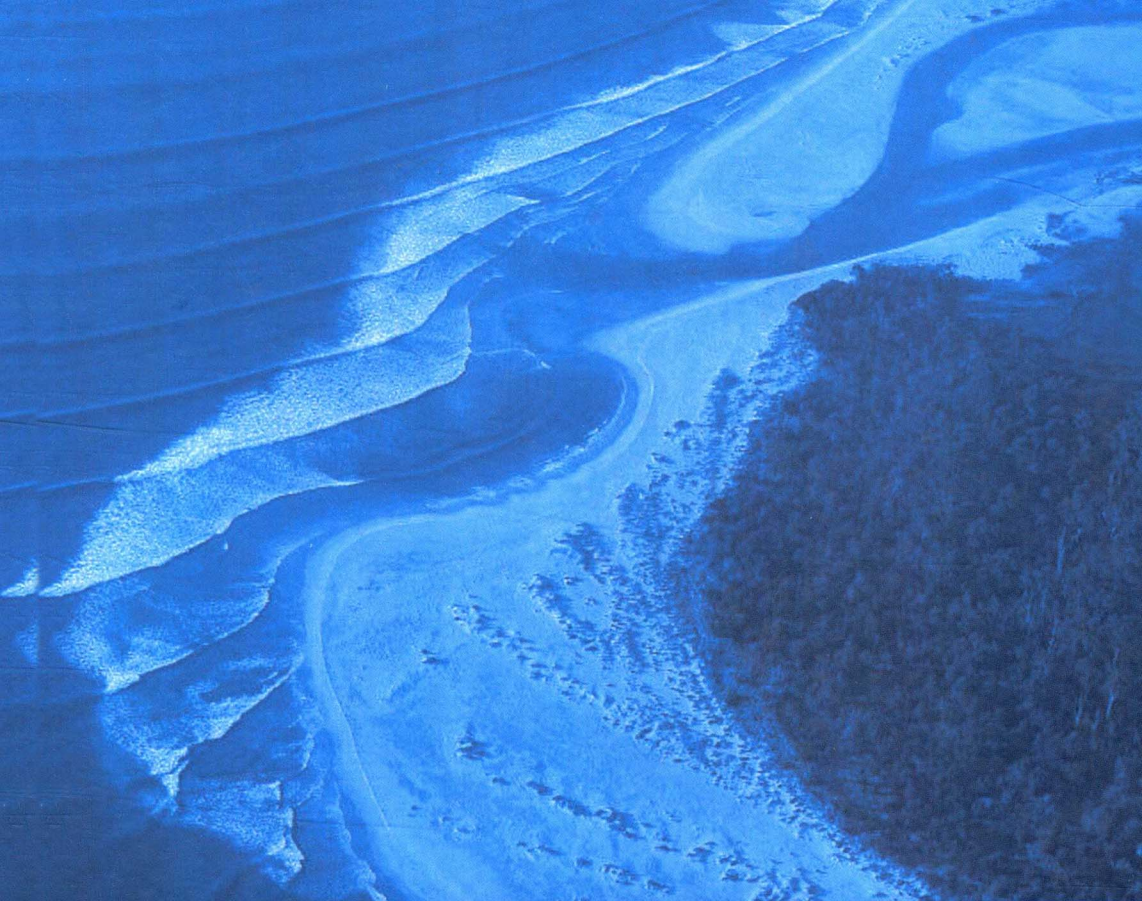




近岸水波的数值方法

余锡平 著



科学出版社

近岸水波的数值方法

余锡平 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书将散见于各类文献中各种具有典型意义的近岸水波数学模型及其相应的数值计算方法进行整理,以其精华形成一个比较完整的体系,是近岸海洋动力学以及海岸工程学领域研究人员提高数值计算理论水平的入门读物。

