



液体晃动动力学基础

李遇春 著



科学出版社

液体晃动动力学基础

李遇春 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要论述土木与水利工程中的液体晃动动力学问题，系统介绍了液体晃动的基本原理、求解问题的基本方法、液体晃动的动力学特征以及实际的工程应用。全书共 9 章，内容包括：绪论，理想流体晃动的势流理论，液体晃动模态分析，液体的强迫晃动，液体晃动阻尼，液体的参数晃动，液体晃动的数值模拟方法，液体晃动的等效力学模型，液体晃动与结构的相互作用。本书不仅为液体晃动动力学的初学者提供了入门知识，也为液体晃动动力学的研究者提供了求解问题的基本方法与思路。

本书的主要读者对象为从事液体晃动分析的研究者与工程师，以及高等学校土木工程（包括地震工程）、水利工程、力学等相关专业的高年级大学生、研究生和教师。

图书在版编目 (CIP) 数据

液体晃动动力学基础/李遇春著. —北京：科学出版社，2017

ISBN 978-7-03-051686-2

I. ①液… II. ①李… III. ①液体动力学 IV. ①O351.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 022092 号

责任编辑：王 钰 / 责任校对：王万红

责任印制：吕春珉 / 封面设计：东方人华设计部

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京中科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 2 月第 一 版 开本：B5 (720×1000)

2017 年 2 月第一次印刷 印张：13 1/4 插页：1

字数：255 000

定价：75.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换(中科))

销售部电话 010-62136230 编辑部电话 010-62135763-2041

版权所有，侵权必究

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303

前　　言

本书作者对于液体晃动动力学的研究源于大型渡槽的抗震问题研究，由于大型渡槽内含有大量流体，在地震作用下，槽内流体会发生晃动，对渡槽结构进行地震响应分析时，必须考虑槽内流体晃动的影响，流体晃动对于渡槽的抗震计算是一个不可回避的问题。作者从 1995 年开始研究渡槽抗震问题时并不熟悉液体晃动动力学，在 20 余年的时间里，一直学习并从事流体晃动动力学的相关研究，本书包括了作者多年的学习与研究心得，集中反映了近几年的最新研究成果。

当你端起一杯红酒摇晃时，红色的液体在杯中出现了变幻莫测的运动，看似一杯普通的红酒，当你去研究它的晃动时，却发现这是一个异常困难的问题，杯内液体所展现的各种复杂而奇妙的运动包含了深奥的数学与力学原理。液体晃动动力学是流体动力学的一个重要分支，拥有完整的理论体系，其应用的范围非常广泛，液体晃动问题涉及数学、物理学、力学以及诸多的工程学领域，其中工程领域包括航空航天、船舶、土木、水利、化工以及核工程等。各个不同的学科关于液体晃动的研究论文已多达数千篇，例如：Ibrahim R A 在 2005 年出版的液体晃动动力学专著中，引用的论文多达 3000 余篇，该书 948 页，包含的内容极为丰富。

国内被广泛引用的相关专著有：

- 1) 居荣初, 曾心传. 1983. 弹性结构与液体的耦联振动理论. 北京: 地震出版社. (土木与水利工程领域, 包含部分液体晃动动力学内容)
- 2) 王照林, 刘延柱. 2002. 充液系统动力学. 北京: 科学出版社. (航天航空领域)

国际上被广泛引用的相关专著有：

- 1) Abramson H N. 1966. The dynamic behavior of liquids in moving containers. NASA SP-106, Washington, DC: National Aeronautics and Space Administration. (航天航空领域)
- 2) Dodge F T. 2000. The new “dynamic behavior of liquids in moving containers”. Southwest Research Institute, San Antonio, TX. (航天航空领域)
- 3) Ibrahim R A. 2005 Liquid sloshing dynamics: theory and applications, Cambridge. Cambridge University Press. (流体动力学、航天航空领域)
- 4) Faltinsen O M, Timokha A N. 2009. Sloshing. Cambridge: Cambridge University Press. (流体动力学、船舶工程领域)
- 5) Moiseev H N, Petrov A A. 1966. The calculation of free oscillations of a liquid in a motionless container. Advances in Applied Mechanics 9: 91-154. (数学、力学领域)

