

M A T L A B S C I E N T I F I C C A L C U L A T I O N

MATLAB

科学计算

温 正◎编著

Wen Zheng

资深作者编著，图书质量更有保证

MATLAB资深工程师执笔，系统总结了科学计算的实战经验

提供配套源码，便于读者动手实践

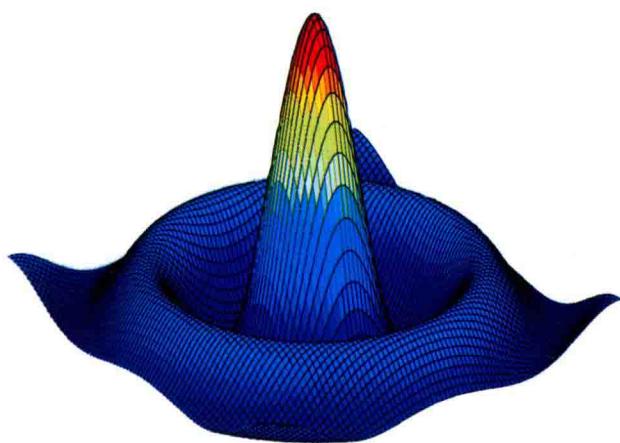
理论联系实践，本书提供源代码下载，方便读者学习使用

内含丰富实例，利于读者二次开发

提供了几十个科学计算的典型实例，读者可以据此二次开发

提供配套课件，便于教师备课使用

配套提供了完整的教学课件资料，便于广大教师备课使用



清华大学出版社



源代码

科学
与工程计算
技术丛书

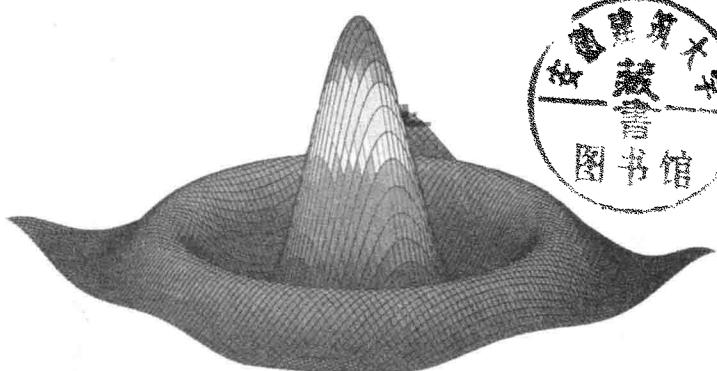
MATLAB SCIENTIFIC CALCULATION

MATLAB

科学计算

温 正 ◎编著

Wen Zheng



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以最新推出的 MATLAB R2016a 软件为基础,详细介绍了各科学计算求解方法及其 MATLAB 在科学计算中的应用,是一本掌握 MATLAB 科学计算方法的综合性参考书。全书以科学计算在 MATLAB 中的应用为主线,结合各种应用案例,详细讲解了科学计算的 MATLAB 实现方法。

全书分为 MATLAB 基础应用、科学计算和工具箱等三部分,共 17 章。基础应用部分详细讲解了 MATLAB 的计算入门知识、基本运算方法、图形的可视化以及编程方法等,这些都是掌握科学计算的必备知识。科学计算部分详细讲解了 MATLAB 的插值拟合、数据拟合、微分方程求解、微分方程及级数、线性方程(组)求解、非线性方程(组)求解、常微分方程(组)求解、概率统计计算、偏最小二乘应用分析、人工智能算法等相关知识。工具箱部分介绍了模糊逻辑工具箱、优化工具箱和偏微分方程工具箱。

本书按逻辑编排,自始至终采用实例描述;内容完整且每章相对独立,是一本具有较高参考价值的 MATLAB 科学计算参考书。

本书以工程应用为目标,内容深入浅出,讲解循序渐进,适合作为理工科高等院校研究生、本科生教学用书,也可作为广大科研工程技术人员的参考用书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 科学计算/温正编著. —北京: 清华大学出版社, 2017

(科学与工程计算技术丛书)

ISBN 978-7-302-46714-4

I. ①M… II. ①温… III. ①数值计算—Matlab 软件 IV. ①O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 038675 号

责任编辑: 盛东亮

封面设计: 李召霞

责任校对: 梁毅

责任印制: 宋林

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者: 清华大学印刷厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185mm×260mm 印 张: 39.75

