

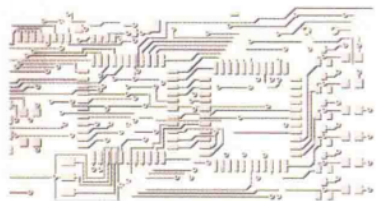


普通高等教育“十三五”规划教材

信号与系统

XINHAO YU XITONG

魏春英 高晓玲 主编



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

策划人: 彭楠 王晓丹
责任编辑: 张珊珊
封面设计: 七星工作室

XINHAO YU XITONG

策划中心

电话: 010-62281064

E-mail: 17638970@qq.com

ISBN 978-7-5635-4973-3



9 787563 549733 >

定价: 35.00元

2017



普通高等教

信号与系统

魏春英 高晓玲 主编



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 简 介

本教材系统地介绍了信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法。全书共分8章,内容包括:信号与系统的基本概念;连续时间信号与系统的时域分析;连续时间信号与系统的频域分析;连续时间信号与系统的复频域分析;离散时间信号与系统的时域分析;离散时间信号与系统的Z域分析;连续与离散系统的状态变量分析;信号与系统的MATLAB辅助分析。

本教材采用数学概念与物理概念并重的处理方式,按照先输入/输出后状态变量描述,先连续后离散,先时域后变换域的结构体系。阐述了连续时间信号和离散时间信号通过线性时不变系统的时域分析和频域变换,引入MATLAB软件作为信号与系统的分析工具,来实现原理、方法与应用的三结合。书中配有大量的例题和习题,并在书后附有部分习题参考答案,以利于读者对基本内容的理解和学习。

本教材可作为高等院校电子信息工程、通信工程、电气工程及自动化、网络工程等专业的“信号与系统”课程的教材,也可以供从事相关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统 / 魏春英, 高晓玲主编. -- 北京: 北京邮电大学出版社, 2017.4

ISBN 978-7-5635-4973-3

I. ①信… II. ①魏… ②高… III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 299421 号

书 名: 信号与系统

著作责任者: 魏春英 高晓玲 主编

责任编辑: 张珊珊

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发行部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 保定市中国画美凯印刷有限公司

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 15.75

字 数: 412 千字

版 次: 2017 年 4 月第 1 版 2017 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-4973-3

定价: 35.00 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

前 言

“信号与系统”课程是高等工科院校电子信息工程、通信工程、自动化、电子信息科学与技术等专业的专业基础课,在现代科技飞速发展的今天,在无线通信、微电子、遥感科学、高速数据处理、新能源技术乃至生命科学等领域,都渗透着信号与系统的概念,因此,该课程的地位不言而喻。编者在多年“信号与系统”课程的教学实践基础上,参阅了大量国内外优秀教材后,编写了本教材。

本教材以信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法为教学重点,在内容安排上,以确定信号和线性时不变系统为重点,先时域后变换,先连续后离散,先输入/输出描述后状态空间描述。这样的体系结构,遵循了先易后难,循序渐进的教学原则,便于学生理解和掌握知识。在内容处理上,删繁就简,突出概念,保证重点。

本教材主要建立信号分析与系统分析的逻辑关系,明确时域分析与变换域分析的相互关系和各自的适用范畴。在时域分析中,着重于基本信号的数学定义和性质、信号的变换与运算以及系统的描述与时域特性等的讲述;着重突出了傅里叶变换,拉普拉斯变换和 Z 变换的数学概念、基本性质等。教材引入了具有强大计算功能的 MATLAB 软件,引导学生学会运用这一方法快速地解决信号与系统分析的有关问题,使学生有效地学习和理解新知识、并从一定程度上提高工程实践能力,实现了经典理论与现代计算机技术相结合。

本书由魏春英和高晓玲主编,其中魏春英编写第 1 章、第 2 章、第 4 章和第 6 章,高晓玲编写第 3 章、第 5 章和第 7 章及第 8 章。

本书在编写过程中参考了诸多文献资料,在此向文献资料的作者们表示衷心感谢!

