

P
UTONG WULI SHIYAN JIAOCHENG

普通物理实验教程

主编 韩振海 董光兴 王新兴

普通物理实验教程

主编 韩振海 董光兴 王新兴



内 容 简 介

本书是在总结多年普通物理实验课程教学改革实践经验的基础上,参考借鉴国内外实验教学实践的成功经验,以现行教材为基础,汲取物理学科、实验技术及计算机技术的一些成果编写而成的。本书逻辑清晰,突出综合性、应用性、设计性、研究性以及物理量的测量。内容包括:物理实验课的目的和基本要求、实验误差与测量不确定度、物理实验中的基本测量和数据处理方法、力学实验、热学实验、电磁学实验、光学实验等。

本书可作为地方普通院校理工类各专业本科生普通物理实验课程的教材或教学参考书,也可供相关教学和实验技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

普通物理实验教程/韩振海,董光兴,王新兴主编. —天津:天津大学出版社,2016.8
ISBN 978-7-5618-5624-6

I. ①普… II. ①韩…②董…③王… III. ①普通物理学-实验-高等学校-教材
IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 187226 号

出版发行 天津大学出版社
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
电 话 发行部:022-27403647
网 址 publish.tju.edu.cn
印 刷 天津泰宇印务有限公司
经 销 全国各地新华书店
开 本 185mm × 260mm
印 张 15.75
字 数 388 千
版 次 2016 年 8 月第 1 版
印 次 2016 年 8 月第 1 次
定 价 34.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,烦请向我社发行部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

普通物理实验课是高等学校理、工、医、农等各学科最基本的实验课之一,是为培养学生的实践能力和创新能力、提高学生科学素养打下扎实基础的极其重要的教学内容和环节。本书就是根据教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》,结合教学实践编写而成的,既考虑到实验教材的适用性,也照顾到地方一般本科院校专业设置和实验室仪器设备的现状。内容包括物理实验课的目的和基本要求、实验误差与测量不确定度、物理实验中的基本测量和数据处理方法、力学基础实验、热学基础实验、电磁学基础实验、光学基础实验等。对于每个实验,都阐述了实验基本原理,介绍了所需仪器的使用方法及实验操作环节。实验内容主要培养学生综合运用实验方法和实验仪器来解决实际问题的能力,侧重于综合能力的提高。

本书可作为地方一般本科院校理工类各专业普通物理实验课程的教材或教学参考书。参加本书编写的有:韩振海(绪论,第1章,第2章,第3章实验12~实验15,第5章实验11~实验12,第6章实验6~实验7),董光兴(第4章实验10,第5章实验1~实验10,第6章实验1~实验5),王新兴(第3章实验1~实验11,第4章实验1~实验9)。本书在编写过程中,参考借鉴了部分兄弟院校的有关教材及大学物理实验教学改革的一些成果,同时本书的出版得到了河西学院教材出版建设项目的资助,天津大学出版社的编辑在本书的编写过程中也提出了很多指导性的意见和建议。在此,向他们表示诚挚的敬意和衷心的感谢!

由于编者水平有限,而且时间紧迫,本书不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

编者
2016年5月

目 录

绪论	1
0.1 物理实验的地位及其重要性	1
0.2 物理实验课的目的和要求	1
0.3 物理实验课的教学环节和要求	2
第1章 实验误差与测量不确定度	4
1.1 测量与误差	4
1.2 误差的分类	5
1.3 随机误差的处理	7
1.4 系统误差的处理	11
1.5 测量结果的不确定度	12
1.6 直接测量量的结果报道与评价	14
1.7 间接测量量的结果报道与评价	16
1.8 有效数字及其运算	19
第2章 物理实验中的基本测量和数据处理方法	22
2.1 基本测量方法	22
2.2 实验数据处理的基本方法	26
2.3 物理实验基本调整技术	40
2.4 物理实验基本操作技术	41
第3章 力学实验	45
实验1 基本力学量的测量	45
实验2 单摆测重力加速度	50
实验3 固体和液体密度的测量	54
实验4 自由落体运动实验	58
实验5 精密称衡	62
实验6 牛顿第二运动定律的验证	66
实验7 碰撞实验	76
实验8 三线摆法测物体的转动惯量	80
实验9 杨氏模量的测定	84
实验10 弦振动的研究	88
实验11 声速的测定	93

