

# 概·率·统·计 基础过关300题

◎ 李昌兴 编

数学全程答疑



下载答疑APP

基础薄弱考生专用

考研数学复习必备·基础过关配套习题

 学府考研  
十年专注·只做考研

Gailü Tongji Jichu Guoguan 300 Ti  
**概率统计基础过关300题**

李昌兴 编

西北工业大学出版社

**【内容简介】** 本书是严格执行最新《全国硕士研究生入学统一考试大纲》(数学)的要求编写的,同时,汲取了国内外同类教材之精华,并融入了编者多年的考研辅导教学成果和理念.本书包含的 300 道高质量习题涵盖了考研大纲概率统计部分所有知识点和考点,并针对重要知识点和考点编撰了多个题目,通过这些习题的训练,旨在帮助考生熟悉基本定理、基本公式的运用,建立考研数学知识的基本架构.在习题与答案部分指出了每道题目的大纲考点、解析思路、答案解析,旨在使考生熟悉考研大纲要点和重点、掌握考研命题规律和特点、明确命题意图、开拓考生解题视野、强化复习的针对性.

本书可作为备战 2018 年研究生入学考试的学生、提前备战 2019 年研究生入学考试的学生的辅导用书,也可供从事本专业教学的教师参考.

### 图书在版编目(CIP)数据

概率统计基础过关 300 题 / 李昌兴编. —西安:西北工业大学出版社, 2017.4

ISBN 978-7-5612-5300-7

I. ①概… II. ①李… III. ①概率统计—研究生—入学考试—习题集 IV. ①O211

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 082163 号

策划编辑:杨 军

责任编辑:王 静

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:西安东江印务有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:10

字 数:232 千字

版 次:2017 年 4 月第 1 版 2017 年 4 月第 1 次印刷

定 价:23.80 元

## 风雨考研路 学府伴你行

“学府考研”是学府教育旗下专业从事考研辅导的品牌!

“学府考研”是一个为实现人生价值和理想而欢聚一堂的团队。2006 年从 30 平方米办公室起步,历经十年,打造了一个考研培训行业的领军品牌。如今学府考研已发展成为集考研培训、图书编辑、在线教育为一体的综合性教育机构,扎根陕西,服务全国。

学府考研的辅导体系满足了考研学子不同层面的需求,主要以小班面授教学、全日制考研辅导、网络小班课为核心,兼顾大班教学、专业课一对一辅导等多层次辅导。学府考研在教学中的“讲、练、测、评、答”辅导体系,解决了考研辅导“只管教,不管学”的问题,保证学员在课堂上听得懂,课下会做题。通过定期测试,掌握学员的学习进度,安排专职教师答疑,保证学习效果。总结多年教学实践经验,学府考研逐渐形成了稳定的辅导教学体系,尽量做到一个学员一套学习计划、一套辅导方案,大大降低了学员考取目标院校的难度。在公共课教学方面实现零基础教学,在专业课方面,建立了遍及全国各大高校的研究生专业信息资源库,解决考生跨院校、跨专业造成的信息不对称、复习资料缺乏等难题。

“学府考研”的使命是帮助每一个信任学府的学员都能考上理想院校。

学府文化的核心是“专注文化”。

“十年专注,只做考研”。因为专业,所以深受万千考研学子信赖!

“让每一个来这里的考研学子都成为成功者”。正是这种责任,让学府考研快速成为考生心目中当仁不让的必选品牌。

人生能有几回搏,三十年太长,只争朝夕!

同学们,春华秋实,为了实现理想,努力吧!

学府考研 | 全国统一客服电话 | 400-090-8961 |  
总 部 | 陕西·西安友谊东路75号新红锋大厦三层

学府官方微博



学府官方微信



## 致学府图书用户

亲爱的学府图书用户：

您好！欢迎您选择学府图书，感谢您信任学府！

“学府图书”是学府考研旗下专业从事考研教辅图书研发的图书公司！

为了更好地为您提供“优质教学、始终如一”的服务，对于您所提出的宝贵意见与建议，我们向您深表感谢！

若我们的图书质量或服务未达到您的期望，敬请您通过以下联系方式进行告知。我们珍视并诚挚地感谢您的反馈，谢谢您！

在此祝您学习愉快！

学府图书全国统一客服电话：400-090-8961

学府图书质量及服务监督电话：15829918816

学府图书总经理投诉电话：张城 18681885291 投诉必复！

您也可将信件投入此邮箱：34456215@qq.com 来信必回！

图书微博



图书微信



图书微店



# 前 言

数学是全国硕士研究生入学统一考试工学类、经济类和管理类考生的必考科目,分值等同于专业课程,其重要程度不言而喻.数学考试成绩是关系到能否取得硕士研究生入学复试资格的一把“金钥匙”,而概率统计又是考研数学中的重要组成部分.要想获得优异的成绩,除了需要具备不懈努力的“韧劲”、四两拨千斤的“巧劲”之外,还需掌握必要的应试技能.笔者深知任何一本辅导用书都不能确保考生顺利通过考试,但“工欲善其事,必先利其器”,好的辅导用书一定可以帮考生在考研前进的道路上披荆斩棘,事半功倍.本书就是为考生在考研基础复习阶段量身定制的辅导用书.