6) Moiseev H N, Rumjantsev V V. 1968. Dynamic stability of bodies containing fluid. Edited by Abramson HN. Springer-Verlag, New York. (数学、力学领域)

在以上的文献中，液体的晃动动力学研究大多集中在力学、航天与船舶工程领域，然而针对土木与水利工程的液体晃动动力学专著比较少见，本书则主要涉及水利与土木工程方面的液体晃动问题研究。作者在研读晃动动力学专著与文献时，发现大多数的文献对于晃动的基本理论与方程的推导过程很少做详细讨论与说明，使读者（特别是初学者）感到难以理解，这对于运用基本理论求解实际问题十分不利。作者认为方程的推导细节对于原创性研究至关重要，有必要给读者，特别是准备从事相关研究工作的在校研究生，提供一本简单易懂的入门书籍，对于从事工程晃动问题的研究者，也能提供一些解决问题的基本方法与思路。作者不希望本书成为文献综述或纯粹的知识罗列，期望能比较透彻地介绍液体晃动的基本原理、求解问题的基本方法、液体晃动的动力学特征以及实际的工程应用。本书对于液体晃动基本运动方程的建立及求解过程进行了比较详细的推导与说明，对于土木、水利工程中常见的地震、风振或其他周期荷载所激发的流体晃动问题，提出尽可能简便的处理方法，这些方法包括理论分析、数值计算以及实验手段（现有的晃动动力学书籍，更多关注理论方法，较少涉及数值方法以及实验手段）。

液体的晃动是一种特殊的液体流动，尽管液体晃动受到流体动力学方程的支配，但其动力学特征与结构的振动有许多相似之处，晃动的液体可以比喻为“流动的结构”，结构振动（动力学）中的很多思想和方法可以应用到液体的晃动动力学中。本书的读者需要掌握高等数学（包括数理方程）及结构动力学相关知识，但对于不熟悉（或没有学过）流体动力学知识的读者也可读懂本书。现有土木与水利工程类专业通常会开设流体动力学与结构动力学的课程，一般不会开设液体晃动动力学的课程，然而这些专业的研究生论文课题可能会涉及液体的晃动问题，因此作者希望本书能填补他们在液体晃动动力学方面的知识空缺。

作者要感谢多位研究生对本书研究成果所做出的贡献，他们分别是：邸庆霜（博士）、王庄（博士）、王立时（博士）、勾鸿量（博士）、龚永庆（硕士）、张皓（硕士）、孙克丰（硕士）、来明（硕士）、余燕清（硕士）、胡奇（硕士）、刘哲（硕士）。作者还要特别感谢国家自然科学基金项目（50678121, 51279133）以及清华大学水沙国家重点实验室开放基金项目（SKLHSE-2011-C-02）对本书研究工作所提供的资助。