全书分为两篇。第一篇为近岸水波的数学模型,介绍近岸水波现象、水波的各种特征及各自的数学描述方法、水波理论的流体力学基础、常见水波方程的推导方法、近岸水波方程的拓展和修正形式。第二篇介绍绕射方程的边界元法、稳态缓坡方程的有限元法、瞬态缓坡方程的有限差分法、浅水波方程的特征差分法、浅水波方程的有限体积法、Boussinesq 方程的有限差分法、线性势波问题的边界元法、NS 方程的有限体积法和 NS 方程的光滑粒子法。书中除了计算方法的论述,还包括典型问题的计算结果。

图书在版编目(CIP)数据

近岸水波的数值方法 / 余锡平著. —北京: 科学出版社, 2017.3

ISBN 978-7-03-052196-5

I. ①近… II. ①余… III. ①水波-数值方法 IV. ①TV139.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 054520 号

责任编辑: 刘宝莉 / 责任校对: 彭珍珍 王 瑞

责任印制: 张 倩 / 封面设计: 熙 望

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 3 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2017 年 3 月第一次印刷 印张: 27 1/2

字数: 560 000

定价: 180.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

本书是 2012 年出版的拙著《近岸水波的解析理论》的姊妹作, 将其命名为《近岸水波的数值方法》, 在一定程度上也是为了强调这一点。在统筹规划两本书的内容之初, 也曾尝试过将解析理论和计算方法有机结合, 统一为一本书出版, 终因内容的选择和组织摆脱不了顾此失彼的困惑, 只好放弃这一想法。解析理论和计算方法分别成著的一个缺点是, 为了各自的完整性, 关于水波方程的流体力学基础和水波方程导出过程的内容难免有些许重复。

掩卷住笔之际稍事回顾, 意识到我打算写一本关于水波数值方法方面入门读物的决心其实由来已久。究其动机, 既是兴趣使然, 也是因为和指导研究生开展研究工作的过程中, 总觉得采用数值方法研究水波问题的同学缺少一本将水波动力学和微分方程数值求解理论进行全方位衔接的引导性著作。受此影响, 不少同学只好在基础知识不完整的情况下, 漫无边际地在期刊文献中挣扎着前行, 浪费了很多宝贵的时间。然而, 要完成一部关于水波数值计算方法的入门读物, 并期望能够囊括实际问题中常见的近岸水波数学模型, 绝非举手之劳。首先, 近岸水波的数学模型形式多样, 且不同形式的数学模型各有所长, 不针对具体的问题无法取舍。其次, 近岸水波的数值计算涉及微分方程数值理论的几乎所有方面, 涵盖有限差分法、有限单元法、边界单元法、有限体积法、无网格法等, 必须在有限的篇幅内理清重点、把握关键。最后, 关于近岸水波数值方法的文献浩瀚如海, 取其精华, 构建一个实用的知识体系, 更是一项艰难的工作。以上困难也是本书进展缓慢的重要原因之一。

本书得以完成, 首先要感谢把我指引到海岸工程学科领域的恩师林秉南先生。先生是明渠非恒定流方程特征差分方法的创始人之一, 在浅水方程数值计算方法的研究方面有高深的造诣。本书问世之际恰逢我在先生的指导下取得工学硕士学位 30 周年, 在书中特地加入了浅水方程的特征差分法一章, 也有怀念先生的寓意。此外, 和从事水波数值方法研究的国内外同行的交流, 以及和我指导的研究生在各种场合的交流, 也给了我很多启发。书中的部分内容还和他们的研究工作相关。书中有几幅示意图引自互联网, 难以逐一标注来源, 在此一并对原始作者表示感谢。我指导的博士研究生单楷越负责与出版社的联系工作, 也在此致谢。我还要特别感谢国家自然科学基金委员会杰出青年科学基金项目和教育部“长江学者奖励计划”的支持, 没有这些支持, 我的研究经历可能不会如现在这般顺利。感谢水沙科学与水利水电工程国家重点实验室自主研究项目(项目批准号:

ZY-2014-02)和国家自然科学基金委基金项目(项目批准号: 11472156)对本书出版的资助。

希望本书能对有志于近岸海洋动力学以及海岸工程学的高年级本科生或研究生提高水波数值计算理论方面的水平、增强运用数值方法研究近岸水波问题的能力有些帮助。书中涉及的数学表述很多, 虽经反复核对, 仍然难免存在不妥之处, 恳请读者批评指正。