实验 12	液体黏滞系数的测定	98
实验 13	惯性秤	103
实验 14	倾斜气垫导轨上滑块运动的研究	108
实验 15	简谐振动的研究(气垫导轨法)	111
第 4 章 热学实验		116
实验 1	液体表面张力系数的测定	116
实验 2	金属热膨胀系数的测定	119
实验 3	冷却法测量金属的比热容	123
实验 4	液体比汽化热的测定	127
实验 5	用混合量热法测定冰的溶解热	130
实验 6	气体体积与压强的关系	133
实验 7	盖·吕萨克定律实验	136
实验 8	不良导体导热系数的测定	139
实验 9	气体比热容比 c_p/c_v 的测定	142
实验 10	固体比热容的测量(混合法)	145
第 5 章 电磁学实验		149
实验 1	电阻元件伏安特性的测绘	149
实验 2	非线性元件伏安特性的研究	152
实验 3	直流电桥	156
实验 4	静电场的描绘	161
实验 5	用电位差计测量电池的电动势和内阻	166
实验 6	用双臂电桥测量低电阻	170
实验 7	磁场的描绘	173
实验 8	霍尔效应	179
实验 9	电子示波器的使用	184
实验 10	电表改装与校准	191
实验 11	电子荷质比的测定	197
实验 12	电路混沌效应	201
第 6 章 光学实验		207
实验 1	薄透镜焦距的测定	207
实验 2	迈克尔逊干涉仪的调整及使用	211
实验 3	等厚干涉现象的研究	217
实验 4	分光仪的调整及棱镜折射率的测定	220
实验 5	用透射光栅测光波波长及角色散率	228
实验 6	偏振光的观察和研究	230
实验 7	全息图的记录与再现	233

附录	237
附表 1 2006 年 CODATA 基本物理常数推荐值简表	237
附表 2 在海平面上不同纬度处的重力加速度	237
附表 3 20 ℃ 时常见固体和液体的密度	238
附表 4 标准大气压下不同温度的纯水密度	238
附表 5 某些物质的电阻率及其温度系数	239
附表 6 各种物质的折射率(对 $\lambda_0 = 589.3 \text{ nm}$)	239
附表 7 汞灯光谱线波长表	240
附表 8 钠灯光谱线波长表	240
附表 9 氢灯光谱线波长表	241
参考文献	242

绪 论

0.1 物理实验的地位及其重要性

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的自然科学。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域,应用于生产技术的许多部门,是其他自然科学和工程技术的基础,是现代科学技术的支柱。在人类追求真理、探索未知世界的过程中,物理学展现了一系列科学的世界观和方法论,深刻影响着人类对物质世界的基本认识、人类的思维方式和社会生活,是人类文明的基石,在人才的科学素质培养中具有重要的地位。

物理学从本质上也是一门实验科学,很多物理规律的建立都以严格的实验事实为基础,并且不断受到实验的检验。例如,麦克斯韦的电磁学理论,是建立在法拉第等科学家长期实验的基础上。赫兹的电磁波实验,又使麦克斯韦的理论得到普遍的承认和广泛的应用。现代物理学家杨振宁、李政道在1956年提出的基本粒子在“弱相互作用下的宇称不守恒”理论,是在实验物理学家吴健雄用实验证实后,才得到国际上的公认。在物理学的发展中,物理实验一直起着重要作用,在科学研究等领域中,物理实验一直是一个必不可少的过程。因此,物理实验对物理学概念的形成、定律的建立和发展都起着十分重要的作用,正如著名物理学家丁肇中所以说:“实验是自然科学的基础。实验可以推翻理论,理论不可以推翻实验。”