本书作者学识有限，书中难免存在不妥之处，恳请读者指正。

李遇春

2016年6月于同济大学

目 录

前言

第1章 绪论	1
第2章 理想流体晃动的势流理论	8
2.1 惯性(固定)坐标下的理想流体运动基本方程	8
2.1.1 运动平衡方程	8
2.1.2 连续性方程	11
2.1.3 晃动的速度势描述	12
2.1.4 Bernoulli 方程	13
2.1.5 液体晃动的几类边界条件	14
2.2 非惯性坐标系(加速坐标系)下的理想流体运动方程	16
2.2.1 采用相对速度势描述动坐标下的流体运动	17
2.2.2 采用绝对速度势描述动坐标下的流体运动	19
2.2.3 两种描述方法的等价性	22
第3章 液体晃动模态分析	24
3.1 二维矩形容器内液体晃动自然频率与振型	24
3.2 二维任意形状容器内液体晃动自然频率的近似解	27
3.2.1 自然频率的 Rayleigh 商表达式	27
3.2.2 自然频率的近似解答	29
3.2.3 近似自然频率算例	30
3.3 二维晃动模态的统一 Ritz 计算方法	32
3.3.1 Ritz 求解方法	32
3.3.2 Ritz 基函数的构造	33
3.3.3 数值算例	35
3.4 二维晃动模态的试验识别	38
3.4.1 实验装置与模型	38
3.4.2 自由液面波高、频率与阻尼的测量	40
3.4.3 晃动模态的试验结果	41
3.5 三维直立圆柱容器内液体晃动模态	43

第 4 章 液体的强迫晃动	48
4.1 二维矩形容器内液体的地震强迫线性晃动	48
4.2 三维直立圆柱容器内液体的地震强迫线性晃动	54
4.3 强迫有限幅非线性晃动的多维模态分析方法	58
4.3.1 二维有限幅非线性强迫晃动的运动方程	58
4.3.2 基于压力积分的 Bateman-Luke 变分原理	60
4.3.3 基于变分原理的有限幅晃动非线性微分方程组（模态系统）	63
4.4 二维矩形容器内液体的非线性（有限幅）强迫晃动	66
4.4.1 矩形容器内有限幅晃动的渐近解法（渐近模态系统）	66
4.4.2 非线性强迫晃动算例	72
第 5 章 液体晃动阻尼	75
5.1 边界层阻尼	75
5.1.1 黏性液体运动的 Navier-Stokes 方程	75
5.1.2 Stokes 边界层方程	76
5.1.3 振动平板上的周期边界层	77
5.2 如何在线性势流模型中体现液体阻尼效应	79
5.3 液体晃动阻尼比估计	80
5.3.1 Stokes 边界层阻尼	80
5.3.2 容器的内部黏性阻尼（体阻尼）	84
5.3.3 矩形容器内二维晃动阻尼比系数算例	84
5.3.4 几种容器内液体晃动阻尼比经验公式	85
5.4 增加晃动阻尼的措施（防晃装置）	86
第 6 章 液体的参数晃动	87
6.1 二维线性参数晃动方程	87
6.2 参数晃动稳定性分析	90
6.3 参数晃动不稳定边界的试验结果	94
6.4 参数晃动失稳的能量分析	96
6.4.1 液体参数晃动的能量增长指数（EGE）与能量增长系数（EGC）	96
6.4.2 基于 Floquet 理论的 EGE 与 EGC 分析	98
6.4.3 基于 EGE 的稳定性判别准则	100
6.4.4 近似 EGC 与 EGE 的解析公式	101
6.4.5 基于 EGE 与 EGC 的参数失稳讨论	107
6.4.6 EGE 与 EGC 的应用实例	108
6.5 非线性稳态参数晃动（极限环运动）	111