余锡平

2016 年 5 月于清华园

目 录

前言

第 1 章 引论	1
1.1 近岸水波动力学的主要研究方法	1
1.2 近岸水波数学模型的主要类型	3
1.3 近岸水波数值计算方法的特点和发展趋势	5
1.4 本书内容概要	6

第一篇 近岸水波的数学模型

第 2 章 近岸水波现象	11
2.1 近岸水波的力学成因	11
2.2 规则水波的描述方法	13
2.3 规则水波的传播规律	19
2.4 不规则水波的统计特征	28
2.5 近岸水波的变形现象	37
2.6 近岸水波的伴生现象	52
第 3 章 水波属性的数学表述	58
3.1 水波的传播属性	58
3.2 水波的频散特性	62
3.3 水波的非线性特性	66
3.4 水波的衰变特性	70
3.5 水波的耗散特性	71
3.6 水波属性的相互影响	73
第 4 章 水波动力学的流体力学基础	81
4.1 流体运动学的基本概念	81
4.2 流体动力学的基本方程	89
4.3 紊流现象及其基本理论	98
4.4 势流理论及其变分原理	114
4.5 线性波的理论基础	118

第 5 章 近岸水波方程	123
5.1 基于直接积分方法的近岸水波方程	123
5.2 基于 Hamilton 变分原理的近岸水波方程	134
5.3 基于 Hamilton 正则方程的近岸水波方程	140
5.4 缓坡类近岸水波方程	146
5.5 浅水类近岸水波方程	154
第 6 章 近岸水波方程的修正和拓展	167
6.1 基本原则	167
6.2 海床的摩阻效应	169
6.3 水面风的拖曳效应	177
6.4 波破碎效应	180
6.5 Coriolis 效应	186

第二篇 近岸水波的数值方法

第 7 章 绕射方程的边界单元法	191
7.1 基本方程和边界条件	191
7.2 边界积分方程及基本解	195
7.3 边界单元的类型	200
7.4 单元积分	203
7.5 边界元方程的形成和求解	207
7.6 典型绕射问题的数值解	209
7.7 水体共振问题的数值解	212
第 8 章 稳态缓坡方程的有限单元法	218
8.1 基本方程及边界条件	218
8.2 定解问题的积分表述	220
8.3 有限单元的类型和形函数	222
8.4 单元近似和单元积分	229
8.5 无限元和无反射条件的处理方法	233
8.6 有限元方程的集成和求解	238
8.7 折射和绕射联合作用问题的数值解	241
8.8 海湾水体共振问题的数值解	244
8.9 近岸海域含破碎区问题的数值解	247

第 9 章 瞬态缓坡方程的有限差分法	250
9.1 基本方程和边界条件	250
9.2 瞬态缓坡方程的差分法	252
9.3 经典波动方程的高阶差分法	258
9.4 单向波方程和无反射条件	261
9.5 绕射问题的数值解	266
9.6 折射和绕射联合作用问题的数值解	269
9.7 近岸海域含破碎区问题的数值解	272
第 10 章 浅水波方程的特征差分法	275
10.1 基本方程	276
10.2 特征曲面和特征方程	278
10.3 一阶特征差分格式	283
10.4 二阶特征差分格式	286
10.5 杭州湾涌潮传播过程的数值解	288
第 11 章 浅水波方程的有限体积法	291
11.1 基本方程及其守恒形式	292
11.2 基本方程的离散	294
11.3 通量计算的基本方法	296
11.4 基于 Riemann 解的通量计算格式	300
11.5 通量计算的高分辨格式	309
11.6 有限体积法的网格和单元控制体	315
11.7 源项处理方法	318
11.8 溃坝水流的数值解	319
11.9 海啸波传播过程的数值解	322
第 12 章 Boussinesq 方程的有限差分法	325
12.1 基本方程及边界条件	326
12.2 时间步进方法	327
12.3 空间离散方法	328
12.4 浅水破碎模型	331
12.5 动边界的处理方法	332
12.6 孤立波变形和爬坡问题的数值解	334
12.7 近岸波流共同作用问题的数值解	337