物理实验是科学实验的先驱,体现了大多数科学实验的共性,在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。物理实验课覆盖面广,具有丰富的实验思想、方法、手段,同时能提供综合性很强的基本实验技能训练,是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要基础。因此,在理工科各专业,物理实验课是对学生进行科学实验基础训练的一门重要的必修基础课程。它不仅加深了对物理理论的理解,更重要的是使学生获得基本的实验知识和实验技能,在实验方法、实验技巧、动手能力等诸方面得到较为系统的、严格的训练,为今后学习和从事科学与技术研究打下坚实的基础。同时,在培养学生良好的科学素质及科学世界观方面,物理实验也起着潜移默化的作用。因此,学好物理实验对于理工科的学生是十分重要的。

0.2 物理实验课的目的和要求

高等院校物理实验课程的目的如下。

(1)通过对物理实验现象的观察和分析,学习运用理论指导实验、用实验方法研究物理现象和规律、分析和解决实验中问题的科学方法。从理论和实际的结合上培养学生的创新意识和创造能力。

(2)培养学生从事科学实验的初步能力。这些能力包括:正确地分析和概括实验原理和方法,正确使用基本实验仪器,掌握基本物理量的测量方法,掌握基本的实验操作技术和

技能,正确记录和处理数据、分析实验结果和撰写实验报告以及自行设计实验方案和完成简单的实验任务等。

(3)培养与提高学生的科学实验素养,使学生具有理论联系实际和实事求是的科学态度、严谨踏实的工作作风,勇于探索、坚忍不拔的钻研精神以及遵守纪律、团结协作、爱护公物的优良品德。

通过物理实验课程的学习,应达到如下要求:

- (1)掌握实验原理和实验方法;
- (2)了解常用实验仪器的结构、工作原理,能熟练地使用仪器,操作规范,读数正确;
- (3)掌握实验误差的基本理论及实验结果的评价方法;
- (4)掌握实验数据表格的设计和数据采集、记录、处理方法,如作图法、逐差法、拟合法等;
- (5)具备科学研究的初步能力和科学素养。

0.3 物理实验课的教学环节和要求

物理实验课的教学包括课前预习、实验操作和实验报告三个环节,各环节的内容和要求如下。

1. 实验预习

实验预习是学生上实验课做实验之前的一个重要环节,它是学生上好实验课、按时正确地完成任务的关键。

(1)学生课前要仔细阅读实验教材或有关的资料,并从中整理出实验的基本原理与方法、主要内容、注意事项。

(2)对设计性实验要自拟实验方案、自己设计电路图或光路图等。

(3)到实验室认识仪器,阅读仪器使用说明书,了解仪器的使用方法和操作注意事项。

(4)设计数据记录表格,写出预习报告。预习报告应认真整齐地书写在实验报告册上(预习报告可作为实验报告的一部分),其主要内容有:实验题目、实验目的、实验原理摘要、主要仪器设备、实验内容、记录表格、注意事项等。

2. 实验操作

实验操作是实验的主体,学生要在教师指导下独立完成实验操作的全过程。上课时教师先检查学生的预习报告及预习情况,讲解实验的原理,实验操作的内容、方法及注意事项等,然后学生开始做实验。

(1)对照实验图正确连接仪器或装置。仪器在实验台上的摆放应合理,要便于检查、操作和读数。仔细检查无误后才可以通电。

(2)按照仪器操作规程调整仪器,合理选择量程。

(3)细心操作,注意观察实验现象,认真记录测量数据,正确表示测量值的有效数字和单位。注意实验过程中有无异常现象或数据,如有要及时查找原因并加以解决。

(4)记录实验条件和仪器的主要参数、型号、编号以及实验组别。如实记录实验中遇到的问题及可疑现象。

实验中,要养成对观察到的现象和所测得的数据随时进行分析、判断的习惯,对实验过

程中出现的故障要学会查找原因并即时排除。在整个实验过程中,学生都要自觉遵守实验室的规章制度及学生实验守则,像一个科学工作者那样要求自己,爱护仪器,安全操作,细心观察实验现象,认真钻研和探索实验中的问题,做好实验记录,按时完成实验任务。实验结束时,应将实验数据记录交老师检查,检查合格并整理好仪器后,方可离开实验室。

3. 实验报告

实验报告是实验工作的总结,是实验的重要组成部分。撰写实验报告是为了培养、训练学生以书面形式总结工作或报告科研成果的能力。实验课后,学生应按实验教材及指导教师的要求,及时对实验数据进行处理并在实验报告册上写出完整的实验报告,按时交给指导教师。