在本书编写过程中,严格执行教育部考试管理中心颁布的最新《全国硕士研究生入学统一考试大纲》(数学)的要求,同时汲取国内外同类教材之精华,并融入笔者多年来考研辅导教学的新成果和新理念.本书着重突出下述特色.

(1)选编习题紧扣考试大纲.习题选编紧紧围绕最新数学考试大纲,做到有的放矢、分散难点、突出重点、难易兼备、拓展性好的基础训练题和适量的考研真题,还选编了具有考研前瞻性和新颖性的题型,屏蔽了偏题、怪题和难题.

(2)选编习题内容覆盖面全.选编习题涵盖了数学考研大纲的所有知识点和考点,针对重要知识点和考点编撰了多个题目,通过这些习题的训练来帮助考生熟悉基本定理、基本公式的运用,建立考研数学知识的基本架构.

(3)选编习题精解详略得当.在习题精解部分指出了题目的大纲考点、解析思路、答案解析,旨在使考生熟悉考研大纲的要点和重点、掌握考研命题的规律和特点、明确命题意图、开拓考生的解题视野、强化复习的针对性.答案解析力争做到可读性与示范性的协调统一,以提高考生做题的规范性和有效性,避免“小题大做”“大题小做”现象的发生.

(4)选编习题涵盖基本方法.笔者细心考虑到考研试题常用解答方法,如客观试题作答中的推演法、图示法、赋值法、排除法、逆推法等,通过比较各种方法在不同类型题目中的解答效率,考生能够系统掌握客观性试题解答的技能.另外,在名师评注中,适时指出常用解答方法的适用对象和基本思想,结合具体问题分析了相关概念、相关理论之间的有机联系、实时给出了一些重要的结论,以及一些常见错误的辨析,题目的拓展,解题方法的归纳总结等.

本书分为精编习题与习题精解两部分,内容包括随机事件和概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估

计、假设检验.

本书适用于考研数学(一)和数学(三),并对不同数学种类的不同考试内容给出了标注说明.

建议考生在使用本书时,不要就题论题,而是通过对题目的作答、比较、思考和总结,发现题目设置和解答的规律,特别要弄清楚命题意图,真正掌握应试技能,取得满意的成绩.

本书在笔者多年的考研辅导教学经验积累的基础上,借鉴和参阅了大量国内同类优秀的文献和辅导资料,得到了有益的启迪和教益,谨向有关作者表示感谢!

本书虽经深思熟虑和反复推敲,但疏漏及不妥之处在所难免,恳请读者和广大同仁批评指正,使本书在教学实践中不断完善.

编 者

2017年1月

# 目 录

## 第一部分 精编习题

|     |                   |    |
|-----|-------------------|----|
| 第一章 | 随机事件和概率 .....     | 1  |
| 第二章 | 随机变量及其分布 .....    | 6  |
| 第三章 | 多维随机变量及其分布 .....  | 10 |
| 第四章 | 随机变量的数字特征 .....   | 16 |
| 第五章 | 大数定律和中心极限定理 ..... | 21 |
| 第六章 | 数理统计的基本概念 .....   | 23 |
| 第七章 | 参数估计 .....        | 26 |
| 第八章 | 假设检验(数学一) .....   | 31 |

## 第二部分 习题精解

|      |                   |     |
|------|-------------------|-----|
| 第一章  | 随机事件和概率 .....     | 33  |
| 第二章  | 随机变量及其分布 .....    | 53  |
| 第三章  | 多维随机变量及其分布 .....  | 68  |
| 第四章  | 随机变量的数字特征 .....   | 96  |
| 第五章  | 大数定律和中心极限定理 ..... | 118 |
| 第六章  | 数理统计的基本概念 .....   | 122 |
| 第七章  | 参数估计 .....        | 132 |
| 第八章  | 假设检验(数学一) .....   | 144 |
| 参考文献 | .....             | 149 |