由于编者水平有限,教材中难免存在不足之处,敬请读者批评指正。

编 者

目 录

第 1 章 信号与系统的基本概念	1
1.1 信号与系统	1
1.2 信号的描述与分类	2
1.2.1 信号的描述	2
1.2.2 信号的分类	3
1.3 基本的连续时间信号	4
1.3.1 正弦信号	4
1.3.2 指数信号	4
1.3.3 复指数信号	5
1.3.4 $\text{Sa}(t)$ 信号 (采样信号)	5
1.4 信号的基本运算与变换	6
1.4.1 信号的基本运算	6
1.4.2 信号的变换	7
1.5 阶跃信号和冲激信号	9
1.5.1 单位斜变信号	9
1.5.2 单位阶跃信号	9
1.5.3 单位冲激信号	10
1.5.4 单位冲激偶信号	12
1.6 信号的分解	14
1.6.1 直流分量与交流分量	14
1.6.2 偶分量与奇分量	14
1.6.3 脉冲分量	15
1.6.4 实部分量与虚部分量	16
1.7 系统模型及其分类	16
1.7.1 系统的数学模型	17
1.7.2 系统的模拟	17
1.7.3 系统的分类	17
1.8 线性时不变系统	18
1.8.1 叠加性与均匀性	18

1.8.2 时不变性	18
1.8.3 微分与积分特性	19
1.8.4 因果性	19
1.8.5 稳定性	20
1.9 系统分析方法综述	20
习题一	20
第2章 连续时间信号与系统的时域分析	23
2.1 微分方程的建立与求解	23
2.1.1 微分方程的建立	23
2.1.2 微分方程的求解	25
2.1.3 零输入响应和零状态响应	27
2.2 冲激响应和阶跃响应	30
2.2.1 冲激响应	30
2.2.2 阶跃响应	33
2.3 卷积积分	34
2.3.1 卷积的定义	34
2.3.2 利用卷积求系统的零状态响应	34
2.3.3 卷积的计算	35
2.3.4 卷积积分的性质	36
习题二	38
第3章 连续时间信号与系统的频域分析	41
3.1 周期信号的分解与合成	41
3.1.1 周期信号的三角级数表示	41
3.1.2 周期信号的复指数级数表示	43
3.2 周期信号的频谱	45
3.2.1 周期信号频谱的特点	45
3.2.2 周期矩形脉冲信号的频谱	47
3.2.3 周期信号的平均功率	50
3.3 非周期信号的频谱	50
3.3.1 傅里叶变换	50
3.3.2 典型信号的傅里叶变换	52
3.3.3 非周期信号的能量	58
3.4 傅里叶变换的性质	58
3.4.1 线性性质	58
3.4.2 尺度变换特性	59
3.4.3 时移特性	60
3.4.4 频移特性	62
3.4.5 时-频对称性	64

3.4.6	卷积定理	65
3.4.7	时域微分特性	66
3.4.8	时域积分特性	67
3.4.9	频域微分特性	68
3.4.10	频域积分特性	69
3.5	周期信号的傅里叶变换	70
3.5.1	正、余弦函数的傅里叶变换	70
3.5.2	一般周期信号的傅里叶变换	70
3.6	连续系统的频域分析	72
3.6.1	频域系统函数	72
3.6.2	无失真传输	76
3.6.3	理想低通滤波器的响应	77
3.7	取样定理	79
3.7.1	信号的取样	79
3.7.2	取样定理	82
3.8	频域分析用于通信系统	84
3.8.1	信号的调制与解调	84
3.8.2	多路复用	86
	习题三	89
第4章	连续时间信号与系统的复频域分析	95
4.1	拉普拉斯变换	95
4.1.1	从傅里叶变换到拉普拉斯变换	95
4.1.2	拉普拉斯变换的收敛域	96
4.1.3	常用信号的拉普拉斯变换	97
4.2	拉普拉斯变换的基本性质	98
4.2.1	线性性质	98
4.2.2	时移(延时)性质	99
4.2.3	复频移特性	99
4.2.4	时域微分性质	100
4.2.5	时域积分性质	101
4.2.6	尺度变换性质	102
4.2.7	初值与终值定理	103
4.2.8	时域卷积定理	104
4.3	拉普拉斯逆变换	105
4.4	连续时间系统的复频域分析	109
4.4.1	微分方程的复频域求解	109
4.4.2	电路的模型及复频域求解	111
4.5	系统函数与系统特性	115
4.5.1	系统函数	115

