步之失反誣天行之
錯以致批根人事除翦無辜翕張政刑不可殫述蓋不
徒時刻愆期分秒失算而已是豈非學而不實之過哉
若捨去一切傳會揣合之說而以幾何之學求之則數以
象明理因數顯渙然水釋無往不合即推而廣之凡量
高測遠授土工治河渠以及百工技藝之巧日用居室
之微無一之可離者然則此書誠格致之要論藝學之
津梁也今夫釋迦之學亦來自西域中更劉宋蕭梁
諸人翻演妙諦轉涉懸渺然終屬搏沙無裨實用中
國人猶嗜之不啻饑渴幾何一書絕非其倫徐利二公
一本平實杜子所述更歸提簡學者輟其章句詞賦之
功假十一於千百數日間可得之亦何憚而不一觀與杜
子先有數學錦六卷已行於世正與幾何家相為表
裏合二書評之皆潔淨精實幾於不能損益一字語
不云乎言之無文行之不遠吾以為言之不簡不可為文

欽定四庫全書

原序
幾何論約

三

簡而不該不可為簡請以此語贅兩書讀之者既得其簡即得其該其於是道也庶幾哉吳學穎序

原序

幾何原本者西洋歐吉里斯之書自利氏西來始傳其學元扈徐先生譯以華文歷五載三易稿而後成其書題題相因由淺入深似晦而實顯似難而實易為人不可不讀之書亦人人能讀之書故徐公嘗言曰百年之後必人人習之即又以為習之晚也書成於萬歷丁未至今九十餘年而習者尚寥寥無幾其故何與蓋無以每題必先標大綱繼之以解又繼之以論多者千言少者亦不下

百餘言一題必繪數圖一圖必有數線讀者須凝精聚神手誌目顧方明其義精神少懈一題未竟已不知所言為何事習者之寡不盡由此而未必不由此也若使一題之蘊數語輒盡簡而能明約而能該篇幅既短精神易括一目了然如指諸掌吾知人人習之恐晚矣或語余曰子蓋約之余曰未易也以一語當數語聰穎者所難而況魯鈍如余者乎雖然試為之於是就其原文因其次第論可約者約之別有可發者以已意附之解