# 第一部分 精编习题

## 第一章 随机事件和概率

### 一、选择题

1. 若事件  $A, B$  满足  $B - A = B$ , 则一定有( ).  
(A)  $A = \emptyset$  (B)  $A \cap B = \emptyset$  (C)  $A \cap \bar{B} = \emptyset$  (D)  $B = \bar{A}$
2. 设  $A, B$  是两个随机事件, 则  $A - B$  不等于( ).  
(A)  $A \cap \bar{B}$  (B)  $\bar{A} \cap B$  (C)  $A - A \cap B$  (D)  $(A \cup B) - B$
3. 某工人生产了 3 个零件,  $A_i$  表示“他生产的第  $i$  个零件是合格品”( $i=1, 2, 3$ ), 以下事件的表示式错误的是( ).  
(A)  $A_1 A_2 A_3$  表示“没有一个零件是废品”  
(B)  $\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3$  表示“至少有一个零件是废品”  
(C)  $\bar{A}_1 A_2 A_3 \cup A_1 \bar{A}_2 A_3 \cup A_1 A_2 \bar{A}_3$  表示“仅有一个零件是废品”  
(D)  $\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 \cup \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 \cup A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3$  表示“至少有两个零件是废品”
4. 对于任意两个事件  $A$  和  $B$ , 与  $A \cup B = B$  不等价的是( ).  
(A)  $A \subset B$  (B)  $\bar{B} \subset \bar{A}$  (C)  $A\bar{B} = \emptyset$  (D)  $\bar{A}\bar{B} = \emptyset$
5. 随机事件  $A, B$  互为对立事件等价于( ).  
(A)  $A, B$  互不相容 (B)  $A, B$  相互独立  
(C)  $A, B$  构成样本空间的一个划分 (D)  $A \cup B = S$
6. 在电炉上安装了 4 个温控器, 其显示温度的误差是随机的. 在使用过程中, 只要有两个温控器的显示温度不低于临界温度  $t_0$ , 电炉就断电. 以事件  $E$  表示“电炉断电”, 而  $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq T_{(3)} \leq T_{(4)}$  为 4 个温控器显示的按递增序列排列的温度值, 则事件  $E$  等于( ).  
(A)  $\{T_{(1)} \geq t_0\}$  (B)  $\{T_{(2)} \geq t_0\}$  (C)  $\{T_{(3)} \geq t_0\}$  (D)  $\{T_{(4)} \geq t_0\}$
7. 以事件  $A$  表示“甲种产品畅销, 乙种产品滞销”, 则其对立事件  $\bar{A}$  为( ).  
(A) “甲、乙两种产品均畅销” (B) “甲种产品滞销, 乙种产品畅销”  
(C) “甲种产品滞销” (D) “甲种产品滞销, 或乙种产品畅销”
8. 设  $A, B$  为两个随机事件, 若  $P(AB) = 0$ , 则下列命题正确的是( ).  
(A)  $A$  和  $B$  对立 (B)  $AB$  是不可能事件  
(C)  $AB$  未必是不可能事件 (D)  $P(A) = 0$  或  $P(B) = 0$
9. 对任意事件  $A, B$ , 下面结论正确的是( ).  
(A) 若  $P(AB) = 0$ , 则  $AB = \emptyset$  (B) 若  $P(A \cup B) = 1$ , 则  $A \cup B = S$   
(C)  $P(A - B) = P(A) - P(B)$  (D)  $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(AB)$
10. 设  $A, B$  是两个随机事件, 且  $A \subset B$ , 则不能推出的结论是( ).

(A)  $P(A \cap B) = P(A)$

(B)  $P(A \cup B) = P(B)$

(C)  $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(B)$

(D)  $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A)$

11. 设事件  $A$  与事件  $B$  互不相容, 则( ).

(A)  $P(\overline{AB}) = 0$

(B)  $P(AB) = P(A)P(B)$

(C)  $P(A) = 1 - P(B)$

(D)  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1$

12. 已知事件  $A, B$  互不相容,  $P(A) > 0, P(B) > 0$ , 则( ).

(A)  $P(A \cup B) = 1$

(B)  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

(C)  $P(A \cap B) = 0$

(D)  $P(A \cap B) > 0$

13. 设  $A, B$  是两个随机事件, 若  $P(A \cup B) = 0.8, P(A) = 0.2, P(\bar{B}) = 0.4$ , 则( ).

(A)  $P(\bar{A} \bar{B}) = 0.32$

(B)  $P(\bar{A} \bar{B}) = 0.2$

(C)  $P(B - A) = 0.4$

(D)  $P(\bar{B} A) = 0.48$

14. 已知  $A, B, C$  两两独立, 且  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{2}, P(ABC) = \frac{1}{5}$ , 则  $P(ABC) =$

( ).