4.5.2 系统函数的零、极点	116
4.5.3 系统函数的零、极点分布与时域特性的关系	117
4.5.4 系统函数的零、极点分布与频域特性的关系	119
4.6 线性系统的稳定性	120
4.6.1 系统稳定的概念	120
4.6.2 系统稳定性判据	121
4.7 线性系统的模拟	124
4.7.1 基本运算单元	124
4.7.2 系统模拟的直接形式	124
4.7.3 系统模拟的组合形式	125
习题四	127
第5章 离散时间信号与系统的时域分析	132
5.1 离散时间信号	132
5.1.1 离散时间信号	132
5.1.2 离散时间信号的基本运算	132
5.1.3 典型离散时间信号	133
5.2 离散时间系统	136
5.2.1 离散时间系统的描述	136
5.2.2 离散时间系统的模拟	138
5.3 离散时间系统的时域分析	140
5.3.1 差分方程的时域求解	140
5.3.2 单位序列响应和阶跃响应	143
5.4 卷积和及其应用	144
5.4.1 离散信号的分解与卷积和	144
5.4.2 离散系统的零状态响应	147
习题五	149
第6章 离散时间信号与系统的Z域分析	151
6.1 Z变换	151
6.1.1 双边Z变换的定义	151
6.1.2 Z变换的收敛域	152
6.1.3 典型序列的变换	154
6.2 双边Z变换的性质	156
6.2.1 线性性质	156
6.2.2 时移性质	157
6.2.3 Z域尺度变换	158
6.2.4 卷积定理	159
6.2.5 Z域微分特性	159
6.2.6 Z域积分特性	160

6.2.7 初值定理	161
6.2.8 终值定理	161
6.3 Z 逆变换	162
6.3.1 幂级数展开法(长除法)	163
6.3.2 部分分式展开法	164
6.4 离散系统的 Z 域分析	167
6.5 系统函数与系统特性	169
6.5.1 系统函数的定义	170
6.5.2 $H(z)$ 的零点和极点与时域响应关系	170
6.5.3 系统函数与系统的因果稳定关系	171
6.6 离散时间系统频率响应	172
6.6.1 频率响应	173
6.6.2 系统零极点分布与系统频率响应特性的关系	174
6.7 离散时间系统的 Z 域模拟	176
6.7.1 基本运算单元	176
6.7.2 系统模拟的直接形式	176
6.7.3 系统模拟的组合形式	177
习题六	178
第 7 章 连续与离散系统的状态变量分析	181
7.1 线性系统的状态方程	181
7.1.1 状态变量与状态方程	181
7.1.2 动态方程的一般形式	183
7.2 连续系统状态方程的建立	185
7.2.1 电路状态方程的列写	185
7.2.2 由系统的模拟框图或信号流图建立状态方程	186
7.2.3 由微分方程或系统函数建立状态方程	187
7.3 离散系统状态方程的建立	189
7.3.1 离散系统状态方程的一般形式	189
7.3.2 由系统框图或信号流图建立状态方程	190
7.3.3 由差分方程或系统函数建立状态方程	191
7.4 系统状态方程的求解	192
7.4.1 连续系统状态方程的求解	192
7.4.2 离散系统状态方程的求解	193
7.5 系统的可控制性和可观测性	197
习题七	198
第 8 章 信号与系统的 MATLAB 辅助分析	201
8.1 信号与系统概念的 MATLAB 实现	201
8.1.1 连续时间信号的 MATLAB 表示	201