第 13 章 势流方程的边界单元法	341
13.1 基本方程及边界条件	342
13.2 边界积分方程及其离散求解	345
13.3 满足自由水面条件的频域基本解	351
13.4 时域自由水面的样条函数近似	354
13.5 线性波和固定物体相互作用问题的数值解	355
13.6 线性波和浮体相互作用问题的数值解	359
13.7 非线性波演进过程的数值解	364
第 14 章 Navier-Stokes 方程的有限体积法	366
14.1 基本方程及边界条件	367
14.2 时间步进的策略	369
14.3 Poisson 方程的有限差分法	370
14.4 对流扩散方程的有限体积法	373
14.5 自由水面的跟踪和捕捉	375
14.6 造波和消波的数值模拟	378
14.7 水柱坍落过程的数值解	380
14.8 斜坡上水波变形过程的数值解	383
14.9 破碎波波形演变过程的数值解	386
第 15 章 Navier-Stokes 方程的光滑粒子法	388
15.1 光滑粒子法的基本原理	388
15.2 流体力学基本方程的离散	397
15.3 时间步进格式	399
15.4 紊流模型	402
15.5 固壁边界条件的处理方法	404
15.6 液舱晃荡问题的数值解	407
15.7 浮体和波浪非线性相互作用问题的数值解	409
15.8 物体入水问题的数值解	414
参考文献	417

第 1 章 引 论

1.1 近岸水波动力学的主要研究方法

近岸水波动力学是以近岸海域中水波的运动规律及其动力学机理作为研究对象的一门应用科学。近岸水波动力学的理论基础是流体力学，因此，它也被看作流体力学的应用领域；近岸水波动力学又是海岸科学和工程的理论支撑，所以它也被看作海岸科学和工程的学科基础。理论分析、物理观测和数值计算是近岸水波动力学的主要研究方法。理论分析是通过引入适当的假设使得水波现象的某种特征可用特殊形式的微分方程进行描述，然后用精确的或近似的方法求得相应微分方程的解析解，并以此为基础分析水波运动规律的方法。理论分析的方法能全面完整地揭示水波运动规律的各个方面及其与各影响因素之间的关系，但往往因为引入了很多假设，不能直接应用于解决复杂的实际问题。物理观测可分为原型观测和试验观测。原型观测是通过布设科学仪器，直接记录实际海域中波动现象相关物理量的时空变化，或者记录和波动现象相关物理量有确定对应关系的其他物理量的时空变化。试验观测则是基于某种相似律，在实验室内构建物理模型，并利用机械造波，模拟实际问题中的波动现象，然后对模拟的物理现象进行观测。水波现象及其影响因素的复杂性决定了物理观测必然是近岸水波动力学研究的重要手段。它在问题的提出、现象的认识以及理论的验证等方面具有不可替代的作用。然而，物理观测也有其难以克服的局限性。原型观测除了成本昂贵，极端海况条件下的观测也往往无法实现。此外，复杂的自然条件还极有可能误导观测结果的解读。试验观测相对于原型观测的优势是物理现象的影响因素在一定程度上具有可控性。利用试验观测研究近岸水波问题的难点是确保实验室中的物理模型和实际问题的相似性。换言之，缩尺效应在很多情况下都是既难以避免又难以估计的。

20 世纪 70 年代以后，数值计算已发展成为近岸水波动力学研究中独立于理论分析和物理观测的另一个主要方法。数值计算方法的主要优势是其良好的通用性和相对低廉的应用成本。数值计算方法相对低廉的应用成本是计算机技术迅速发展的结果；数值计算方法良好的通用性则在很大程度上得益于计算流体力学以及偏微分方程数值求解方法等学科领域中日新月异的突破。