(A)  $\frac{1}{40}$

(B)  $\frac{1}{20}$

(C)  $\frac{1}{10}$

(D)  $\frac{1}{4}$

15. 随意掷一颗骰子两次, 则这两次出现的点数之和等于 8 的概率是( ).

(A)  $\frac{3}{36}$

(B)  $\frac{4}{36}$

(C)  $\frac{5}{36}$

(D)  $\frac{2}{36}$

16. 设  $A, B$  为随机事件, 且  $P(B) > 0, P(A | B) = 1$ , 则必有( ).

(A)  $P(A \cup B) > P(A)$

(B)  $P(A \cup B) > P(B)$

(C)  $P(A \cup B) = P(A)$

(D)  $P(A \cup B) = P(B)$

17. 若  $A, B$  为任意两个随机事件, 则( ).

(A)  $P(AB) \leq P(A)P(B)$

(B)  $P(AB) \geq P(A)P(B)$

(C)  $P(AB) \leq \frac{P(A) + P(B)}{2}$

(D)  $P(AB) \geq \frac{P(A) + P(B)}{2}$

18. 设  $A, B$  是两个随机事件,  $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$ , 且  $P(A | B) = P(A)$ , 则( ).

(A)  $A, B$  互不相容

(B)  $A, B$  相互独立

(C)  $A \subset B$

(D)  $A \supset B$

19. 设  $A_1, A_2, A_3$  为任意 3 个事件, 以下结论中正确的是( ).

(A) 若  $A_1, A_2, A_3$  相互独立, 则  $A_1, A_2, A_3$  两两独立

(B) 若  $A_1, A_2, A_3$  两两独立, 则  $A_1, A_2, A_3$  相互独立

(C) 若  $P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)$ , 则  $A_1, A_2, A_3$  相互独立

(D) 若  $A_1$  与  $A_2$  独立,  $A_2$  与  $A_3$  独立, 则  $A_1$  与  $A_3$  独立

20. 将一枚硬币独立地掷两次, 令事件  $A_1 = \{\text{掷第一次出现正面}\}, A_2 = \{\text{掷第二次出现正面}\}, A_3 = \{\text{正、反面各出现一次}\}, A_4 = \{\text{正面出现两次}\}$ , 则事件( ).

(A)  $A_1, A_2, A_3$  相互独立

(B)  $A_2, A_3, A_4$  相互独立

(C)  $A_1, A_2, A_3$  两两独立

(D)  $A_2, A_3, A_4$  两两独立

21. 设  $A, B, C$  3 个事件两两独立, 则  $A, B, C$  相互独立的充分必要条件是( ).

(A)  $A$  与  $BC$  独立

(B)  $AB$  与  $A \cup C$  独立

(C)  $AB$  与  $AC$  独立

(D)  $A \cup B$  与  $A \cup C$  独立

22. 甲、乙、丙 3 人向同一目标独立地射击一次, 3 人命中率分别是 0.5, 0.6, 0.7, 则目标被击中的概率是( ).

(A) 0.94

(B) 0.92

(C) 0.95

(D) 0.90

23. 已知事件  $A$  与  $B$  相互独立, 且  $P(\bar{A}) = 0.5, P(\bar{B}) = 0.6$ , 则  $P(A \cup B) = ( )$ .

(A) 0.9

(B) 0.7

(C) 0.1

(D) 0.2

24. 设事件  $A, B$  相互独立,  $P(B) = 0.5, P(A - B) = 0.3$ , 则  $P(B - A) = ( )$ .

(A) 0.1

(B) 0.2

(C) 0.3

(D) 0.4

25. 甲、乙、丙 3 人独立地译一密码, 他们每人译出此密码的概率都是 0.25, 则此密码被译出的概率是( ).

(A)  $\frac{1}{4}$

(B)  $\frac{1}{64}$

(C)  $\frac{37}{64}$

(D)  $\frac{63}{64}$

26. 甲、乙两人向同一目标独立地各射击一次, 他们命中率分别是 0.5 和 0.6, 则目标被击中的概率是( ).

(A) 0.60

(B) 0.80

(C) 0.90

(D) 0.50

27. 某人向同一目标独立重复射击, 每次射击命中的概率为  $p$  ( $0 < p < 1$ ), 则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为( ).

(A)  $3p(1-p)^2$

(B)  $6p(1-p)^2$

(C)  $3p^2(1-p)^2$

(D)  $6p^2(1-p)^2$

## 二、填空题

28. 设  $A, B, C$  是 3 个随机事件, 事件“ $A, B, C$  中至少有两个发生”, 可以用  $A, B, C$  表示为\_\_\_\_\_.