8.1.2 常用连续信号的 MATLAB 表示 202

8.1.3 用 MATLAB 实现连续信号的基本运算 206

8.2 连续时间系统时域分析的 MATLAB 实现 207

8.3 连续时间信号与系统频域分析的 MATLAB 实现 212

8.4 连续时间信号与系统复频域分析的 MATLAB 实现 217

8.5 离散时间系统时域分析的 MATLAB 实现 221

8.6 离散时间系统 Z 域分析的 MATLAB 实现 226

8.7 系统状态变量分析法的 MATLAB 实现 229

部分习题答案..... 233

参考文献..... 242

第1章 信号与系统的基本概念

1.1 信号与系统

古往今来,人们曾寻求各种通信方法,以实现信号的传输。我国古代利用烽火传送警报。此后希腊人也以火炬的位置表示字母符号。这种光信号的传输构成最原始的光通信系统。利用击鼓鸣金可以报送时刻或传达命令,这是信号的传输。以后又出现了信鸽、旗语、驿站等传递消息的方法。然而,这些方法无论在距离、速度或可靠性与有效性方面仍然没有得到明显的改善。1837年莫尔斯发明了电报。1876年贝尔发明了电话,直接将声音信号(语音)转变为电信号沿导线传送。1894年,意大利的马可尼和俄国的波波夫分别发明了无线电。传输距离从开始时的仅数百米到1901年成功实现了横渡大西洋,从此,传输电信号的通信方式得到广泛应用和迅速发展。如今无线电信号的传输不仅可以飞越高山海洋,而且可以遍及全球并通向宇宙。例如,以卫星通信技术为基础构成的“全球定位系统”(Global Position System, GPS)可以利用无线电信号的传输,测定地球表面和周围空间的任意目标位置,其精度可达数十米。而个人通信技术的发展前景指出:任何人在任何时候和任何地方都能够和世界上其他人进行通信。人们利用手持通信机,以个人相应的电话号码呼叫或被呼叫,进行语音、图像、数据等各种信号的传输。

随着信号传输、信号交换理论与应用的发展,同时出现了所谓“信号处理”的新课题。什么是信号处理?即可以把某些消息借一定形式的信号传送出去。信号是消息的表现形式,消息则是信号的具体内容。也可理解为对信号进行某种加工和变换。无论加工和变换的目的是消弱信号中的多余内容、滤除混杂的噪声和干扰,还是将信号变换成容易分析与识别的形式,便于估计和选择它的特征参量。20世纪80年代以来,由于高速计算机的应用,大大促进了信号处理研究的发展。而信号处理的应用遍及许多科学领域。例如,从月球探测器发来的电视信号可能被淹没在噪声中,但是,利用信号处理技术就可以增强在地球上的图像。石油勘探、地震测量及核试验监测中所得数据的分析都依赖于信号处理技术的应用。此外,在心电图与脑电图分析、语音识别与合成、图像压缩、工业生产自动控制(如化学过程控制)以及经济形势预测(如股票市场分析)等各种科学领域中都广泛采用信号处理技术。

信号传输、信号交换和信号处理相互密切联系(也可认为交换是属于传输的组成部分),又各自形成了相对独立的学科体系。他们的共同的理论基础之一是研究信号的基本性能(进行信号分析),包括信号的描述、分解、变换、检测、特征提取以及为适应指定要求而进行信

号设计。

“系统”是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。

在信息科学技术领域中,常常利用通信系统、控制系统和计算机系统进行信号的传输、交换与处理。实际上,往往需要将系统共同组成一个综合性的复杂体,例如宇宙航行系统。

通常,组成通信、控制系统和计算机系统的主要部件中包括大量的、多种类型的电路。电路也称电网或网络。图 1-1 给出了通信系统的组成框图。

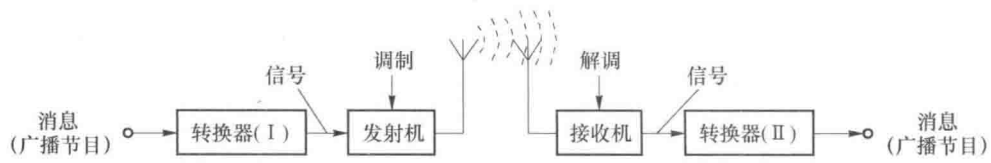


图 1-1 通信系统的组成

信号、电路与系统之间有着十分密切的联系。离开了信号,电路与系统将失去意义。信号作为传输消息的表现形式,可以看作运载消息的工具,而电路或系统则是为传送信号或对信号进行加工处理而构成的某种组合,图 1-2 表示信号与系统的关系。