已盡者節其論題自明者併節其解務簡省文句期合
題意而止又推義比類復綴數條於末以廣其餘意
既畢事爰授之梓以就正四方倘摘其謬刪其繁補
其遺漏尤余所厚望焉杜知耕序

欽定四庫全書

幾何論約
原序

五

欽定四庫全書

幾何論約卷一之首

柘城杜知耕撰

界說三十六則

凡造論先當分別解說論中所用名目故作界說

一界點無長短廣狹厚薄

二界線有長短無廣狹厚薄

線有曲有直

三界線之界是點

四界直線止有兩端兩端之間上下更無一點

五界面有長短廣狹而無厚薄

欽定四庫全書

幾何論約
卷一之首

六界面之界是線

七界平面一面平在界之內

八界平角兩直線于平面縱橫相遇處如甲乙乙丙

兩線所作不以線之大小較論

凡言角連用三字中間一



字為所指之角如稱甲乙丙角乃指乙角而言也

九界直線相遇作角為直線角本書中所論皆是直

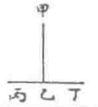


線角角有三等一直線角

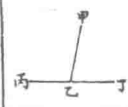
二曲線角三雜線角

十界甲乙縱線加丙丁橫線上乙左右作兩角相等

而直角方中則甲乙為丙丁之垂線



十一界凡角大于直角曰鈍角如甲乙兩角



十二界凡角小于直角曰銳角如前圖甲乙丁角

十三界界者一物之始終今所論有三界點為線之界線為面之界面為體之界體不可為界

十四界形或在一界如平圓立圓等形或在多界之間如平立

欽定四庫全書

幾何論約
卷一之首

方及平立三角
六角八角等形

十五界園自界至心任作幾許直線俱等

十六界園之中處為心

十七界自園之一界作一直線過中心至他界為園

徑徑分園為兩平分

十八界徑線與半園界所作形為半園

十九界在直線界中之形為直線形

二十界在三直線界中之形為三邊形

二十一界在四直線界中之形為四邊形

二十二界在多直線界中之形為多邊形

二十三界三邊形三邊線等為平邊三角形

二十四界三邊形兩邊線等為兩邊等三角形

二十五界三邊形三邊俱不等為三不等三角形

二十六界三邊形有一直角為三邊直角形

二十七界三邊形有一鈍角為三邊鈍角形

二十八界三邊形三角皆銳為三邊銳角形凡三邊形恒以

在下者為底
兩旁者為腰

二十九界四邊形四邊俱等而角直為直角方形

欽定四庫全書

幾何論約
卷一之首

三十界直角形其角皆直其邊兩兩相等

三十一界斜方形四邊等而非直角

三十二界長斜方形其邊兩兩相等而非直角

三十三界已上四種謂之有法四邊形四種之外他

方形皆謂之無法四邊形

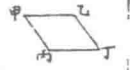
三十四界兩直線如甲乙丙丁兩線于同面行至無窮不相

離亦不相遠而不相遇為平行線



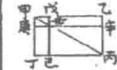
三十五界一形每兩邊有平行線甲丙與乙丁平行
甲乙與丙丁平行

為平行方形



三十六界凡平行方形于對角作直線又于兩邊縱

橫各作平行線遇對角線于壬即分此形為



四平行方形其兩形有對角線者已辛庚為

角線方形其兩形無角線者乙壬壬為餘方形

丙丁方形今止稱為
丁乙方形省文也

求作四則求作者不得
言不可作

一求自此點至彼點求作一直線

欽定四庫全書

幾何綱目

四

二求一有界直線求從一界引長之成一直線

三求不論大小以點為心求作圓

四求設一度于此求作彼度較此度或大或小凡言
度者

或線或面
或體皆是

公論十九則公論者
不可疑

一論設有多度彼此俱與他等則彼與此自相等

二論有多度等若所加之度等則合併之度亦等

三論有多度等若所減之度等則所存之度亦等

四論有多度不等若所加之度等則合併之度不等

五論有多度不等若所減之度等則所存之度不等

六論有多度俱倍于此度則彼多度俱等

七論有多度俱半于此度則彼多度俱等

八論有二度自相合謂以此度加于彼
度之上而自相合則兩度必等

九論全大于其分

十論直角俱相等

十一論有甲乙丙丁兩橫線任作一戊已縱線或正

或偏若戊已線旁同方兩角俱小于直角或
兩角并小于兩直角則兩橫線愈長愈相近

欽定四庫全書

幾何綱目

五

必有相遇處

十二論兩直線不能為有界之形

十三論兩直線止能于一點相遇

十四論有甲乙丙丁兩度等若于甲乙加乙戊于丙

戊丁丁加丁已所加兩度不等則合併之差與所
加之差等謂甲戊之大于丙已與乙戊之大于丁

已同一戊庚也

十五論有戊乙丁已兩度不等若于戊乙加乙甲于

戊丁丁加丁丙所加兩度等則合併所贏之度
已丁丙已丁加丁丙所加兩度等則合併所贏之度

與元所贏之度等謂戊甲之大于己丙與戊乙之
大于己丁同一庚戌也

十六論有甲乙丙丁兩度等若于甲乙減戊乙于丙
乙庚戌
丁己丁減己丁所減兩度不等則餘度所贏之度

與減去所贏之度等謂乙戌之大于己丁與丙己
之大于甲戌同一庚戌也

十七論有甲戌丙己兩度不等若于甲戌減甲乙于
戊庚戌
乙丁丙己減丙丁所減兩度等則餘度所贏之度

與元所贏之度等謂乙戌之大于己丁與甲戌之

欽定四庫全書

幾何論約
卷一之首

六

大于丙己同一庚戌也

十八論全與諸分之并等

十九論有二全度比全倍于彼全若此全所減之度

倍于彼全所減之度則此較相減之
餘曰較亦倍于彼較

設此度二十彼度十于二十減六
于十減三則此較十四彼較七

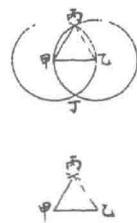
欽定四庫全書

幾何論約卷一

柘城杜知耕撰

一題

有界直線上求立平邊三角形



法曰甲乙直線上求立平邊三角
形先以甲為心乙為界作丙乙丁

圓次以乙為心甲為界作丙甲丁

圓兩圓相交于丙于丁未作甲丙乙丙兩線即甲

欽定四庫全書

幾何論約
卷一

乙丙為平邊三角形

論曰兩圓既等甲乙乙丙丙甲三線皆圓之半徑

故等界說
十五

用法不必作全圓但作短界線相交處即得丙圖下

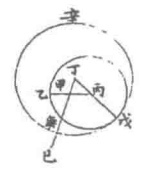
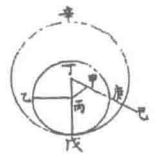
二題