字 数: 962 千字

版 次: 2017 年 9 月第 1 版

印 次: 2017 年 9 月第 1 次印刷

印 数: 1~2000

定 价: 99.00 元

产品编号: 072496-01

序言

致力于加快工程技术和科学的研究的步伐——这句话总结了 MathWorks 坚持超过三十年的使命。

在这期间,MathWorks 有幸见证了工程师和科学家使用 MATLAB 和 Simulink 在多个应用领域中的无数变革和突破:汽车行业的电气化和不断提高的自动化;日益精确的气象建模和预测;航空航天领域持续提高的性能和安全指标;由神经学家破解的大脑和身体奥秘;无线通信技术的普及;电力网络的可靠性等等。

与此同时,MATLAB 和 Simulink 也帮助了无数大学生在工程技术和科学的研究课程里学习关键的技术理念并应用于实际问题中,培养他们成为栋梁之才,更好地投入科研、教学以及工业应用中,指引他们致力于学习、探索先进的技术,融合并应用于创新实践中。

如今,工程技术和科研创新的步伐令人惊叹。创新进程以大量的数据为驱动,结合相应的计算硬件和用于提取信息的机器学习算法。软件和算法几乎无处不在——从孩子的玩具到家用设备,从机器人和制造体系到每一种运输方式——让这些系统更具功能性、灵活性、自主性。最重要的是,工程师和科学家推动了这些进程,他们洞悉问题,创造技术,设计革新系统。

为了支持创新的步伐,MATLAB 发展成为一个广泛而统一的计算技术平台,将成熟的技术方法(比如控制设计和信号处理)融入令人激动的新兴领域,例如深度学习、机器人、物联网开发等。对于现在的智能连接系统,Simulink 平台可以让您实现模拟系统,优化设计,并自动生成嵌入式代码。

“科学与工程计算技术丛书”系列主题反映了 MATLAB 和 Simulink 汇集的领域——大规模编程、机器学习、科学计算、机器人等。我们高兴地看到“科学与工程计算技术丛书”支持 MathWorks 一直以来追求的目标:助您加速工程技术和科学的研究。

期待着您的创新!

Jim Tung
MathWorks Fellow

PREFACE

To Accelerate the Pace of Engineering and Science. These eight words have summarized the MathWorks mission for over 30 years.

In that time, it has been an honor and a humbling experience to see engineers and scientists using MATLAB and Simulink to create transformational breakthroughs in an amazingly diverse range of applications: the electrification and increasing autonomy of automobiles; the dramatically more accurate models and forecasts of our weather and climates; the increased performance and safety of aircraft; the insights from neuroscientists about how our brains and bodies work; the pervasiveness of wireless communications; the reliability of power grids; and much more.

At the same time, MATLAB and Simulink have helped countless students in engineering and science courses to learn key technical concepts and apply them to real-world problems, preparing them better for roles in research, teaching, and industry. They are also equipped to become lifelong learners, exploring for new techniques, combining them, and applying them in novel ways.

Today, the pace of innovation in engineering and science is astonishing. That pace is fueled by huge volumes of data, matched with computing hardware and machine-learning algorithms for extracting information from it. It is embodied by software and algorithms in almost every type of system - from children's toys to household appliances to robots and manufacturing systems to almost every form of transportation - making those systems more functional, flexible, and autonomous. Most important, that pace is driven by the engineers and scientists who gain the insights, create the technologies, and design the innovative systems.

To support today's pace of innovation, MATLAB has evolved into a broad and unifying technical computing platform, spanning well-established methods, such as control design and signal processing, with exciting newer areas, such as deep learning, robotics, and IoT development. For today's smart connected systems, Simulink is the platform that enables you to simulate those systems, optimize the design, and automatically generate the embedded code.

The topics in this book series reflect the broad set of areas that MATLAB and Simulink bring together: large-scale programming, machine learning, scientific computing, robotics, and more. We are delighted to collaborate on this series, in support of our ongoing goal: to enable you to accelerate the pace of your engineering and scientific work.

I look forward to the innovations that you will create!