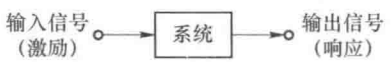


图 1-2 信号与系统关系

近年来,由于大规模集成化技术的发展以及各种复杂系统部件的直接采用,使系统、网络、电路以及这些名词的划分成了困难,它们当中许多问题互相渗透,需要统一分析、研究和处理。

在本书中,系统、网络与电路等名词通用。一般情况下,网络指电路,仅在个别小节内涉及信息网络(通信网)。

1.2 信号的描述与分类

1.2.1 信号的描述

信号是消息的表现形式,通常体现为随若干变量而变化的某种物理量。在数学上,可以描述为一个或多个独立变量的函数。例如,在电子信息系统中,常用的电压、电流、电荷或磁通等电信号可以理解为是时间 t 或其他变量的函数;在气象观测中,由探空气球携带仪器测量得到的温度、气压等数据信号,可看成是随海拔高度 h 变化的函数;又如在图像处理系统中,描述平面黑白图像像素灰度变化情况的图像信号,可以表示为平面坐标位置 (x, y) 的函数,等等。

如果信号是单个独立变量的函数,称这种信号为一维信号。一般情况下,信号为 n 个独立变量的函数时,就称为 n 维信号。本书只讨论一维信号。并且,为了方便起见,一般都将信号的自变量设为时间 t 或序号 k 。

与函数一样,一个实用的信号除用解析式描述外,还可用图形、测量数据或统计数据描述。通常,将信号的图形表示称为波形或波形图。

1.2.2 信号的分类

信号的分类方法很多,可以从不同的角度对信号进行分类。在信号与系统分析中,我们常以信号所具有的时间函数特性来加以分类。这样,信号可以分为确定信号与随机信号(如图1-3所示)、连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号、实信号与复信号等。

1. 确定信号与随机信号

确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号,在其定义域内任意时刻都有确定的函数值。例如电路中的正弦信号和各种形状的周期信号等。

如果信号是时间的随机函数,事先将无法预知它的变化规律,这种信号称为不确定信号或随机信号。

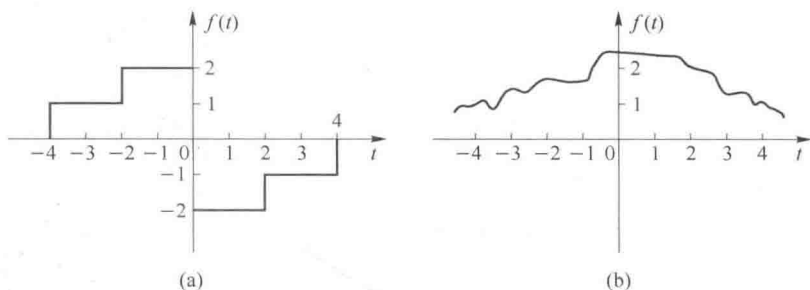


图 1-3 确定信号与随机信号波形

2. 连续时间信号与离散时间信号

一个信号,如果在某个时间区间内除有限个间断点外都有定义,就称该信号在此区间内为连续时间信号,简称连续信号。时间(自变量)和函数值都连续的信号又称为模拟信号。

仅在离散时刻点上有定义的信号称为离散时间信号,简称离散信号。这里“离散”一词表示自变量只取离散的数值,相邻离散时刻点的间隔可以是相等的,也可以是不相等的。在这些离散时刻点以外,信号无定义。信号的值域可以是连续的,也可以是不连续的。

连续时间信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。时间和幅值均连续的信号称为模拟信号。离散时间信号的幅值也可以是连续或离散的(如图1-4所示)。时间和幅值均为离散的信号称为数字信号。时间离散而幅值连续的信号称为采样信号。