计算机技术的迅速发展已成为当今科学技术迅速发展的一个重要标志。在过去的半个多世纪中，无论微型计算机还是大型计算机，其计算能力的进步都遵循着信

息技术迅猛发展的摩尔定律(见图 1.1 和图 1.2, 数据均来自维基百科网站)。这段时期内, 在成本不变的前提下, 计算机的计算能力大约每隔不到两年就能提高一倍。

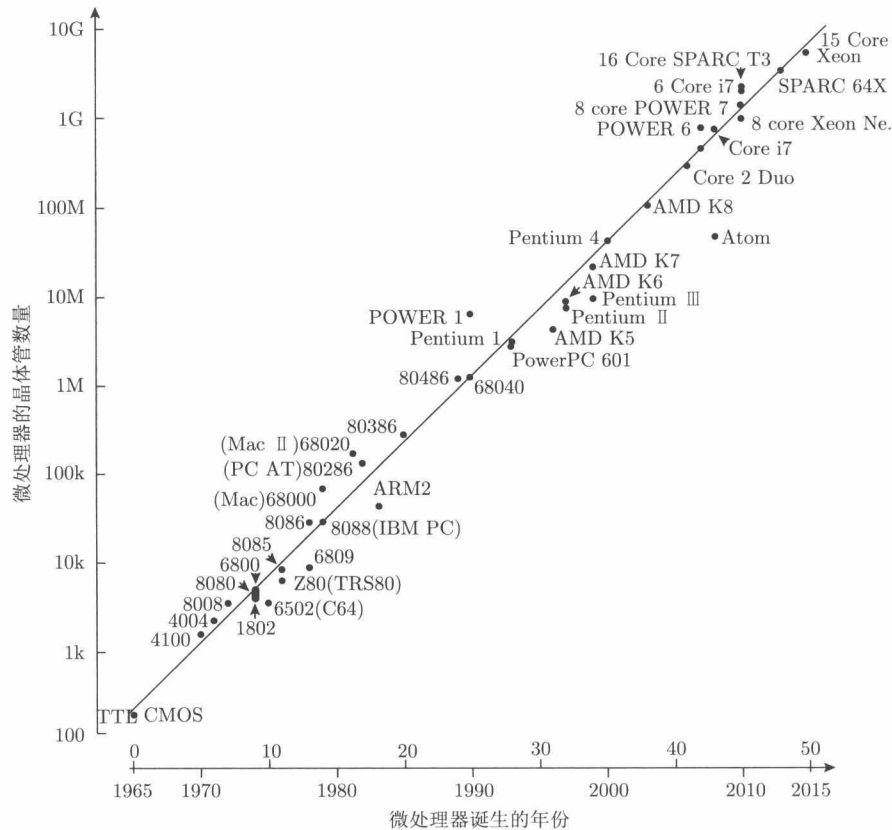


图 1.1 微处理器计算能力的进步

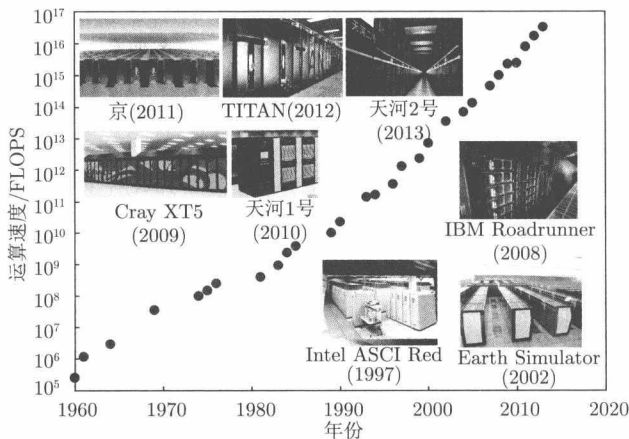


图 1.2 超级计算机计算能力的进步

数值计算方法用于研究近岸水波动力学问题时所包含的几个主要步骤和传统的理论分析方法既有相似之处又有本质性的区别(见图 1.3 和图 1.4)。把实际的水波问题用数学方程进行描述的过程一般称为数学建模,简称建模。涉及的数学方程也称为相应物理问题的数学模型。数学模型一般都表现为偏微分方程的形式。无论数值计算方法还是理论分析方法都离不开建模。