29. 若  $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A - B) = 0.3$ , 则  $P(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_.

30. 设  $A, B, C$  为 3 个事件, 且  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}, P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = \frac{1}{8}$ , 则  $A, B, C$  中至少有一个发生的概率是\_\_\_\_\_.

31. 一次投掷两颗骰子, 出现的点数之和为奇数的概率是\_\_\_\_\_.

32. 把 10 本书任意放在书架上, 其中指定的 3 本书放在一起的概率是\_\_\_\_\_.

33. 设随机事件  $A, B$  及其和事件  $A \cup B$  的概率分别是 0.4, 0.3 和 0.6. 若  $\bar{B}$  表示  $B$  的对立事件, 则积事件  $A\bar{B}$  的概率  $P(A\bar{B}) =$ \_\_\_\_\_.

34. 已知  $P(\bar{A}) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A\bar{B}) = 0.5$ , 则  $P(B | A \cup \bar{B}) =$ \_\_\_\_\_.

35. 已知  $A, B$  两事件满足条件  $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$ , 且  $P(A) = p$ , 则  $P(B) =$ \_\_\_\_\_.

36. 10个球中有3个红球,7个白球,随机地分给10个人,每人一球,则最后3位分到球的人恰有1人得到红球的概率为\_\_\_\_\_.

37. 将C,C,E,E,I,N,S等7个字母随机排成一行,那么恰好排成英文单词SCIENCE的概率为\_\_\_\_\_.

38. 将红、黄、蓝3个球随机地放入4只盒子,若每只盒子容球数不限,则有3只盒子各放一球的概率是\_\_\_\_\_.

39. 在分别写有2,3,4,5,7,8的6张卡片中任取两张,把卡片上的数字组成一个分数,则所得分数是既约分数的概率是\_\_\_\_\_.

40. 袋中装有50个乒乓球,其中20个是黄球,30个是白球,今有两人依次随机地从袋中各取一球,取后不放回,则第二个人取得黄球的概率是\_\_\_\_\_.

41. 随机地向半圆  $0 < y < \sqrt{2ax - x^2}$  ( $a$  为常数) 内掷一点,点落在半圆内任何区域的概率与该区域的面积成正比,则原点与该点的连线与  $x$  轴的夹角小于  $\frac{\pi}{4}$  的概率为\_\_\_\_\_.

42. 已知事件  $A$  与  $B$  相互独立,  $A$  与  $C$  互不相容,  $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3, P(C) = 0.4, P(C|B) = 0.2$ , 则  $P(C|A \cup B) =$ \_\_\_\_\_.

43. 已知  $P(A) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$ , 则  $P(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_.

44. 已知  $P(A) = 0.7, P(B) = 0.4, P(AB) = 0.8$ , 则  $P(A|A \cup \bar{B}) =$ \_\_\_\_\_.

45. 设两个相互独立的事件  $A$  和  $B$  都不发生的概率为  $\frac{1}{9}$ ,  $A$  发生  $B$  不发生的概率与  $B$  发生  $A$  不发生的概率相等, 则  $P(A) =$ \_\_\_\_\_.

46. 设两两相互独立的3个事件  $A, B$  和  $C$  满足条件:  $ABC = \emptyset, P(A) = P(B) = P(C) < \frac{1}{2}$ , 且已知  $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{16}$ , 则  $P(A) =$ \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

47. 设事件  $A, B$  且  $P(A) = 0.6, P(B) = 0.7$ , 问: (1) 在什么条件下  $P(AB)$  取到最大值, 最大值是多少? (2) 在什么条件下  $P(AB)$  取到最小值, 最小值是多少?

48. 已知  $P(A) = a, P(B) = b, P(A \cup B) = c$ , 求  $P(AB), P(\overline{AB}), P(\overline{A}\overline{B})$ .

49. 已知10个晶体管中有7个正品及3个次品, 每次任意抽取一个进行测试, 测试后不再放回, 直至把3个次品都找到为止, 求需要测试7次的概率.

50. 有  $n (n \geq 2)$  个朋友随机地围绕圆桌而坐, 求其中甲、乙两人坐在一起(座位相邻)的概率.

51. 在房间里有10个人, 分别佩戴从1号到10号的纪念章, 任选3人记录其纪念章的号码, 试求: (1) 最小号码为5的概率; (2) 最大号码为5的概率.

52. 3封信随机投向标号为I, II, III, IV的4个邮筒, 试求: (1) 第II邮筒内恰好被投入一封信的概率; (2) 前3个邮筒内均有信的概率; (3) 3封信平均被投入两个邮筒内的概率.