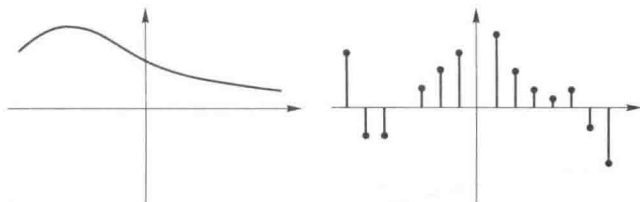


图 1-4 连续时间信号波形与离散时间信号波形

3. 周期信号与非周期信号

在确定信号中又有周期信号与非周期信号之分。周期信号是每隔一个固定的时间间隔重复变化的信号。连续周期信号的数学表示为

$$f(t) = (t + nT), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-1)$$

满足此关系的最小 T 值称为信号的周期。若信号在时间上不具有周而复始的特性,则称为非周期信号。如果令周期信号的周期 T 趋于无穷大,则周期信号就变成了非周期信号。

4. 能量信号与功率信号

如果把信号 $f(t)$ 看作是随时间变化的电压和电流,则当信号 $f(t)$ 通过 $1\ \Omega$ 电阻时,信号在时间间隔 $-T \leq t \leq T$ 内所消耗的能量称为归一化能量,即为

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T f^2(t) dt \quad (1-2)$$

而在上述时间间隔 $-T \leq t \leq T$ 内的平均功率称为归一化功率,即为

$$P = \frac{1}{2T} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T f^2(t) dt \quad (1-3)$$

如果在无限大时间区间内信号的能量为有限值(此时平均功率 $P=0$),就称该信号为能量有限信号,简称能量信号。如果在无限大时间区间内,信号的平均功率为有限值(此时信号能量 $E=\infty$),则称此信号为功率有限信号,简称功率信号。

5. 一维信号和多维信号

从数学表达式来看,一维信号就是只由一个自变量描述的信号,如语音信号。反之,多维信号就是由多个自变量描述的信号,如静态图像为二维信号、视频为三维信号。

6. 实信号与复信号

按照信号的值是实数还是复数,信号又有实信号与复信号之分。实信号就是数学中的实函数,复信号即复(数)值函数。显然,实信号是复信号的一种特殊情况。

信号除了上述分类外,还有其他类型之分,这里就不一一介绍了。

1.3 基本的连续时间信号

1.3.1 正弦信号

正弦信号与余弦信号仅在相位上相差 90° ,经常统称为正弦或余弦信号,可通过三角函数互相转换,故经常将两者统称为正弦信号其一般表达式为 $f(t) = K \sin(\omega t + \theta)$,其中 K 为振幅, ω 为角频率, θ 为初相位。正弦信号的波形如图 1-5 所示。

1.3.2 指数信号

指数信号的数学表达式为

$$f(t) = K e^{\alpha t} \quad (1-4)$$

式中的 K 为常数,且表示指数信号在 $t=0$ 点的初始值。当 α 为实常数时, $f(t) = K e^{\alpha t}$ 为实指数信号。若 $\alpha > 0$,信号 $f(t)$ 随时间单调增长;若 $\alpha < 0$,信号 $f(t)$ 随时间单调衰减;当 $\alpha = 0$ 时, $f(t) = K$,信号不随时间而变化,为直流信号。指数信号的波形如图 1-6 所示。

通常把 $\tau = \frac{1}{|\alpha|}$ 称为指数信号的时间常数,记作 τ ,代表信号衰减速度,具有时间的量纲。

指数信号的一个重要特点是其积分和微分依然是指数信号。

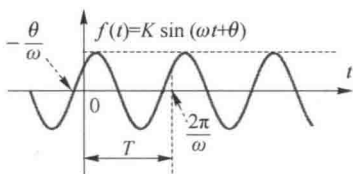


图 1-5 正弦信号

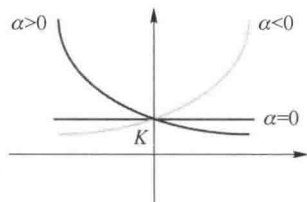


图 1-6 指数信号

实际上,用得较多的是单边指数信号,其表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Ke^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-5)$$

1.3.3 复指数信号

复指数信号的数学表达式为

$$f(t) = Ke^{st} \quad (1-6)$$

其中 $\sigma + j\omega$ 称为复频率, σ 和 ω 均为实数。借助欧拉公式可将式(1-6)展开为

$$f(t) = Ke^{st} \cos \omega t + jKe^{st} \sin \omega t \quad (1-7)$$

式(1-7)表明,复指数信号可分解为实部和虚部两部分,其中实部含有余弦信号,虚部含有正弦信号。指数因子的实部 σ 表征了正弦和余弦函数的振幅随时间变化的情况。

若 $\sigma > 0$, 正弦、余弦信号是增幅振荡;若 $\sigma < 0$ 正弦、余弦信号是减幅振荡,正弦减幅振荡信号如图 1-7 所示。指数因子的虚部 ω 是正弦、余弦信号的角频率。