第 7 章 液体晃动的数值模拟方法	115
7.1 晃动的边界元模拟方法	115
7.2 晃动的有限元模拟方法	121
7.2.1 无黏性液体运动的位移控制方程	122
7.2.2 流体与结构运动的相似性	124
7.2.3 流体位移有限元模式	124
7.2.4 液体-结构耦合系统运动方程	126
7.2.5 数值算例	126
7.3 有限体积法	127
7.3.1 有限体积法的基本原理	128
7.3.2 自由液面的 VOF 方法	129
7.3.3 数值算例	131
7.4 SPH 无网格方法	133
7.4.1 液体晃动方程的 Lagrange 描述	134
7.4.2 SPH 计算格式	134
7.4.3 时间积分格式	135
7.4.4 状态方程	136
7.4.5 边界条件	136
7.4.6 数值算例	137
第 8 章 液体晃动的等效力学模型	141
8.1 二维矩形容器内液体晃动等效力学模型	141
8.1.1 液体与等效模型的运动方程	142
8.1.2 液体等效力学模型公式	143
8.1.3 推荐的等效力学模型计算公式	146
8.2 半解析/半数值方法求解等效力学模型（以矩形容器为例）	147
8.2.1 一阶模态频率的拟合公式	148
8.2.2 M_1 与 h_1 的拟合公式	150
8.2.3 M_0 与 h_0 的拟合公式	154
8.3 二维非矩形容器内液体晃动等效力学模型	157
8.3.1 二维圆形截面容器内液体晃动等效力学模型	157
8.3.2 二维 U 形截面容器内液体晃动等效力学模型	159
8.3.3 二维梯形容器内液体晃动等效力学模型	161
8.3.4 数值算例	166
8.4 三维直立圆柱容器内液体晃动等效力学模型	170

第9章 液体晃动与结构的相互作用	176
9.1 梁坝-无限水体的动力相互作用	176
9.1.1 梁坝-无限水体体系的动力学基本方程	177
9.1.2 梁坝的湿模态及其正交性	178
9.1.3 梁坝的地震反应分析	187
9.1.4 刚性坝上的动水压力	191
9.2 贮液箱-支撑结构的动力相互作用	192
9.2.1 贮液箱-支撑结构体系的模态特征	192
9.2.2 液-固耦合作用对动力特性的影响	193
9.2.3 液体的晃动对结构振动的影响分析	195
主要参考文献	199

第1章 绪论

贮液箱内带有自由液面的液体在受外部激励（扰动）下产生的运动称之为晃动，外部激励通常来源于容器的加速运动。从数学上讲，带有自由液面的晃动问题可归结为求解液体运动的 Navier-Stokes 方程（或 Euler 方程），方程一般情况下是非线性的，液体自由表面的边界条件一般情况下表现为非线性方程，液面位置随时间改变。液体晃动是一种复杂的液固耦合现象，与容器的几何特性、液深、激励、壁面特性等参数有关，求解液体的一般晃动方程是一件相当困难的事情。对于充满于封闭容器的液体，由于无自由表面晃动，问题要简单得多，液体的动力学效应按刚性质量考虑即可。

液体的晃动问题广泛存在于航空航天、船舶、土木、水利、化工以及核电工程等领域。从工程应用的角度看，液体晃动的基本问题涉及液体在外激励作用下自由表面晃动的自然频率、振型、自由表面波高、液动压力分布以及作用在容器上的液动力、力矩等，这些液体的动力学效应会对容器及其相关结构的安全性、稳定性以及动力学行为产生重要影响。

在航天工程领域，航天器（包括火箭）需要携带大量的液体燃料（图 1.1），液体燃料的质量可能接近航天器总质量的一半或更多。航天器发射、升空以及正常运行过程中，在航天器运动激励下，液体燃料可能发生剧烈晃动，由此产生的附加晃动力及力矩对航天器产生重要影响，可能导致航天器运行姿态失控或贮液结构损坏等严重事故，历史上曾经有多次因未预料的液体燃料晃动而导致航天器失事，因此液体燃料的晃动动力学研究是航天工程的一个重要课题。关于航天工程中的液体晃动问题研究可参见相关专著（Abramson 1966; Dodge 2000; 王照林、刘延柱 2002; Ibrahim 2005 等）。



图 1.1 航天器（火箭）中巨大的液体燃料箱（摘自百度图片）

大型船舶中有一类运输液体的船舶，如图1.2所示的LNG(liquefied natural gas)船是在低温下运输液化气的专用船舶，液化气在船舱中以液体的形式存在，运输船在波浪作用下会发生晃荡从而引发舱内巨量液体的晃动，液体的晃动可能影响船舶的结构及航行安全，晃动引起的载荷效应已成为载液船舶安全性评估的重要内容之一，船舱内的液体在船体运动激励下的晃动动力学是船舶工程的研究热点之一。关于船舶工程中的液体晃动问题专题研究可参见相关专著（Faltinsen & Timokha 2009）。