一直線或內或外有一點求以點為界作直線與元

線等

法曰有甲點及乙丙線求以甲為界作一線與乙

丙等先以丙為心乙為界作乙戊圓次觀甲點若



在丙乙之外則作甲丙線

如上圖或甲點在丙乙之

內則截取甲丙線如下圖

兩法俱以甲丙線為底作甲丁丙平邊三角形

一次引丁丙至乙戊圓界為丙戊引丁甲出圓界

外稍長為甲已末以丁為心戊為界作辛戊圓其

丁已線與辛戊圓相交于庚即甲庚與乙丙等

論曰丁戊丁庚同為外圓半徑故等丙戊丙乙同

為內圓半徑亦等于丁庚減丁甲于丁戊減丁丙

欽定四庫全書

幾何論約

其所減兩腰等則所存必等

丙戊即等于丙乙矣

若所設甲點在丙乙線之一界其法尤易若甲點

在丙即以丙為心作乙戊圓從丙至戊即所求

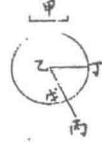
三題

長短兩直線求于長線減去短線之度

法曰甲短線乙丙長線求于乙丙減甲

先作乙丁線與甲等次以乙為心丁為

界作圓圓界交乙丙于戊即乙戊與等甲之乙丁



等蓋乙丁乙戊同心同圓故也

四題

兩三角形若相當之兩腰各等各兩腰間角等則兩

底必等而兩形亦等其餘各兩角相當者俱等

解曰甲乙丙丁戊己兩角形甲與丁兩角等甲丙

與丁己兩線甲乙與丁戊兩線各等

題言乙丙與戊己兩底必等而兩角

形亦等乙與戊兩角丙與己兩角俱等

也

欽定四庫全書

幾何論約

五題

三角形若兩腰等則底線兩端之兩角等而兩腰引

出之其底之外兩角亦等

解曰甲乙丙角形其甲丙與甲乙兩腰等

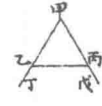
題言甲丙乙與甲乙丙兩角等又引甲丙

至戊引甲乙至丁其乙丙戊與丙乙丁兩外角亦

等

增凡三邊等形其三角俱等

六題



三角形若底線兩端之兩角等則兩腰亦等

七題

一線為底出兩腰線其相遇止有一點不得別有腰線與元腰線等而于此點外相遇


解曰乙丙線為底于乙于丙各出一線至甲點相遇不得于乙上更出一線與甲乙等丙

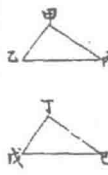
上更出一線與甲丙等而不于甲相遇

八題

兩三角形若相當之兩腰各等兩底亦等則兩腰間

角必等

欽定四庫全書
幾何論約
卷一


解曰甲乙丙丁戊己兩角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁己兩腰各等乙丙

與戊己兩底亦等題言甲丁兩角必等

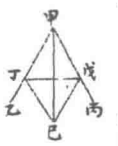
系本題止論甲丁兩角若旋轉依法論之即三角

皆同可見凡線等角必等不可疑也

九題

有直線角求兩分之

法曰乙甲丙角求兩平分之先于甲乙線任截一



分為甲丁次于甲丙截甲戊與甲丁等
次作丁戊線次以丁戊為底立丁己戊
平邊三角形一本卷末作甲己線即乙甲丙角為兩

平分


用法如前截取甲丁甲戊即以丁為心
向乙丙間作一短界線次用元度以戊

為心亦如之兩界線交處即得已一本卷

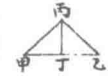
十題

一有界線求兩平分之

欽定四庫全書

幾何論約
卷一

法曰甲乙線求兩平分先以甲乙為底作甲乙丙


兩邊等三角形一本卷次平分丙角一本卷作丙
丁線即平分甲乙于丁

用法以甲為心任用一度但須長于甲乙線之半

向上向下各作一短界線次用元度以乙

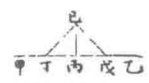
為心亦如之兩界線交處即丙丁末作丙

丁線即平分甲乙于戊