53. 考虑一元二次方程  $x^2 + bx + c = 0$ , 其中  $b, c$  是分别将一枚骰子接连投掷两次先后出现的点数, 求该方程有实根的概率  $p$  和有重根的概率  $q$ .

54. 在  $1 \sim 2\,000$  的整数中随机地取一个数, 问取到的整数既不能被 6 整除, 又不能被 8 整除的概率是多少?

55. 将长为  $L$  的细棒随机截成 3 段, 求 3 段构成三角形的概率.

56. 设  $A, B$  是两个随机事件, 已知  $P(A) = 0.4, P(B) = 0.5$ . 就下面两种情况分别计算  $P(A | B)$  与  $P(\bar{A} | \bar{B})$ : (1)  $A$  与  $B$  互不相容; (2)  $A$  与  $B$  有包含关系.

57. 某地区一工商银行的贷款范围内有甲、乙两家同类企业, 设一年内甲申请贷款的概率为 0.15, 乙申请贷款的概率为 0.2, 在甲不向银行申请贷款的条件下, 乙向银行申请贷款的概率为 0.23, 求在乙不向银行申请贷款的条件下, 甲向银行申请贷款的概率.

58. 设 10 件产品中有 4 件不合格品, 从中任取两件, 已知在所取的两件产品中至少有一件是不合格品, 求另一件也是不合格品的概率.

59. 某种产品的商标为“MAXAM”, 其中有两个字母脱落, 有人捡起随意放回, 求放回后仍为“MAXAM”的概率.

60. 商店销售一批电视机共 10 台, 其中有 3 台次品, 但是已经售出两台. 试求从剩下的电视机中, 任取一台是正品的概率.

61. 玻璃杯成箱出售, 每箱 20 只, 假设各箱含 0, 1, 2 只残次品的概率相应为 0.8, 0.1 和 0.1. 一顾客欲购买一箱玻璃杯, 在购买时, 售货员随意取一箱, 而顾客开箱随机地查看 4 只: 若无残次品, 则买下该箱玻璃杯, 否则退回. 试求: (1) 顾客买下该箱的概率; (2) 在顾客买下的一箱中, 确实没有残次品的概率.

62. 已知某城市下雨事件占一半, 天气预报的准确率为 0.9, 某人每天早上为下雨而烦恼, 于是预报下雨他就带伞. 即便预报无雨, 他也有一半时间带伞. 求: (1) 已知他没有带伞, 却遇到下雨的概率; (2) 已知他带伞, 但天不下雨的概率.

63. 有两箱同种类的零件, 第一箱装 50 只, 其中 10 只一等品; 第二箱装 30 只, 其中 18 只一等品, 今从两箱中任挑出一箱, 然后从该箱中取两次做不放回抽样. 求: (1) 第一次取得零件是一等品的概率; (2) 已知第一次取得的零件是一等品, 第二次取到的零件也是一等品的概率.

64. 甲、乙、丙 3 部机床独立工作, 而由一名工人照管, 某段时间内它们不需要工人照管的概率分别为 0.9, 0.8 及 0.85. 求在这段时间内有机床需要工人照管的概率、机床因无人照管而停工的概率以及恰有一部机床需要工人照管的概率.

65. 某大学生给 4 家单位各发了一份求职信, 假定这些单位彼此独立工作, 通知她去面试的概率分别为  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ . 求这个学生至少有一次面试机会的概率.

66. 设随机事件  $A$  和  $B$  满足  $P(A | B) + P(\bar{A} | \bar{B}) = 1$ , 试证: 事件  $A$  和  $B$  相互独立.

## 第二章 随机变量及其分布

### 一、选择题

1. 设  $F_1(x)$  与  $F_2(x)$  分别为随机变量  $X_1$  与  $X_2$  的分布函数, 为使  $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$  是某一随机变量的分布函数, 在下列给定的各组数值中应取( ).

- (A)  $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{2}{5}$  (B)  $a = \frac{2}{3}, b = \frac{2}{3}$  (C)  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$  (D)  $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}$

2. 设  $F(x)$  为随机变量  $X$  的分布函数, 则成立  $P\{x_1 < X < x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$  的充分必要条件是  $F(x)$  在( ).

- (A)  $x_1$  处连续 (B)  $x_2$  处连续  
(C)  $x_1$  和  $x_2$  至少有一处不连续 (D)  $x_1$  和  $x_2$  都连续

3. 设随机变量  $X$  的概率密度  $f(x)$ , 且  $f(-x) = f(x)$ ,  $F(x)$  是  $X$  的分布函数, 则对任意实数  $a$ , 有( ).