图 1.2 LNG 运输船(摘自百度百科)

水利工程中，大坝的抗震设计需要考虑库水的晃动对大坝的附加动水压力影响。对于刚度很大的重力坝（例如三峡大坝，图 1.3），可不考虑坝体对水体运动的影响，只需单方面考虑晃动的库水对坝体的作用；Westergaard（1933）首次分析了地震时作用在刚性坝上的动水压力。对于刚度较小的拱坝（例如胡佛水坝，图 1.4），当需要考虑坝体变形影响时，需要进行坝-库水的耦联振动计算；居荣初、曾心传（1983）在其专著中详细讨论了地震作用下结构与液体的耦联振动理论。

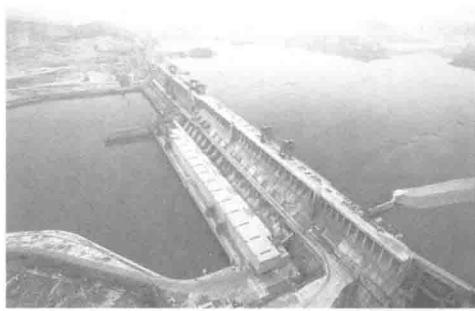


图 1.3 三峡大坝（摘自搜狗图片）



图 1.4 胡佛（Hoover）水坝（摘自搜狗图片）

在调水（或运河）工程中广泛使用的渡槽是一种架空输水建筑物（或输水桥梁），目前在世界范围已修建了许多渡槽，比较典型的渡槽有：①北京军都山斜拉渡槽（图 1.5）；②东深调水工程中的旗岭渡槽（图 1.6）；③南水北调工程中的漕

河渡槽（图 1.7）；④法国 Saint Bachi 悬索渡槽（图 1.8）；⑤德国 Magdeburg 通航渡槽（图 1.9）。

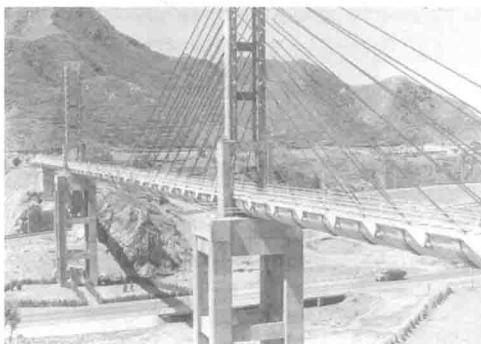


图 1.5 北京军都山斜拉渡槽（摘自百度百科）

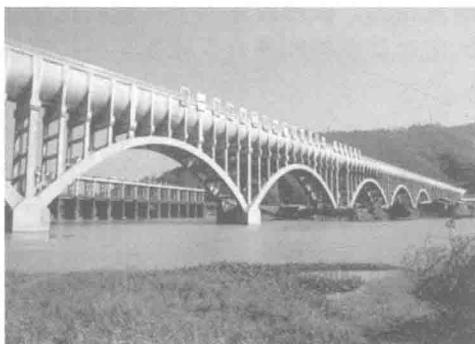


图 1.6 东深旗岭渡槽（摘自南方网）



图 1.7 南水北调漕河渡槽（摘自百度图片）

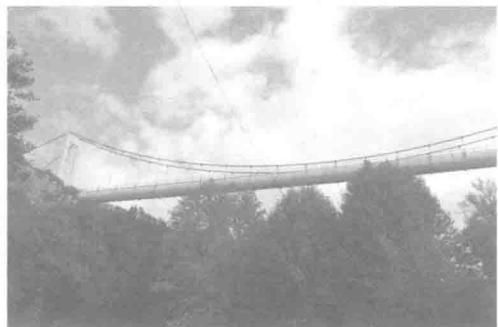


图 1.8 法国 Saint Bachi 悬索渡槽
(Adrien Mortini 拍摄)