实验报告的内容一般包括以下几个部分:实验名称和日期、实验目的、实验原理摘要、实验仪器及装置、实验内容及操作步骤、注意事项、数据记录表、数据处理、实验结果及分析(要求进行误差分析和不确定度评定,并给出最后结果)、问题讨论。

撰写实验报告的要求:原理和内容应通过阅读实验教材及参考资料,扼要地叙述实验的物理思想和实验方法、计算公式及成立条件,画出实验原理图;仪器应注明型号;实验数据表中的数据应和实验课结束时教师签字的原始记录数据相同;数据处理及分析应包括公式、计算过程、误差及不确定度分析、图线等;实验结果或结论应明确;实验报告中必须附有教师签字的原始记录。

第 1 章 实验误差与测量不确定度

实验是在一定的理论指导下,实验者选用一些仪器设备,在一定的条件下,人为地控制或模拟自然现象,并通过对某些物理量的观察与测量去探索客观规律的过程。由于实验方法的不完善,仪器有一定的精确度限制,测量条件并非总能满足理论上假定的或测量仪器所规定的使用条件,因此,任何测量都不可能是绝对准确的。进行物理实验,除了要懂得如何正确获取应有的数据外,如何正确处理实验中得到的数据,如何正确表达测量结果,并给出对测量结果的可靠性评价(合理估计出误差范围或不确定度),也是实验工作者必须掌握的基本知识。

1.1 测量与误差

所谓测量,就是将待测量与选作法定标准的同类计量单位进行比较,从而确定被测量是该标准单位的多少倍的物理过程。显然,测量值(结果)应包含数值和单位两部分,两者缺一不可。我国采用的单位是以 SI 制为基础的法定计量单位。

测量的分类如下。

1. 直接测量与间接测量

凡使用测量仪器(或量具)能直接测得结果的测量,如用秒表测量时间、用米尺测量长度、用温度计测量温度、用电压表测量电压等都是直接测量。间接测量是指测量结果不能用直接测量的方法得到,而是由直接测量值按照一定的物理公式计算得到,例如测量金属圆柱的密度 ρ 时,先用尺直接测量出它的直径 d 和高度 h ,用天平称出它的质量 m ,然后通过公式 $\rho = 4m/(\pi d^2 h)$,计算出金属圆柱的密度 ρ 。 ρ 的测量就属于间接测量。显然,直接测量是间接测量的基础。

需要指出的是,由于选用的测量方法不同,同一物理量可以是直接测量量,也可以是间接测量量。

2. 等精度测量与不等精度测量

如对某一物理量进行多次重复测量,而且每次的条件都相同(同一观察者、同一组仪器、同一种实验方法、同一实验环境等),测得一组数据 (X_1, X_2, \dots, X_n) ,尽管各次测得的结果有所不同,没有充足的理由可以判断某次测量比另一次更精确,这样只能认为每次测量的精确程度都是相同的。于是将这种同样精确程度的测量称为等精度测量,这样的一组数据称为测量列。在诸测量条件中,只要有一个发生了变化,这时所进行的测量就成为不等精度测量。

严格来说,在物理实验中,保持测量条件完全相同的多次测量是极其困难的。但当某一条件的改变对测量结果影响不大,甚至可以忽略时,仍可视这种测量为等精度测量。在本章中,除了特别指明外,所讨论的测量均为等精度测量。