Jim Tung
MathWorks Fellow

在科学的研究和工程计算领域经常会遇到一些非常复杂的计算问题,这些问题利用计算器或手工计算无法完成,只能借助计算机完成,而 MATLAB 在数值计算方面表现卓越,又 MATLAB 语言具有编程效率高、图形界面友好、全方位的帮助系统、扩充能力强、交互性好、可移植性强等特点,因此,MATLAB 广泛应用于各行各业。

目前,MATLAB 已成为数学应用领域的重要基础课程的首选实验平台,而对于学生而言最有效的学习途径是结合专业课程的学习掌握该软件的使用与编程。本书将详细介绍应用 MATLAB R2016a 进行科学计算的实现方法。

1. 本书特点

由浅入深,循序渐进: 本书以 MATLAB 爱好者为对象,首先从 MATLAB 使用基础讲起,再由简单的科学计算出发,逐渐过渡到 MATLAB 优化设计部分,并辅以工程中的应用案例,帮助读者快速掌握 MATLAB 进行科学计算与优化设计和开发。

步骤详尽、内容新颖: 本书结合作者多年 MATLAB 使用经验与实际工程应用案例,将 MATLAB 软件的使用方法与技巧详细地讲解给读者。本书在 MATLAB 进行科学计算和优化设计讲解过程中,步骤详尽,与算法理论贴切并辅以实际案例为背景,使读者在阅读时,结合程序和理论,从而快速理解理论思想,并掌握该理论编程方法。

实例典型,轻松易学: 通过学习实际工程应用案例,运用 MATLAB 科学计算求解,是掌握 MATLAB 编程应用最好的方式。本书通过理论联系实际案例,并结合编程代码,透彻详尽地讲解了 MATLAB 在科学计算和数值分析中的应用研究。

2. 本书内容

本书以初中级读者为对象,结合笔者多年 MATLAB 使用经验与实际工程应用案例,将 MATLAB 软件的使用方法与技巧详细地讲解给读者。本书基于 MATLAB R2016a 版,详细讲解 MATLAB 在科学计算中的应用。全书内容共分为三部分,具体如下。

第 1 部分: MATLAB 基础应用部分。详细讲解了 MATLAB 简介、基本运算、图形的可视化以及编程方法等,这些都是掌握科学计算的必备知识。

第 1 章 MATLAB 简介

第 2 章 MATLAB 基本运算

第 3 章 MATLAB 图形可视化

第 4 章 MATLAB 编程入门

第 2 部分: MATLAB 科学计算部分。详细讲解了 MATLAB 的插值拟合、数据拟合、微分方程求解、微分方程及级数、线性方程(组)求解、非线性方程(组)求解、常微分方程(组)求解、概率统计计算等相关知识。

第 5 章 插值拟合

第 6 章 数据拟合

第 7 章 微分方程求解

第 8 章 微分方程及级数

前言

第 9 章 线性方程(组)求解

第 11 章 常微分方程(组)求解

第 13 章 偏最小二乘应用分析

第 3 部分: MATLAB 工具箱。详细讲解了 MATLAB 的模糊逻辑工具箱、优化工具箱、偏微分方程工具箱等相关知识。

第 15 章 模糊逻辑工具箱

第 17 章 偏微分方程工具箱

第 10 章 非线性方程(组)求解

第 12 章 概率统计分布计算

第 14 章 人工智能算法

第 16 章 优化工具箱

3. 读者对象

本书适合于 MATLAB 初学者和研究算法提高并解决工程应用能力的读者, 具体说明如下:

- 相关从业人员
- 大中专院校的教师和在校生
- 广大科研工作人员
- 初学 MATLAB 科学计算的技术人员
- 相关培训机构的教师和学员
- MATLAB 爱好者

4. 读者服务

为了方便解决本书疑难问题, 读者朋友在学习过程中遇到与本书有关的技术问题时, 可以发邮件到邮箱 caxart@126.com, 或者访问博客 <http://blog.sina.com.cn/caxart>, 编者会尽快给予解答, 我们将竭诚为您服务。

另外, 本书所涉及的素材文件(程序代码)已经上传到为本书提供的博客中, 供读者下载。

5. 本书作者

本书主要由温正编著。此外, 付文利、王广、张岩、林晓阳、任艳芳、唐家鹏、孙国强、高飞等也参与了本书部分内容的编写工作。

虽然作者在本书的编写过程中力求叙述准确、完善, 但由于水平有限, 书中欠妥之处在所难免, 希望读者和同仁能够及时指出, 共同促进本书质量的提高。

最后再次希望本书能为读者的学习和工作提供帮助!