图 1.9 德国 Magdeburg 通航渡槽（摘自百度百科）

渡槽与普通桥梁的最大区别在于渡槽要携带大量的水体，渡槽上部结构包括支承结构（排架、墩、桁架、塔架与索等）与槽体，槽内水体的质量通常与结构质量相当。在地震作用下，地面运动会通过支承结构引起槽体的运动，槽体的牵连运动又会带动槽内水体的晃动，而槽内水体的晃动反过来会影响槽体与支承结构的运动（振动），因而渡槽的抗震计算是一个相当复杂的问题。在渡槽体系抗震分析中应考虑流体的晃动及其与结构的相互作用，这是渡槽抗震计算不同于桥梁的特点，也是渡槽抗震计算的关键问题。大跨径渡槽（如悬索渡槽）在风作用下，还会引起风致振动，这种振动也可能诱发槽内水体的晃动，因此在渡槽的风振分析中也应考虑液体晃动的影响。渡槽内液体的晃动问题讨论将是本书的一个重要内容之一。

在水利枢纽工程中，湿运升船机的承船厢是一个巨大的盛水容器，图 1.10 为长江三峡升船机，图 1.11 为英国福尔柯克轮（Falkirk Wheel）旋转升船机，当升船机遭遇地震作用时，承船厢内的巨大水体会发生晃动，水体的晃动将对结构的地震响应产生重要影响，在升船机的抗震问题研究中，液体的晃动是一个需要考虑的问题。当承船厢内有船舶时，这将是一个带浮体的特殊晃动问题。这些问题都需要用液体的晃动动力学理论进行分析。



图 1.10 长江三峡升船机（摘自百度百科）

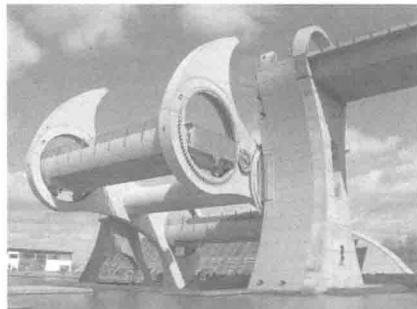


图 1.11 英国福尔柯克轮（Falkirk Wheel）
旋转升船机（摘自百度百科）

市政工程中常用的水塔结构（图 1.12）及架空水箱结构（图 1.13）的抗震与抗风计算都涉及水箱内液体的晃动分析。由于水体晃动计算的复杂性，在目前的设计计算中，一般将水体按固定的质量加以考虑，即未考虑水体流动的影响，所得到的结构动力反应将可能产生较大误差；当需做进一步的精确计算时，需要采用液体晃动动力学理论进行计算分析。

在建筑工程中，一种叫作调频液体阻尼器（tuned liquid damper, TLD）的装置被广泛应用于建筑结构中。TLD 是一种被动耗能减振装置，它是利用固定水箱中的液体在晃动过程中产生的动侧力来减小建筑结构的振动，将结构振动的能量传递给 TLD，使 TLD 内的液体发生晃动，从而消耗结构的振动能量。TLD 具有