测量都是测量者在一定的环境条件下,按照一定的方法,使用一定的测量仪器进行的。

由于测量原理的近似性、测量方法的不完善、测量仪器准确度有限、被测对象本身的涨落等诸多因素将不可避免地对测量结果造成影响,因此,任何测量都不能做到绝对准确。

我们把被测量在一定客观条件下的真实大小,称为该量的真值,记为 X_0 ,而把某次对它测量得到的值称为测量值,记为 X_i ,那么两者之差就称为测量误差。通常将

$$x_i = X_i - X_0 \quad (1-1-1)$$

称为测量的绝对误差。将绝对误差与真值之比

$$\varepsilon_i = \frac{|x_i|}{X_0} \times 100\% \quad (1-1-2)$$

称为测量的相对误差。

测量中,误差可以被控制到很小,但不能使误差为零。也就是说,测量结果都有误差,误差自始至终存在于一切测量过程中,这就是误差公理。

需要指出的是,一个量的真值是客观存在的,它只有通过完美无缺的测量才能获得,但这是做不到的,所以它只是一个理想的概念。在实际测量中,只能根据测量数据估算它的最佳估计值(近真值),并以测量不确定度来表征其所处的范围。由于真值不能确定,所以误差也无法准确得到。实际应用中,必要时可用公认值、理论值、高精度仪器校准的校准值、最佳估计值等作为约定真值。

1.2 误差的分类

为了得到尽可能接近真值的测量结果,测量者必须分析和研究误差的来源和性质,有针对性地采取适当措施,尽可能地减小误差。按照误差产生的原因和性质,可将其分为下列几类。

1. 系统误差

在相同条件下多次测量同一量时,测量结果出现固定的偏差,即误差的大小和符号始终保持不变,或者按某个确定的规律变化,这种误差就称为系统误差。系统误差按产生原因的不同可分为如下几类。

(1) **仪器误差**。它是由于仪器装置本身的固有缺陷或没有按规定条件使用而造成的误差,如仪器零点未对准、天平砝码有缺损而又未经校准、刻度不准等。

(2) **方法误差**。它是由于实验所依据的原理不够完善,或者测量所依据的理论公式带有近似性,或者实验条件达不到理论公式规定的要求所造成的误差。例如,单摆的周期公式 $T = 2\pi \sqrt{l/g}$ 成立的条件是摆角趋于零,而在实验测定单摆的周期时又必然有一定的摆角,再加上空气阻力、摆线质量等影响因素,这就决定了测量结果必然存有误差。

(3) **个人误差**。它是由于测量者感觉器官的灵敏度不够高或者个人不正确的习惯所造成的误差。如有的人按秒表总提前,有的人总滞后。这种误差往往因人而异并与测量者当时的心理状态有关。

(4) **环境条件误差**。它是由于外界环境因素(如温度、湿度、电磁场等)发生变化,或者实验环境条件不符合标准等所造成的误差。例如,标准电池是以 $20\text{ }^\circ\text{C}$ 时的电动势作为标准值的,若在 $10\text{ }^\circ\text{C}$ 时使用而不加修正就引入了系统误差。

由此可见,系统误差的特征是具有确定性,其产生的原因往往是可知的,它的出现一般也是有规律的。因此,在实验前应该对测量中可能产生的系统误差做充分的分析和估计,并

采取必要的措施尽量消除其影响。测量后应该设法估计未能消除的系统误差之值,以便对测量结果加以修正,或估计测量结果的准确程度。

实验中对系统误差的处理,一般可用如下的方法消除或减小。

(1) **消除系统误差产生的根源**。例如,在实验前对仪器进行检验和校准,按规程正确使用仪器,实验原理和测量方法要正确等。

(2) **修正测量结果**。对已确知的系统误差,根据它的变化规律,找出修正值或修正公式对测量结果进行修正。

(3) **改进测量方法**。对一些未确定的系统误差,可采用适当的测量方法对其消除,如替代法、交换法、异号法、补偿法等。

应该指出,系统误差经常是一些实验测量的主要误差来源。依靠多次重复测量一般都不能发现系统误差的存在,处理不妥往往对测量结果的准确度带来很大影响。因此,实验工作者必须经常总结经验,掌握各种不同的测量仪器、各种不同的实验方法以及各种环境因素引起的系统误差的变化规律,以提高实验技术水平。

2. 随机误差(偶然误差)

在相同的实验条件下多次测量同一物理量时,每次测量结果可能都不一样,测量误差或大或小、或正或负,完全是以不可预知的随机方式变化的,这种误差称为随机误差。当测量次数较少时,随机误差的出现显得毫无规律,但当测量次数足够多时,误差的大小以及正负误差的出现都是服从某种统计分布规律的。