编 者

2017 年 6 月

目录

第 1 章 MATLAB 概述	1
1.1 MATLAB 平台简介	1
1.2 MATLAB R2016a 的工作环境	2
1.2.1 命令行窗口	3
1.2.2 命令历史记录窗口	7
1.2.3 当前文件夹窗口和路径管理	8
1.2.4 搜索路径	9
1.2.5 工作区窗口和数组编辑器	11
1.2.6 变量的编辑命令	12
1.2.7 存取数据文件	13
1.3 MATLAB 图形绘制	14
1.4 MATLAB 的帮助系统	16
1.4.1 联机帮助系统	16
1.4.2 命令窗口查询帮助系统	17
1.4.3 联机演示系统	17
本章小结	18
第 2 章 MATLAB 基本运算	19
2.1 MATLAB 的数据类型	19
2.1.1 变量和常量	19
2.1.2 数值型数据	20
2.1.3 字符型数据	22
2.1.4 元胞数组	23
2.1.5 结构体	24
2.1.6 函数句柄	25
2.1.7 数据类型间的转换	26
2.2 数组运算	28
2.2.1 数组的创建和操作	28
2.2.2 数组的常见运算	31
2.3 矩阵运算	35
2.3.1 矩阵生成	35
2.3.2 向量的生成	39
2.3.3 矩阵加减运算	41
2.3.4 矩阵乘法运算	42
2.3.5 矩阵除法运算	44

目 录

2.4 奇异值分解	44
2.5 矩阵的基本函数运算	45
2.5.1 矩阵的分解运算	46
2.5.2 关系运算和逻辑运算	47
2.6 线性方程组	48
2.6.1 矩阵逆和除法解恰定方程组	48
2.6.2 矩阵除法解超定方程组	50
2.6.3 矩阵除法解欠定方程组	50
2.7 符号运算	51
2.7.1 符号表达式的生成	51
2.7.2 符号矩阵	52
2.7.3 常用符号运算	53
2.8 复数及其运算	55
2.8.1 复数和复矩阵的生成	55
2.8.2 复数的运算	57
2.8.3 留数运算	58
2.8.4 泰勒级数展开	59
2.8.5 傅里叶变换及其逆变换	60
2.8.6 拉普拉斯变换及其逆变换	61
2.8.7 Z 变换及其逆变换	62
2.9 多项式求解	63
本章小结	67
第3章 MATLAB 图形可视化	68
3.1 图形绘制	68
3.1.1 离散数据图形绘制	68
3.1.2 函数图形绘制	69
3.1.3 图形绘制的基本步骤	70
3.2 二维图形绘制	71
3.2.1 plot 指令	71
3.2.2 格栅	72
3.2.3 图形标记说明	74
3.2.4 线型、标记和颜色	75
3.2.5 子图绘制	77
3.2.6 拓扑关系图	78
3.2.7 双坐标轴绘制	79

目录

3.2.8 二元函数的伪色彩	81
3.2.9 MATLAB 特殊符号标记	81
3.3 三维图形绘制	85
3.3.1 网格图绘制	86
3.3.2 曲线图绘制	88
3.3.3 曲面图绘制	89
3.3.4 等值线图绘制	90
3.3.5 特殊图形绘制	91
3.4 四维图形可视化	96
3.4.1 用颜色描述第四维	96
3.4.2 其他函数	97
3.5 MATLAB 动画设计	98
本章小结	103
第 4 章 MATLAB 编程入门	104
4.1 MATLAB 编程简介	104
4.2 MATLAB 编程原则	105
4.3 M 文件和函数	107
4.3.1 M 文件	107
4.3.2 匿名函数、子函数、私有函数与私有目录	110
4.3.3 重载函数	111
4.3.4 eval 和 feval 函数	112
4.3.5 内联函数	115
4.3.6 向量化和预分配	118
4.4 MATLAB 程序控制语句运用	120
4.5 MATLAB 中的函数及调用	126
4.5.1 函数类型	126
4.5.2 函数参数传递	129
4.6 MATLAB 程序调试	131
4.6.1 调试方法	132
4.6.2 M 文件分析工具	134
4.7 MATLAB 常用编程技巧	136
4.7.1 循环计算	136
4.7.2 使用例外处理机制	137
4.7.3 通过 varargin 传递参数	138
本章小结	141