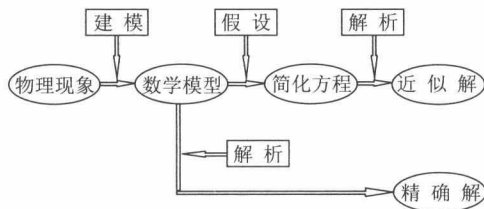


图 1.3 解析求解的步骤

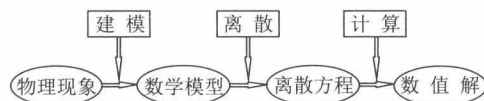


图 1.4 数值计算的步骤

在某些特殊情况下,数学模型的求解可用解析方法,或引入一定的假设进行简化后可用解析方法,由此得到的问题的解即为解析解(见图 1.3)。解析解有精确解和近似解之分,其区别在于求解数学模型的过程中是否引入了假设。一般而论,假设的引入会或多或少地限制解的适用范围。

在更多的情况下数学模型的求解只能借助数值计算方法,得到数值解(见图 1.4)。所谓数值求解,是将待求未知量的变化规律在其定义域内用自变量预设值所对应的一组取值来代表,然后通过适当的途径把偏微分方程求解问题转化为关于这组特定取值的代数方程求解问题。由代数方程确定的未知量的离散解称为原微分方程的数值解,将微分方程转化为代数方程的过程称为数值离散,简称离散。

随着计算机技术的不断进步,数值计算方法在近岸水波动力学研究中的优势正在得到越来越充分的发挥。近年来,随着并行计算、分布式计算等计算技术的快速发展,数值计算方法更是彰显了其无比巨大的潜力。数值计算在近岸水波动力学研究中的重要性不断得到加强的事实还表现为近年来各类学术刊物中相关研究论文数量的急剧增加。这些研究论文有的致力于数学模型的建立和完善,有的致力于数值计算方法的开发和优化,更多的则是将数值计算方法用于解决科学和工程中的实际问题。

1.2 近岸水波数学模型的主要类型

粗略地说,一个物理现象的数学建模有两个主要途径:一是利用经验的方法

归纳得出物理现象所遵循的基本规律,然后将基本规律用数学方程表述,属于归纳法;二是从某一经过经验验证后被证明具有普遍适用性的数学模型出发,利用合理的假设,导出相比于普遍适用的数学模型较容易求解的数学方程,属于演绎法。具有普遍适用性的原始数学模型也称为普适数学模型,导出模型则可认为是普适数学模型的一个特例。所引入假设的有效范围决定导出模型的适用条件。

近岸水波数学模型大多是从不可压缩流体运动的基本方程出发用演绎法得出的近似数学模型。从普适性的角度考虑,以流速和压强作为基本变量的不可压缩流体力学的基本方程,即连续方程和 Navier-Stokes 方程,自然是近岸水波数学模型的第一选择。理论上,这组方程适用于几乎所有的近岸水波问题。但实际上,这组方程的求解在数学上困难重重。这不仅因为不可压流体运动的基本方程是一组数学性质十分复杂的非线性偏微分方程,也因为自由水面的存在使得问题的求解域不能像通常的微分方程定解问题那样独立确定,即水波问题属于所谓的动边界问题。此外,有些水波现象,如水波破碎过程和风生波过程,由于紊动、自由水面失稳等物理过程的复杂性,相应的定解问题并不一定就是传统意义上的 Navier-Stokes 方程求解问题,更是增加了直接求解流体运动基本方程的难度。也就是说,作为近岸水波普适数学模型的流体力学基本方程,对其进行解析求解难度非常大,对其进行数值求解亦非易举。这也就决定了各种近似数学模型在近岸水波动力学中的重要作用。