随机误差主要是由于测量过程中一些随机的或不确定的因素所引起的。例如,电源电压的波动、外界电磁场的干扰、气流的扰动或无规则的振动以及测量者个人感官功能的随机起伏等。这些因素一般无法预知,也难以控制。所以,测量过程中随机误差的出现带有某种必然性和不可避免性。

3. 粗大误差(过失误差)

这是一种明显超出统计规律预期值的误差,这类测量常常伴随有异常值出现。粗大误差产生的原因通常有测量仪器的故障、测量条件的失常及测量者的失误,实际上是一种测量错误。带有粗大误差的实验数据是不可靠的,一旦发现测量数据中可能有粗大误差数据存在,应进行重测。如条件不允许重新测量,应在能够确定的情况下,剔除含有粗大误差的数据,但必须十分慎重。

需要指出的是,不应当把有某种异常的观察值都作为粗大误差来处理,因为它可能是数据中固有的随机性的极端情况。判断一个观察值是否为异常值,通常应根据技术上或物理上的理由做出决定。对于实验中可疑数据的剔除,可参考误差理论中用来处理可疑数据的一些准则,如拉依达准则、肖维涅准则、格拉布斯准则。

4. 与误差有关的几个定性术语

1) 准确度

准确度这一术语用来表征测量结果的系统误差的大小,即测量结果与真值的符合程度。准确度越高,测量结果越接近真值,系统误差越小;反之,准确度越低,测量结果偏离真值越大,系统误差越大。

2) 精密度

精密度这一术语用来表征测量结果随机误差的大小,即对同一物理量在相同的条件下

多次测量所得的各测量值之间的一致程度,它反映了随机误差引起的测量值的分散性。精密度高,表示测量重复性好,测量值集中,随机误差小;反之,精密度低,表示测量重复性差,测量值分散,随机误差大。

3) 精确度

精确度是对测量结果中系统误差和随机误差大小的综合评价。精确度高是表示在多次测量中,数据比较集中,且靠近真值,即测量结果中的系统误差和随机误差都比较小。

为了说明这三个概念,下面用图 1-2-1 中射击打靶的结果进行类比。图 1-2-1(a) 的弹着点明显偏离靶心,存在着较大的系统误差,其准确度低;但弹着点比较集中,离散程度不大,其精密度较高。图 1-2-1(b) 则相反,弹着点比较分散,因此精密度不高;但是从弹着点分布情况来看,并没有明显的固定偏向,平均弹着点比较接近靶心,因此可以认为它的准确度是较高的。图 1-2-1(c) 则不仅精密度高,而且准确度也高,可以说这一结果精确度高。

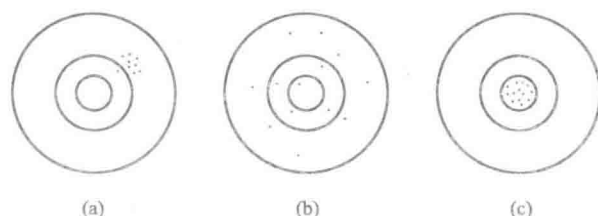


图 1-2-1 测量结果准确程度与射击打靶的类比
(a) 准确度低 (b) 准确度高 (c) 精确度高

1.3 随机误差的处理

本节讨论对随机误差的处理过程,假设系统误差已经被减弱到足可忽略的程度。

1. 随机误差的正态分布规律

对某一物理量在相同条件下进行多次重复测量,由于随机误差的存在,测量结果(X_1, X_2, \dots, X_n)一般都存在着一定的差异。如果该物理量的真值为 X_0 ,则根据误差的定义,各次测量的误差为

$$x_i = X_i - X_0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-3-1)$$

大量实验证明,随机误差的出现是服从一定的统计分布——正态分布(高斯分布)规律的。亦即对于大多数物理测量,随机误差具有以下统计分布特性。

(1) **单峰性**。绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现的概率小。

(2) **对称性**。绝对值相等的正负误差出现的概率相等。

(3) **有界性**。绝对值非常大的正、负误差出现的概率趋近于零,误差的绝对值不超过一定限度。

(4) **抵偿性**。当测量次数趋近于无限多时,由于正负误差互相抵消,各误差的算术平均值趋近于零。

随机误差正态分布的这些性质在图 1-3-1 所示的正态分布曲线上可以非常清楚地体现出来。该曲线横坐标 x 为误差,纵坐标 $f(x)$ 即为误差的概率密度分布函数,它的意义是