目录

第 5 章 插值拟合	142
5.1 插值问题	142
5.1.1 拉格朗日插值	142
5.1.2 牛顿均差插值	144
5.2 一维数据插值	146
5.3 埃尔米特插值	155
5.4 二维数据插值	158
5.5 回归分析	165
本章小结	169
第 6 章 数据拟合	170
6.1 函数逼近	170
6.1.1 切比雪夫逼近	170
6.1.2 傅里叶逼近	173
6.2 最小二乘拟合	176
6.3 多项式拟合	178
6.4 曲线拟合的最小二乘法	184
6.5 用正交多项式作最小二乘拟合	186
6.6 超定方程组的最小二乘解	190
6.7 非线性曲线拟合	192
6.8 非线性拟合转线性拟合	193
6.9 用 MATLAB 解决拟合问题	197
6.10 数据拟合方法	203
本章小结	207
第 7 章 微分方程求解	208
7.1 符号微积分	208
7.1.1 极限	208
7.1.2 导数	209
7.1.3 积分	211
7.1.4 化简、提取和代入	211
7.1.5 傅里叶变换及其逆变换	213
7.1.6 拉普拉斯变换及其逆变换	215
7.1.7 Z 变换及其逆变换	217
7.2 数值积分	220
7.3 微分方程的数值解	222
7.4 微积分运算	228

目录

7.4.1 龙贝格积分法	228
7.4.2 自适应积分法	230
7.4.3 样条函数求积分	232
7.5 动态微分方程模型	233
7.6 打靶法	238
本章小结	241
第 8 章 微分方程及级数	242
8.1 微分方程基本运算	242
8.1.1 常微分方程符号解	242
8.1.2 常微分方程数值解	244
8.1.3 泰勒级数	247
8.2 微分方程在实际物理模型中的应用	249
8.2.1 肿瘤大小应用分析	250
8.2.2 放射性废料的处理问题	253
8.2.3 质点系转动惯量求解	257
8.2.4 储油罐的油量计算	258
8.2.5 香烟毒物摄入问题	260
8.2.6 冰雹的下落速度	262
本章小结	264
第 9 章 线性方程(组)求解	265
9.1 递推算法	265
9.1.1 循环迭代	265
9.1.2 迭代收敛性	267
9.1.3 牛顿迭代	270
9.2 高斯消元法	276
9.3 追赶法	278
9.4 范数	281
9.5 方程组的性态	284
9.6 高斯-塞德尔迭代法	288
9.7 迭代法的收敛性	290
9.8 雅可比迭代法	294
本章小结	297
第 10 章 非线性方程(组)求解	298
10.1 线性规划问题	298
10.2 非线性规划问题	300

目录

10.2.1 有约束的一元函数最小值	300
10.2.2 无约束的多元函数最小值	301
10.2.3 有约束的多元函数最小值	304
10.2.4 二次规划问题	307
10.3 “半无限”有约束的多元函数最优解	309
10.4 极小化极大问题	313
10.5 多目标规划问题	315
10.6 最小二乘最优问题	318
10.6.1 约束线性最小二乘	318
10.6.2 非线性曲线拟合	320
10.6.3 非线性最小二乘	321
10.6.4 非负线性最小二乘	323
10.7 非线性方程(组)的解	324
10.7.1 非线性方程的解	324
10.7.2 非线性方程组的解	325
本章小结	329
第 11 章 常微分方程(组)求解	330
11.1 常微分方程解	330
11.2 欧拉方法	331
11.2.1 向前欧拉方法	331
11.2.2 向后欧拉方法	336
11.2.3 梯形公式	338
11.2.4 改进欧拉公式	343
11.3 龙格-库塔方法	346
11.3.1 二阶龙格-库塔法	347
11.3.2 三阶龙格-库塔法	350
11.3.3 四阶龙格-库塔法	352
11.4 亚当斯方法	362
11.4.1 亚当斯外推公式	362
11.4.2 亚当斯内推公式	366
11.4.3 亚当斯校正公式	369
11.4.4 汉明法	374
11.5 一阶微分方程(组)的数值解计算	378
11.6 高阶微分方程(组)的数值解计算	381
11.7 边值问题的数值解计算	385