- (A)  $F(-a) = 1 - \int_0^a f(x) dx$  (B)  $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x) dx$   
(C)  $F(-a) = F(a)$  (D)  $F(-a) = 2F(a) - 1$

4. 设随机变量  $X$  的分布函数  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ 1 - e^{-x}, & x \leq 1 \end{cases}$ , 则  $P\{X=1\} = ( )$ .

- (A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2} - e^{-1}$  (D)  $1 - e^{-1}$

5. 若  $p_k = \frac{b}{k(k+1)}$  ( $k=1, 2, \dots$ ) 为离散型随机变量的分布, 则常数  $b = ( )$ .

- (A) 2 (B) 1 (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 3

6. 设  $f_1(x)$  为标准正态分布的概率密度,  $f_2(x)$  为区间  $[-1, 3]$  上的均匀分布的概率密度, 若  $f(x) = \begin{cases} af_1(x), & x \leq 0 \\ bf_2(x), & x > 0 \end{cases}$  ( $a > 0, b > 0$ ) 为概率密度, 则  $a, b$  应满足( ).

- (A)  $2a + 3b = 4$  (B)  $3a + 2b = 4$  (C)  $a + b = 1$  (D)  $a + b = 2$

7. 设随机变量  $X$  概率密度  $f(x) = \begin{cases} ax + b, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 且  $P\left\{X < \frac{1}{3}\right\} = P\left\{X > \frac{1}{3}\right\}$ , 则常数  $a$  和  $b$  分别是( ).

- (A)  $-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}$  (B)  $\frac{3}{2}, -\frac{7}{4}$  (C)  $\frac{3}{2}, \frac{7}{4}$  (D)  $-\frac{3}{2}, -\frac{7}{4}$

8. 设随机变量  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布, 且  $P\{X=2\} = P\{X=3\}$ , 则  $P\{X=4\} = ( )$ .

- (A)  $\frac{2}{3}e^2$  (B)  $\frac{27}{8}e^{-3}$  (C)  $\frac{27}{8}e^3$  (D)  $\frac{2}{3}e^{-2}$

9. 设随机变量  $X$  与  $Y$  均服从正态分布,  $X \sim N(\mu, 4^2)$ ,  $Y \sim N(\mu, 5^2)$ , 记  $p_1 = P\{X \leq \mu - 4\}$ ,  $p_2 = P\{Y \geq \mu + 5\}$ , 则( ).

- (A) 对任何实数  $\mu$ , 都有  $p_1 = p_2$  (B) 对任何实数  $\mu$ , 都有  $p_1 < p_2$   
(C) 对  $\mu$  的个别值, 才有  $p_1 = p_2$  (D) 对任何实数  $\mu$ , 都有  $p_1 > p_2$

10. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则随  $\sigma$  的增大, 概率  $P\{|X - \mu| < \sigma\}$  ( ).

- (A) 单调增大 (B) 单调减少 (C) 保持不变 (D) 增减不定

11. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ , 随机变量  $Y$  服从正态分布  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , 且  $P\{|X - \mu_1| > 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$ , 则必有( ).

- (A)  $\sigma_1 < \sigma_2$  (B)  $\sigma_1 > \sigma_2$  (C)  $\mu_1 < \mu_2$  (D)  $\mu_1 > \mu_2$

12. 设随机变量  $X$  服从标准正态分布  $N(0, 1)$ , 对给定的  $\alpha \in (0, 1)$ , 数  $u_\alpha$  满足  $P\{X > u_\alpha\} = \alpha$ , 若  $P\{|X| < x\} = \alpha$ , 则  $x$  等于( ).

- (A)  $u_{\alpha/2}$  (B)  $u_{1-\alpha/2}$  (C)  $u_{(1-\alpha)/2}$  (D)  $u_{1-\alpha}$

13. 设  $X_1, X_2, X_3$  是随机变量, 且  $X_1 \sim N(0, 1)$ ,  $X_2 \sim N(0, 2^2)$ ,  $X_3 \sim N(5, 3^2)$ ,  $p_i = P\{-2 \leq X_i \leq 2\} (i=1, 2, 3)$ , 则( ).

- (A)  $p_1 > p_2 > p_3$  (B)  $p_2 > p_1 > p_3$  (C)  $p_3 > p_2 > p_1$  (D)  $p_1 > p_3 > p_2$

14. 设随机变量  $X$  的概率密度  $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ , 则  $Y=2X$  的概率密度为( ).