误差出现在 x 处单位误差范围内的概率。 $f(x)dx$ 是误差出现在 x 至 $x+dx$ 区间内的概率,即图中阴影部分的面积。整个误差分布曲线下的面积为单位 1,这是由概率密度函数的归一化性质决定的。

根据统计理论可以证明,正态分布概率密度函数 $f(x)$ 的具体形式为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1-3-2)$$

式中 σ ——表征测量值离散程度的参数,称为标准误差。

由概率论可知,在某一次测量中,随机误差出现在 a 至 b 区间的概率应为

$$p = \int_a^b f(x) dx \quad (1-3-3)$$

而某一次测量中,随机误差出现在 $-\infty$ 至 ∞ 区间的概率应为

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (1-3-4)$$

由误差的正态分布规律可证明, $x = \pm\sigma$ 是曲线的两个拐点处的横坐标值。当 $x=0$ 时,由式(1-3-2)得

$$f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (1-3-5)$$

由式(1-3-5)可见,某次测量若标准误差 σ 较小,则必有 $f(0)$ 较大,误差分布曲线中部将较高,两边下降就较快。总之,分布曲线较窄,表示测量的离散性小,精密度高。相反,如果 σ 较大,则 $f(0)$ 就较小,误差分布曲线的范围就较宽,说明测量的离散性大,精密度低,如图 1-3-2 所示。

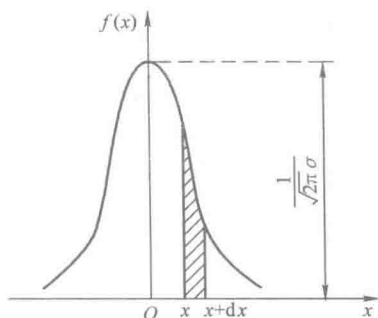


图 1-3-1 随机误差的正态分布曲线

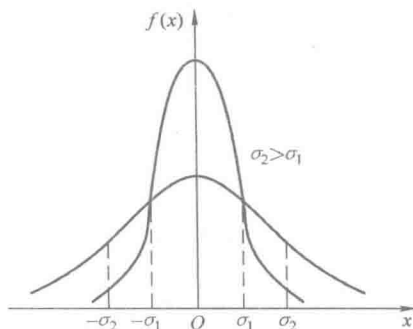


图 1-3-2 σ 对正态分布曲线的影响

2. 标准误差 σ 的统计意义

可以证明,标准误差 σ 可由下式表示

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - X_0)^2} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (1-3-6)$$

式中 n ——测量次数。

下面对统计特征量 σ 做进一步的研究。

由概率密度分布函数的定义式(1-3-2),可计算出某次测量随机误差出现在 $[-\sigma, +\sigma]$ 区间的概率为

$$p_1 = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(x) dx = 0.683 \quad (1-3-7)$$

同样可以计算出某次测量随机误差出现在 $[-2\sigma, +2\sigma]$ 和 $[-3\sigma, +3\sigma]$ 区间的概率分别为

$$p_2 = \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(x) dx = 0.955 \quad (1-3-8)$$

$$p_3 = \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(x) dx = 0.997 \quad (1-3-9)$$

与以上三个积分式所对应的面积如图 1-3-3 所示。

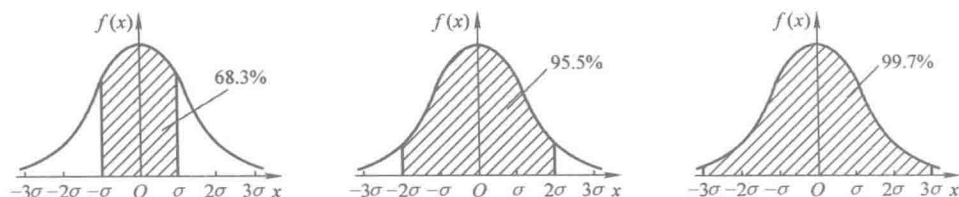


图 1-3-3 积分式所对应的面积

通过以上分析可以得出标准误差 σ 所表示的统计意义。对物理量 X 任做一次测量时, 测量误差落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间的可能性为 68.3%, 落在 -2σ 到 $+2\sigma$ 之间的可能性为 95.5%, 而落在 -3σ 到 $+3\sigma$ 之间的可能性为 99.7%。由于标准误差 σ 具有这样明确的概率含义, 因此国内外已普遍采用标准误差作为评价测量质量优劣的指标。