目 录

11.8 有限差分方法.....	389
11.9 常微分方程(组)边值问题数值解.....	392
本章小结	395
第 12 章 概率统计分布计算.....	396
12.1 概率密度函数.....	396
12.2 随机变量的一般特征.....	398
12.2.1 期望.....	398
12.2.2 方差、标准差、矩.....	400
12.2.3 协方差、相关系数	402
12.3 一维随机数生成.....	404
12.4 特殊连续分布.....	418
12.5 特殊离散分布.....	424
12.6 生成多维联合分布随机数.....	425
12.6.1 各维度独立	426
12.6.2 协方差阵生成多元正态分布	428
12.7 统计图绘制.....	430
12.8 方差分析.....	434
12.8.1 单因素试验的方差分析	435
12.8.2 双因素试验的方差分析	437
12.9 蒙特卡罗方法.....	438
本章小结	443
第 13 章 偏最小二乘应用分析	445
13.1 偏最小二乘回归.....	445
13.2 偏最小二乘案例分析.....	448
13.3 本章小结	454
第 14 章 人工智能算法	455
14.1 人工智能基本概念.....	455
14.1.1 智能的概念	455
14.1.2 人工智能的概念	457
14.1.3 人工智能的研究目标	458
14.2 人工智能的典型应用	458
14.3 人工智能的 MATLAB 实现	460
14.3.1 粒子群算法的 MATLAB 实现	460
14.3.2 遗传算法的 MATLAB 实现	472
14.3.3 模糊神经网络控制在 MATLAB 中的应用	486

目录

14.3.4 蚁群算法的 MATLAB 实现	494
本章小结	505
第 15 章 模糊逻辑工具箱	506
15.1 隶属度函数	506
15.1.1 高斯隶属度函数	506
15.1.2 两边型高斯隶属度函数	507
15.1.3 一般钟型隶属度函数	507
15.1.4 两个 sigmoid 型隶属度函数之差组成的隶属度函数	509
15.1.5 通用隶属度函数	509
15.1.6 Π 形隶属度函数	510
15.1.7 两个 sigmoid 型隶属度函数乘积组成的隶属度函数	511
15.1.8 sigmoid 型隶属度函数	512
15.1.9 S 形隶属度函数	514
15.1.10 梯形隶属度函数	515
15.1.11 三角形隶属度函数	517
15.1.12 Z 形隶属度函数	518
15.1.13 两个隶属度函数之间转换参数	519
15.1.14 基本 FIS 编辑器	520
15.1.15 隶属度函数编辑器	522
15.2 模糊推理结构	524
15.2.1 不使用数据聚类从数据生成 FIS	524
15.2.2 使用减法聚类从数据生成 FIS	525
15.2.3 生成 FIS 曲面	526
15.2.4 mamdani 型 FIS 转换为 sugeno 型 FIS	526
15.2.5 完成模糊推理计算	527
15.2.6 模糊均值聚类	528
15.2.7 模糊均值和减法聚类	529
15.2.8 绘制 FIS	529
15.2.9 绘制给定变量的所有隶属度函数曲线	531
15.2.10 从磁盘装入 FIS	531
15.2.11 从 FIS 中删除某一隶属度函数	532
15.2.12 从 FIS 中删除变量	533
15.2.13 设置模糊系统属性	534
15.2.14 以分行形式显示 FIS 所有属性	536
15.2.15 完成模糊运算	537

目录

15.2.16	解析模糊规则	538
15.2.17	规则编辑器和语法编辑器	539
15.2.18	规则观察器和模糊推理框图	540
15.2.19	保存 FIS 到磁盘	541
15.2.20	显示 FIS 的规则	542
15.3	模糊聚类工具箱	543
15.4	直接自适应模糊控制	546
15.4.1	问题描述	546
15.4.2	控制器设计	546
15.4.3	自适应律设计	547
15.4.4	直接自适应模糊控制仿真	549
本章小结		552
第 16 章	优化工具箱	553
16.1	优化工具箱及最优化问题简介	553
16.1.1	优化工具箱常用函数	554
16.1.2	最优化问题	557
16.2	线性规划	560
16.2.1	线性规划函数	560
16.2.2	线性规划问题的应用	562
16.3	无约束非线性规划	570
16.3.1	基本数学原理简介	570
16.3.2	无约束非线性规划函数	571
16.3.3	无约束非线性规划问题的应用	574
16.4	二次规划	575
16.4.1	二次规划函数 quadprog	575
16.4.2	二次规划问题的应用	577
16.5	有约束最小化	578
16.5.1	有约束最小化函数 fmincon	578
16.5.2	有约束最小化的应用	582
16.6	目标规划	582
16.6.1	目标规划函数 fgoalattain	583
16.6.2	目标规划的应用	586
16.7	最大最小化	591
16.7.1	最大最小化函数 fminimax	591
16.7.2	最大最小化的应用	592

目 录

本章小结	594
第 17 章 偏微分方程工具箱	595
17.1 偏微分方程工具箱简介	595
17.2 求解椭圆方程	597
17.3 求解抛物线方程	602
17.4 求解双曲线方程	607
17.5 求解特征值方程	612
本章小结	616