构造简单、安装容易、自动激活性能好、不需要启动装置等优点，可兼作供水水箱使用。在设计与研究 TLD 的减振性能时，需要借助液体晃动动力学的基本理论与求解方法。

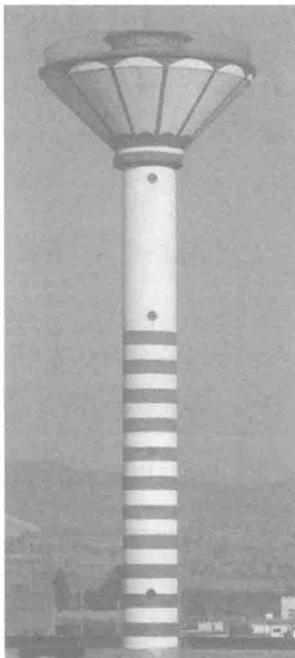


图 1.12 水塔结构（摘自百度图片）



图 1.13 架空水箱结构（摘自百度图片）

核电工程中涉及许多液体晃动与结构的相互作用问题。例如：在强震作用下，核电换料水池（图 1.14）内的水体会产生强烈晃动并与水池内的设备发生相互作用，设备工程师需要知道液体晃动对设备的附加影响，这需要液体晃动的相关分析；安装在安全壳顶端的冷却水箱（图 1.15）储存有大量的冷却水，强震引发的水体晃动将会冲击水箱壁，甚至可能冲击顶盖，可能对冷却水箱造成破坏，从而影响到核反应堆的安全运行，如何评估水体晃动冲击的风险也需要液体晃动动力学的相关分析。

核电工程中的快中子增殖反应堆（快堆）容器内装满了液态钠，液体表面由气体覆盖，地震可能引起液态钠的大幅晃动，特别是对于长周期地震而言，这种效应更为显著，大幅晃动的液体可能冲击顶盖，可能将上方的气体卷入堆芯，影响反应堆的安全运行。现有的核电厂抗震规范要求，必须考虑地震作用下液体晃动对结构的冲击载荷效应。

特大型液化天然气（LNG）储罐（图 1.16）为极其重要的生命线工程，其抗震安全要求等同于核电设施，其抗震能力对保证安全供气十分重要。由于特大型 LNG 储罐结构比一般的储罐结构复杂，目前对于此类特大型 LNG 的抗震研究还

不够深入，特大型 LNG 储罐结构减震与隔振问题还没有得到很好的解决，这一问题仍是目前土木工程界的研究热点之一。对于有抗震设防的储罐，通常需要进行储罐结构的减震与隔振设计，其中的计算分析中不可避免地涉及液体晃动动力学的理论与计算方法。