近岸水波的近似数学模型或宽或窄都有一定的适用条件。有的要求水波具备某些性质,有的对波动流场的几何特征有一定的限制,有的则只适用于某一类或某几类特定的水波现象。需要强调的是,即使是近似的近岸水波数学模型,当用于解决实际问题时,往往也只能采用数值方法进行求解。因此,近岸水波数学模型的适用性还要受到计算机计算能力的限制。对现象的描述越精确、适用范围越广的数学模型一般情况下对计算机计算能力的要求也越高。

近岸水波数学模型有平面二维模型、准三维模型和完全三维模型之分。近岸水波数学模型按其对物理问题的分辨能力又可分为局部模型、中尺度模型、广域模型和超广域模型。局部模型是完全三维的,能揭示波动流场的细节,可用来表征建筑物附近水体波动的特征,也可用来研究诸如水波破碎之类的局部现象。中尺度模型是准三维的,可分辨波动流场的垂向分层结构。广域模型是平面二维的,可以较为精确地反映缓变地形条件下波浪传播和变形的规律,但在地形急剧变化处或在复杂结构物附近,会出现局部失真。超广域模型通常只反映波能的传播与守恒特征,适用于大洋尺度的问题。

不同的近岸水波数学模型其基本方程的形式各不相同,数学性质差异也很大。有的是关于单一变量的单个方程,有的是关于多个变量的联立方程;有的是椭圆型方程,有的是抛物型方程,有的是双曲型方程;有的是线性方程,有的是拟线

性方程,有的是完全非线性方程。

在普通的微分方程教程中,双曲型方程通常被认为是描述波动过程的模型方程。事实上,相当多的近岸水波传播问题确实可用双曲型方程进行描述。但是,近岸水波的数学模型绝非只限于双曲型方程,稳态波问题往往可用椭圆型方程进行描述,折射现象有时甚至用抛物型方程描述。需要指出的是,由于近岸水波传播和变形现象的复杂性,在很多情况下,近岸水波方程的数学性质十分复杂,并不一定能够简单地归结为某一标准类型。此外,近岸水波问题在本质上都是非线性问题。但在波高相对较小或其他一些特殊情况下,它也可能被近似为线性问题。

1.3 近岸水波数值计算方法的特点和发展趋势

虽然说近岸水波动力学是流体力学的一个应用领域,但近岸水波的数值计算方法和通常意义上的计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)方法之间有着很大的不同。这不仅是因为诸多的近岸水波方程有其独特性,更是因为近岸水波动力学尽管从流体力学的角度看是处理带自由水面的不可压流体在重力以及其他外力作用下的运动,但它的着眼点侧重于自由水面位置和形状的时空变化规律,或者说表面波的传播和变形规律。有些时候,为了提高计算效率,甚至要求尽可能地回避求解水波运动导致的流场。

近岸水波数值求解方法在很大程度上是偏微分方程数值求解方法在近岸水波动力学中的应用。需要指出的是,近岸水波数值求解方法的理论中也存在不少传统偏微分方程数值理论中较少涉及的特殊问题,包括动边界的处理方法、无反射边界的处理方法等。

形式多样且数学性质各异的近岸水波数学模型使得近岸水波的数值计算理论包含丰富的内容。事实上,常用的偏微分方程数值求解方法,包括有限差分法、有限单元法、有限体积法、边界积分法等,在近岸水波数值求解中都有应用。值得注意的是,很多波动方程可以用不同的数值方法进行求解。这些方法各有优缺点,需要综合权衡数值方法的格式精度和稳定性、处理各类边界条件的便利性、解决有关问题的通用性、计算工作量以及对计算机性能的要求等,然后决定取舍。有时候数值计算方法的复杂程度、可利用的程序资源以及个人的偏好也影响计算方法的选择。

近年来应用数值方法求解近岸水波问题的一个明显趋势是各类通用软件的广泛应用。在工程问题和科学问题的研究中受到特别重视的通用软件有几类。第一类是计算流体力学软件中,对自由水面的处理加以特别强调的那些,如FlowScience开发的Flow3D、ANSYS的CFX和Fluent等。这类软件所采用的数学模型是完全三维模型,用于计算局部波动问题可得到良好的结果。通用软件的第