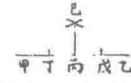
十一題

一直線任于一點上求作垂線

法曰甲乙直線任指丙點求作垂線先任用一度



于丙左右各截一界為丁為戊次以丁戊為底作丁己戊兩邊等角形一本卷末作己丙線即為甲乙之垂線



用法于丙點左右如前截取丁與戊即以丁為心任用一度但須長于丙丁線向丙上方作短界線次用元度以戊為心亦如之兩界線交處即已

增若所欲立垂線之點在線末甲界上甲外無餘

欽定四庫全書

幾何論約

卷一

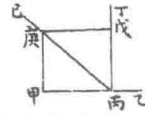
線可截則于甲乙線上任取丙點如前法于丙上

立丁丙垂線次平分甲丙丁角為己丙線次于丁

丙線截取戊丙與甲丙等次于戊上立垂

線與己丙線相遇于庚末自庚作庚甲線

為所求

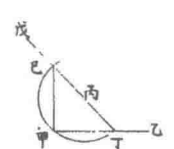


論曰庚丙甲庚丙戊兩角形等甲與戊兩角必等

戊既直角則甲亦直角故庚甲為甲乙之垂線

用法甲點上欲立垂線先以甲為心向元線上方

任抵一界為丙次用元度以丙為心作大半圓圓



界遇甲乙線于丁次自丁至丙作直線引長至戊過圓界于己末作己甲線為所求

耕曰丁己既過丙心即是圓徑而已甲丁則全圓之半也丁甲己角既負半圓必為直角三卷三十一故己甲為甲乙之垂線

十二題

有無界直線之外有一點求自點作垂線至直線上

法曰甲乙線外有丙點求自丙作垂線至甲乙先

欽定四庫全書

幾何論約

卷一

以丙為心作一圓令兩交于甲乙線為丁

為戊次作丙丁丙戊兩線次平分丁戊于

己一本卷末作丙己為所求



用法以丙為心向直線兩處各作短界線為甲為

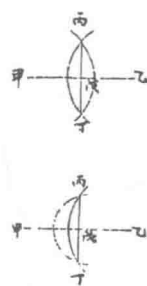
乙次用一度以甲為心向丙點相望處作

短界線乙為心亦如之兩界線交處為丁

末作丙丁交直線于戊即丙戊為垂線

又用法于甲乙線上近甲或近乙任取一點為心

以丙為界作一圓界于丙點及相望處各稍引長



之次于甲乙線上視前心或相望如上圖或進或退如下圖任移一點為心以丙為界作一圓

界與前圓界交處得丁未作丙丁線交甲乙線于

戊即丙戊為垂線若近界作垂線無可截取亦用此法

十三題

一直線至他直線上所作兩角非直角即等于兩直

角

解曰甲乙線至丙丁線上作甲乙丙甲乙丁兩角

欽定四庫全書

幾何論約

卷一

題言此兩角若非直角即一銳一鈍而并之等于兩直角

論曰試作戊乙垂線本卷十一則成戊乙丁戊乙丙兩

直角甲乙丁角加一戊乙甲角與戊乙丁直角等

甲乙丙角減一戊乙甲角與戊乙丙直角等故甲

乙丁甲乙丙兩角并與兩直角等

十四題

一直線于線上一點出不同方兩直線偕元線每旁

作兩角若旁兩角與兩直角等即後出兩線為一直

線



解曰甲乙線于丙點上左出一線為丙丁右出一線為丙戊若甲丙戊甲丙丁兩角與兩

直角等題言丁丙與丙戊是一直線論同前題

十五題

凡兩直線相交作四角每兩交角必等

解曰甲乙丙丁兩線相交于戊題言甲戊丙丁戊

乙兩角甲戊丁丙戊乙兩角各等

論曰兩直線相交則甲戊丁丁戊乙必等于

欽定四庫全書

幾何論約

卷一

兩直角甲戊丁甲戊丙亦等于兩直角本卷十三是甲

戊丁丁戊乙兩角並與甲戊丁甲戊丙兩角並等

矣試減同用之甲戊丁角所存丁戊乙甲戊丙兩

角必等餘兩角亦同此論

一系推顯兩直線相交作四角與四直角等

二系凡直線相交于一點不論幾許線幾許角定

與四直角等

增題一直線內出不同方兩直線而所作兩交角

等即後出兩線為一直線理同本題反言之

十六題

凡三角形之外角必大于相對之各角

解曰甲乙丙角形自乙甲線引至丁題言

丁甲丙外角必大于相對之甲乙丙甲丙