图 1.14 换料水池（摘自百度图片）

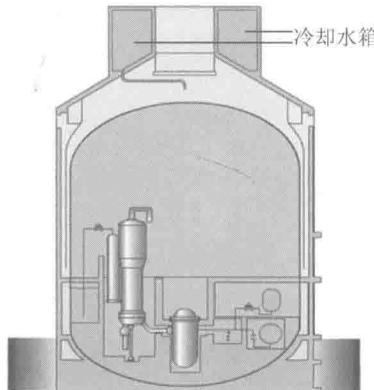


图 1.15 核安全壳内反应堆冷却水箱示意图

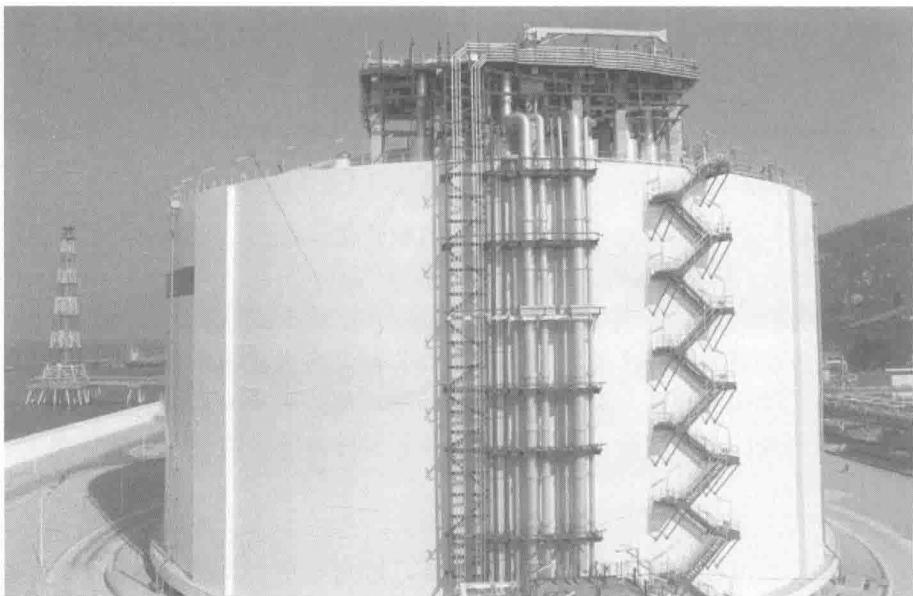


图 1.16 特大型液化天然气（LNG）储罐（摘自百度图片）

化工液体运输车广泛运用于装卸酸、碱、盐等具有腐蚀性、危险性的液体介质，液体运输车在行进过程中会引起液体的晃动，车辆与液体的相互作用可能对行车安全构成威胁。据有关资料报道 (Ibrahim 2005)，液体运载车辆交通运输事故中的 4% 是由于液体晃动造成的。研究液体运载车辆的防晃措施需要液体晃动动

力学的相关知识。

依据外部激励（扰动）的不同，容器内液体表面可能呈现各种不同的奇妙运动，包括简单的二维运动、空间运动、旋转运动、不规则拍运动、对称运动、反对称运动、准周期运动、孤立波运动以及混沌运动等。由于晃动问题所呈现非线性运动的复杂性，这一问题一直吸引着许多数学、物理、力学研究者的关注，这些问题的研究可参见文献（Lomen & Fontenot 1967; Moiseev & Rumjantsev 1968; Miles & Henderson 1990; 倪婉荪、魏荣爵 1997; Müller et al. 1997; Kalinichenko et al. 2000; Rajchenbach et al. 2011; Ikeda et al. 2012）。

第2章 理想流体晃动的势流理论

本章讨论理想流体的势流理论。假定所研究的液体没有黏性，这种液体称为理想流体。实际真实的流体或多或少总是有黏性的，对于某些流体，如水体，由于其黏性很小，在研究水体的晃动问题时，其黏性的影响可忽略不计，所得计算结果能基本反映流体运动情况，由于不考虑流体质点间的摩擦引起的黏性应力，即剪切应力忽略不计，流体内部一点的应力状态用压力描述即可；对于容器内晃动的流体，还可以近似认为流体运动是无旋的，流体力学中描述流体涡旋运动的量为旋度，当旋度为零时，表明流体运动是无旋的；晃动流体可视为不可压缩流体，其质量密度保持不变；对于土木与水利工程常见的晃动问题，一般可不考虑液体自由表面张力的影响。

2.1 惯性（固定）坐标下的理想流体运动基本方程

2.1.1 运动平衡方程

惯性参考坐标系可以是固定的坐标系，也可为匀速运动的坐标系，本节讨论流体在固定坐标下的基本方程。在流动的流体内任取一个微小的平行六面体（图 2.1），它们的各边分别与固定坐标 $oxyz$ 的三个坐标轴平行，微体的三个边长分别为 dx 、 dy 与 dz 。作用在这个微体上有两类力，它们分别如下。

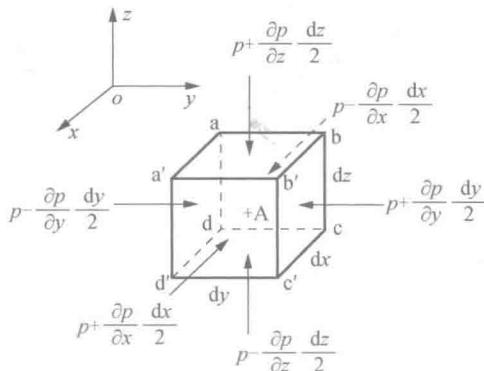


图 2.1 微体所受的六个表面力