随机误差小于 3σ 的可能性是 99.7%, 这给了我们一个启示: 对于有限次测量, 随机误差大于 3σ 的可能性是微乎其微的, 如果出现这种情况就应引起注意, 考虑是否测量失误, 该测量值是否为“坏值”, 若是则应予以剔除。所以把 3σ 称为随机误差的极限误差。

实际测量的次数 n 是不可能达到无穷多的, 而且真值 X_0 也是未知的, 因此计算标准误差 σ 的公式(1-3-6)只具有理论上的意义。那么, 在对物理量 X 进行了有限次测量而真值 X_0 又未知的情况下, 如何确定 σ 呢?

3. 测量列的算术平均值

由于随机误差的可抵偿性, 即在相同的测量条件下对同一物理量进行多次重复测量, 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而逐渐趋近于零, 因此可以用增加测量次数的办法来减小随机误差。若用测量列 (X_1, X_2, \dots, X_n) 表示对物理量进行 n 次测量所得的测量值, 那么每次测量的误差为

$$x_1 = X_1 - X_0$$

$$x_2 = X_2 - X_0$$

.....

$$x_n = X_n - X_0$$

将以上各式相加得

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n X_i - nX_0$$

由此可得

$$X_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

由于

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

因此有

$$X_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \right)$$

而

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \bar{X}$$

所以

$$X_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{X}$$

可见,测量次数越多,算术平均值越接近真值。因此,可以用有限次重复测量的算术平均值作为真值的最佳估计值或近真值。

由于测量列的算术平均值只是最接近真值但不是真值,因此误差 $x_i = X_i - X_0$ 也是无法得到的。在实际测量的数据处理中,是用偏差来估算每次测量对真值的偏离。测量值与最佳估计值(近真值)的差称为偏差,其定义为

$$v_i = X_i - \bar{X} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1-3-10)$$

4. 有限次测量的标准偏差

由于在有限次测量的情况下被测量的真值是不可知的,故由式(1-3-6)定义的标准误差 σ 也是无法计算的。但可以证明,当测量次数为有限时,可以用标准偏差 S 作为标准误差 σ 的最佳估计值。 S 的计算公式为

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (1-3-11)$$

有时也简称 S 为标准差,它具有与标准误差 σ 相同的概率含义。式(1-3-11)在实际测量中非常有用,称为贝塞尔(Bessel)公式,以后要经常用到。

5. 有限次测量算术平均值的标准偏差

对 X 的有限次测量的算术平均值也是一个随机变量。当对 X 进行多组的有限次测量时,各个测量列的算术平均值彼此总会有所差异,因此也存在标准偏差,这个标准偏差用 $S_{\bar{X}}$ 表示。为了将测量列的标准偏差 S 与平均值的标准偏差 $S_{\bar{X}}$ 加以区别,用 S_X 来表示式(1-3-11)定义的 S ,即特指测量列的标准偏差。可以证明, $S_{\bar{X}}$ 与 S_X 具有下列关系:

$$S_{\bar{X}} = \frac{S_X}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (1-3-12)$$

对随机误差的处理,可以通过多次测量求平均来消减,并通过计算标准偏差来估算。

6. 坏值的剔除

在一列测量值中,有时会混有偏差很大的“可疑值”。一方面,“可疑值”可能是坏值,会影响测量结果,应将其剔除不用。另一方面,当一组正确测量值的分散性较大时,出现个别偏差较大的数据也是可能的,即“可疑值”也可能是正常值,如果人为地将它们剔除,也不合理。因此,要有一个合理的准则,判定“可疑值”是否为“坏值”。

判定测量值是否为“坏值”,可以采用拉依达准则、肖维涅准则、格拉布斯准则。下面介