二类是从传统的河口水动力学计算程序发展而来的, 可称为河流海岸动力学软件, 如 EMS-I (Environmental Modeling System, Incorporated) 的 SMS (Surface-water Modeling System)、Delft Hydraulics 开发的 Delft3D、DHI (Danish Hydraulic Institute) 开发的 Mike 系列等。这类软件大多经过多年的改进和提升, 在实际问题中得到了广泛应用。它们都包含很多模块, 不仅能处理各类水动力学问题, 还能描述泥沙运动及其引起的地形变化, 有的还能模拟水质变化过程。河流海岸动力学软件的水动力学模块不仅包括传统的浅水模型, 还包括近年来受到广泛重视的 Boussinesq 模型。通用软件的第三类是所谓的海洋环流数学模型, 这类模型是以模拟中尺度海洋物理现象为目的而开发的, 大多是垂直分层的准三维模型。海洋环流模型中开发历史最长的一类, 是以 Kirk Bryan 和他的同事在美国国家海洋与大气管理局 (National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA) 地球物理流体动力学实验室 (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory, GFDL) 的工作为基础的, 包括该实验室的研究人员开发的 MOM (modular ocean model)、美国洛斯阿拉莫斯国家实验室 (Los Alamos National Laboratory, LANL) 的研究人员开发的 POP (the parallel ocean program)、美国国家大气研究中心 (the National Center for Atmospheric Research, NCAR) 研究人员开发的 NCOM (NCAR community ocean model)、哈佛大学学者开发的 HOPS (Harvard ocean prediction system)。海洋环流模型在垂直方向上习惯于采用所谓的 σ 坐标, 典型的有普林斯顿大学学者开发的 POM (Princeton ocean model)、罗格斯大学和加利福尼亚大学洛杉矶分校学者联合开发的 ROMS (the regional ocean modeling system), 欧盟多国学者和团队共同开发的 COHERENS (coupled hydrodynamical ecological model for regional shelf seas) 等。大部分海洋环流模型在水平面上采用定义在结构性网格上的有限差分方法, 但马萨诸塞大学达特茅斯分校学者开发的 FVCOM (finite volume coastal ocean model) 在水平面上采用了定义在更为灵活的非结构性网格上的有限体积法。麻省理工学院学者开发的 MITgcm (MIT general circulation model) 则是集成了多种数值方法。

1.4 本书内容概要

本书试图把散见于各类文献中的各种具有典型意义的近岸水波数学模型及其相应的数值计算方法进行整理, 以其精华形成一个比较完整的体系, 作为近岸水波数值计算方法的一本入门读物。全书分为两篇。第一篇的目的在于常用水波方程的系统导出, 第二篇介绍适合于各类近岸水波方程的各种数值求解方法。

第一篇包括第 2 章到第 6 章。第 2 章简单介绍近岸水波现象, 即近岸水波数学模型所要描述的各类物理现象; 第 3 章简单介绍水波的各种特征及其在数学模

型中的表现形式；第 4 章概述水波理论的流体力学基础；第 5 章给出常用水波方程的推导方法，并对工程中受到广泛重视的几个水波数学模型进行评述；第 6 章讨论近岸水波方程的修正和拓展形式。

第二篇包括第 7 章到第 15 章。详细介绍绕射方程的边界单元法；稳态缓坡方程的有限单元法；瞬态缓坡方程的有限差分法；浅水波方程的有限特征线法；浅水波方程的有限体积法；Boussinesq 方程的有限差分法；线性势波问题的边界单元法；Navier-Stokes 方程的有限体积法和 Navier-Stokes 方程的光滑粒子法。涉及的方程均为近岸水波理论中有重要应用背景的方程，数值方法也是相应方程的主要求解方法。在第二篇的每一章中，除了计算方法的论述，还包括典型问题的计算结果。典型问题的选取也是经过深思熟虑的，既注意了问题的实际背景，又兼顾了相应数值方法的关键验证对物理问题基本特征的要求。