- (A)  $\frac{1}{\pi(1+4x^2)}$  (B)  $\frac{2}{\pi(4+x^2)}$  (C)  $\frac{1}{\pi(1+x^2)}$  (D)  $\frac{1}{\pi} \arctan x$

15. 随机变量  $X$  服从指数分布, 则随机变量  $Y = \min\{X, 2\}$  的分布函数( ).

- (A) 是连续函数 (B) 至少有两个间断点  
(C) 是阶梯函数 (D) 恰好有一个间断点

## 二、填空题

16. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{3}, & 0 \leq x < 1, \text{ 则 } P\{X=1\} = \underline{\hspace{2cm}}. \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 1 \end{cases}$

17. 随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < A \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 则常数  $A = \underline{\hspace{2cm}}$ .

18. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} cx^4, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 则常数  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ .

19. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} Ax, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 则常数  $A = \underline{\hspace{2cm}}$ .

20. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{2}{9}, & 3 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 若  $k$  使得  $P\{X \geq k\} = \frac{2}{3}$ , 则  $k$  的

取值范围是\_\_\_\_\_.

21. 设随机变量  $X$  在区间  $(1, 6)$  内服从均匀分布, 则方程  $x^2 + Xx + 1 = 0$  有实根的概率为\_\_\_\_\_.

22. 设随机变量  $X$  服从  $B(2, p)$ , 随机变量  $Y$  服从  $B(3, p)$  的二项分布, 且  $P\{X \geq 1\} = \frac{5}{9}$ , 则  $P\{Y \geq 1\} =$ \_\_\_\_\_.

23. 设  $X \sim N(2, \sigma^2)$ , 且  $P\{2 < X < 4\} = 0.3$ , 则  $P\{X < 0\} =$ \_\_\_\_\_.

24. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  ( $\sigma^2 > 0$ ), 且二次方程  $y^2 + 4y + X = 0$  无实根的概率为  $\frac{1}{2}$ , 则  $\mu =$ \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

25. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} a, & x \leq 0 \\ bx^2 + c, & 0 < x \leq 1 \\ d, & x > 1 \end{cases}$ , 求: (1) 常数  $a, b, c, d$ ; (2) 随

机变量  $X$  落在  $(0.3, 0.7]$  内的概率.

26. 假设随机变量  $X$  的绝对值不大于 1,  $P\{X = -1\} = \frac{1}{8}$ ,  $P\{X = 1\} = \frac{1}{4}$ , 在事件  $\{-1 < X < 1\}$  出现的条件下,  $X$  在  $(-1, 1)$  内的任意一个开区间上取值的条件概率与该子区间的长度成正比, 试求随机变量  $X$  的分布函数.

27. 一个盒子中有 4 个小球, 球上分别标有号码 0, 1, 1, 2, 有放回地取 2 个球, 以  $X$  表示两次抽到球上号码数的乘积, 求  $X$  的分布律.

28. 一箱中装有 6 件产品, 其中 2 件是二等品, 现从中随机取出 3 件, 试求取出的二等品件数  $X$  的分布律及其分布函数.

29. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.4, & -1 \leq x < 1 \\ 0.8, & 1 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$ , 试求  $X$  的概率分布.

30. 设 10 件产品中有 2 件不合格品, 现进行不放回抽样, 直到取得合格品为止, 以  $X$  表示抽样次数, 求其分布函数.

31. 设  $D$  是由曲线  $y = x^2$  和直线  $y = x$  所围成的区域. 现向  $D$  内随机投一质点, 试求质点到  $y$  轴的距离  $X$  的分布函数.



32. 设连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} A + Be^{-\frac{x^2}{2}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ , 试求: (1) 常数  $A$  和  $B$ ;

(2)  $P\{-1 < X < 1\}$ ; (3)  $X$  的概率密度.

33. 设连续型随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} c + x, & -1 \leq x < 0 \\ c - x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ , 求: (1) 常数  $c$ ; (2) 概

率  $P\{|X| \leq 0.5\}$ ; (3) 分布函数  $F(x)$ .

34. 某单位招聘 2 500 人, 按考试成绩从高分到低分一次录用, 共有 10 000 人报名. 假设报名者的成绩服从  $N(\mu, \sigma^2)$ , 已知 90 分以上的有 359 人, 60 分以下的有 1 151 人, 试问录用者最低分为多少 ( $\Phi(1.8) = 0.9461$ ,  $\Phi(1.2) = 0.8849$ )?

35. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{8}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 求随机变量  $Y = e^X$  的概率密度

$f_Y(y)$ .

36. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f_X(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\pi^2}, & 0 < x < \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 求  $Y = \sin X$  的概率密度.