综上所述,复指数信号有以下特性:

若 $\sigma = 0$, 即 s 为虚数时,则正弦、余弦信号为等幅振荡。

若 $\omega = 0$, 即 s 为实数时,则复指数为一般指数信号。

若 $\sigma = 0$, 且 $\omega = 0$, 即 $s = 0$ 时,则复指数变为直流信号。

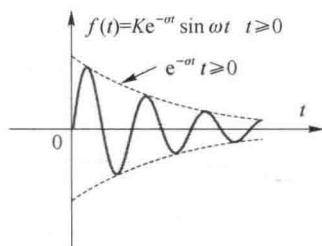


图 1-7 指数衰减的正弦信号

1.3.4 Sa(t)信号(采样信号)

采样信号数学表达式为

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin(t)}{t} \quad (1-8)$$

采样信号是本课程学习中的一个重要信号,其波形如图 1-8 所示。

由其定义可以知道 $\text{Sa}(t)$ 具有以下特性:

(1) $\text{Sa}(t)$ 为偶函数,即 $\text{Sa}(-t) = \text{Sa}(t)$, 因为它是 $\frac{1}{t}$ 与 $\sin t$ 两奇函数的乘积。

(2) 当 $t = 0$ 时, $\text{Sa}(0) = 1$, 且为最大值。

(3) 曲线呈衰减振荡,从 $-\pi$ 到 π 的“主瓣”宽度为 2π , 当 $t = \pm\pi, t = \pm 2\pi, t = \pm 3\pi, \dots$ 时

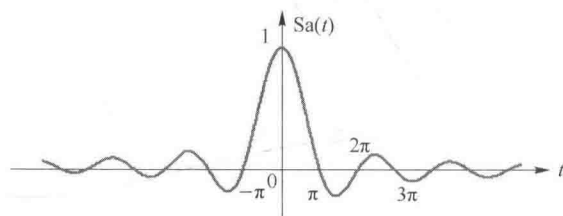


图 1-8 抽样信号

$Sa(t) = 0$ 。

$$(4) \int_0^{\infty} Sa(t) dt = \frac{\pi}{2}, \int_{-\infty}^{\infty} Sa(t) dt = \pi。$$

有时还会用到 $\text{sinc}(t)$, 其定义为

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t} \quad (1-9)$$

1.4 信号的基本运算与变换

在信号的传输与处理过程中往往需要进行信号的运算, 它包括信号的加减、延时、反转、尺度展缩、微分、积分等运算或变换, 这可统称为信号的简单处理。他们是复杂信号处理的基础。

1.4.1 信号的基本运算

1. 相加和相乘

两个信号相加, 其和信号在任意时刻的信号值等于两信号在该时刻的信号值之和。两个信号相乘, 其积信号在任意时刻的信号值等于两信号在该时刻的信号值之积。

设两个连续信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$, 则其和信号 $s(t)$ 与积信号 $P(t)$ 可表示为

$$s(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad (1-10)$$

$$P(t) = f_1(t) \cdot f_2(t) \quad (1-11)$$

两信号同一瞬时对应值的相加(相乘)运算。例如信号 $\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t$ 及 $\sin \omega t \cdot \frac{1}{3} \sin 3\omega t$ 的运算结果如图 1-9 所示。

2. 数乘(标乘)

数乘运算是信号 $f(t)$ 和一个常数 a 相乘的积, 显然数乘运算的结果仍然是连续时间信号。其运算的数学表达式为

$$y(t) = a f(t) \quad (1-12)$$

3. 微分和积分

信号的微分是指信号对时间的微分运算, 一阶微分式可表示为

$$y(t) = \frac{d}{dt} f(t) = f'(t) \quad (1-13)$$

高阶微分式为