乙丙角



論曰試以甲丙平分于戊作乙戊線引長之從戊

截取戊己與乙戊等次作甲己線成甲戊己戊乙

丙兩角形其戊己與戊乙戊甲與戊丙各等甲戊

己乙戊丙兩交角又等本卷十五則甲己與乙丙兩底

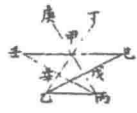
欽定四庫全書

幾何論約

亦等本卷四而已甲戊與戊丙乙兩角亦等

矣夫己甲戊乃丁甲丙之分則丁甲丙大

于己甲戊亦大于相等之戊丙乙矣依前



推顯庚甲乙大于辛乙丙庚甲乙又與丁甲丙兩

交角相等本卷十五是丁甲丙亦大于辛乙丙矣

十七題

凡三角形之每兩角必小于兩直角

解曰甲乙丙角形題言每兩角并俱小于兩



論曰試引丙乙至丁甲乙丙甲乙丁兩角并與兩

直角等本卷十三而甲乙丁外角必大于甲丙乙內角

本卷十六是甲乙丙與甲丙乙兩角并小于兩直角矣

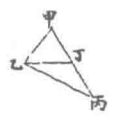
餘二角倣此

十八題

凡三角形大邊對大角小邊對小角

解曰甲乙丙角形之甲丙邊大于甲乙邊

乙丙邊題言甲乙丙角大于甲丙兩角



論曰試于甲丙線上截甲丁與甲乙等作乙丁線

欽定四庫全書

幾何論約

則甲乙丁與甲丁乙兩角等矣本卷五夫甲丁乙角

者乙丙丁角形之外角必大于相對之丁丙乙內

角本卷十六則甲乙丁角亦大于甲丙乙角而况甲乙

丙又函甲乙丁于其中不更大于甲丙乙乎如乙

丙邊大于甲乙邊則甲角亦大于丙角依此推顯

十九題

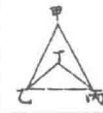
凡三角形大角對大邊小角對小邊

二十題

凡三角形之兩邊并必大于一邊

二十一題

凡三角形于一邊之兩界出兩線復作一三角形在其內則內形兩腰并必小于相對兩腰并而後兩線所作角必大于相對角



解曰甲乙丙角形于乙丙邊之兩界各出一線遇于丁題言丁丙丁乙兩線并必小于甲乙甲丙并而乙丁丙角必大于乙甲丙角

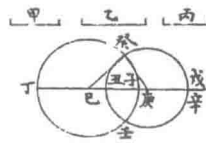
二十二題

三直線其每兩線并大于一線求作三角形

欽定四庫全書

幾何論約

十一



法曰甲乙丙三線其第一第二線并大于第三線若兩線比第三線或等或小即不能作三角形見本卷二十求作三角形先任作丁戊線長于三線并次截丁己與甲等截己庚與乙等

截庚辛與丙等次以己為心丁為界作丁壬癸圓

以庚為心辛為界作辛壬癸圓其兩圓相遇下

為壬上為癸末以庚己為底作癸庚癸己兩線即

得己癸庚三角形

壬點亦可作若兩圓不相交即是兩線或等或小于第三線

不成三角形

用法先作丁戊線與乙等次以丁為心甲為度向上作短界線次以戊為心丙為度亦如之交處得己末作己丁己戊兩線為所求

若設一三角形

求別作一形與之等亦用此法

二十三題

一直線任于一點上求作一角與所設角等



法曰甲乙線于丙點求作一角與丁戊己角等先任作庚辛線成庚戊辛角形

次依甲乙線作丙壬癸角形與戊庚辛等

本卷二十二

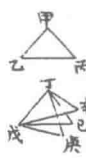
欽定四庫全書

幾何論約

十三

二十四題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之腰間角大則底亦大



解曰甲乙丙與丁戊庚兩角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁庚兩腰各等若

甲角大于戊丁庚角題言乙丙底亦大于戊庚底

耕曰設丁戊己與甲乙丙形等則角與底必俱等

若丁己線開至辛甲角小于丁角而乙丙底亦必

小于戊辛底若丁己線斂至庚甲角大于丁角而