与
碰撞和理想流体阻力
有关的物理问题

Yu

Pengzhuang He Lixiang Liuti Zuli
Youguan De Wuli Wenti

郑焕武 著

都是你身边的问题

科学出版社

与碰撞和理想流体阻力有关的物理问题

郑焕武　著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书内容是人们身边最常遇到的与碰撞和理想流体阻力有关的物理问题，以问答的方式呈现，属于普及类型的物理书。全书共八个方面，合计276题，涉及物体之间碰撞力和碰撞时间的计算以及碰撞物体质心在碰撞过程中速度和位移的计算，涉及静止流体（空气和水）对其中运动物体阻力的计算、流动流体流过静止物体时的作用力计算，涉及恒力作用下的物体在考虑空气和水阻力时的运动规律以及物体在空气和水阻力作用下的质心速度、加速度和位移的计算，涉及空气对其中运动物体升力的计算以及物体在稳流河水作用下相关物理量的计算等。

本书可供中学以上物理教师作教学参考读物，也可供高中以上学生作课外读物。

图书在版编目(CIP)数据

与碰撞和理想流体阻力有关的物理问题 / 郑焕武著. — 北京：科学出版社，2017.4

ISBN 978-7-03-052378-5

Ⅰ.①与… Ⅱ.①郑… Ⅲ.①碰撞（物理）-研究②流体流动-阻力-研究 Ⅳ.①O4②O351.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 065536 号

责任编辑：张 展 侯若男 / 责任校对：侯若男

责任印制：余少力 / 封面设计：墨创文化

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

四川煤田地质制图印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 4 月第 一 版 开本：B5（720×1000）

2017 年 4 月第一次印刷 印张：8.25

字数：150 千字

定价：39.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　言

本书是在作者之前已经出版的两本专著即《碰撞中的经典力学方法——碰撞力和碰撞时间的计算》（四川科学技术出版社 2004 年 4 月出版）和《理想流体作用下的物体运动——流体阻力和升力的计算》（光明日报出版社 2014 年 6 月出版）的基础上对人们身边与碰撞和理想流体阻力相关的物理问题做出的解答，共八个方面，合计 276 题。

碰撞问题和理想流体（尤其是空气和水）的阻力问题，是人们在生产、生活实践中最常遇到的问题，因此，在物理学中也是不可回避的问题。然而，关于碰撞问题的计算以及理想流体阻力的计算，一直都是物理教学中的难题，至今仍未得到很好的解决。所以，目前所见到的物理书籍中很少有关于碰撞力和碰撞时间的计算公式以及流体阻力和升力的计算公式，而物体在空气中的运动情况一般都是在忽略空气阻力条件下做出的近似计算，如自由落体等。

但事实上，碰撞问题和理想流体的阻力问题都是可以计算的。如对于实物体的碰撞问题，作者在《碰撞中的经典力学方法——碰撞力和碰撞时间的计算》一书中引进了物体的碰撞模型——质心作用模型，把物体之间的碰撞问题归结为物体质心之间的相互作用问题，从而用经典力学的方法来处理物体在碰撞过程中的质心受力情况和受力后的运动规律，不仅可以算出碰撞力和碰撞时间，而且证明了碰撞力是恒力。既然能计算出碰撞力，并且是恒力，那么，就能算出碰撞物体的质心加速度。有了质心加速度和碰撞时间，则可以求出物体在碰撞过程中的质心速度和位移。既然可以用计算的方法求出碰撞物体的质心速度和位移，那么，也可以用计算的方法求出碰撞过程中物体的动量、动能以及碰撞力对物体所做的功，进而得出动量定理和动量守恒定律在所有的碰撞过程中处处成立，而机械能转换与守恒定律既可以在完全弹性碰撞中成立，也可以在非完全弹性碰撞中的第二阶段成立。另外，针对流体阻力的问题，笔者在《理想流体作用下的物体运动——流体阻力和升力的计算》一书中指出，理想流体对其中运动物体的阻力为迎面碰撞力和压差力的合力。流体流过静止物体的作用力，即物体对流动流体的阻力，分两种情况：一种情况是，流动流体对前后表面为对称面物体的作用力只有迎面碰撞力，而压差力为零；另一种情况是，流动流体对前后表面为非对称面物体（如半球体等）的作用力仍为迎面碰撞力和压差力的合力，即压差力不为零。迎面碰撞力就是理想流体的分子群与物体前表面相遇时的相互作用力，满足动量

定理和相对性原理，并由动量定理求出；而压差力不满足动量定理和相对性原理，故由伯努利方程求出。明确了力的成因之后，就可以由动量定理和伯努利方程推出各种情况下流体对物体作用力的计算公式，并且得出物体在流体作用下仍满足牛顿运动定律，进而推出物体在理想流体作用下的速度和加速度以及位移的计算公式，得出物体在理想流体作用下的运动规律。具体算出雨滴的收尾速度，跟雨滴的大小有关，且算得直径为 0.1～7mm 雨滴的收尾速度为 0.8～7m/s，并与空气的密度有关；还算出空气对飞机的升力可以大于或等于飞机的实际重力，从而满足飞机在各种状态下的正常飞行。另外，证明了物体在稳流河水作用下由静止开始做加速度减小的加速运动，在此过程中，河水对物体的作用同样满足功能原理以及动能转换与守恒定律。

由于上述两本书中给出的方法和所有计算公式的推导均为作者首次做出，别无参考。为慎重起见，在写作过程中，作者对相关的问题做了大量的计算和比较，本书在这些计算稿的基础上做进一步的修改整理。之所以再写本书，除了抛砖引玉的目的外，还因为书中涉及的都是读者熟悉并关注过的问题，所以，在继上述两本书之后，再以问答的方式把与碰撞、流体阻力有关的物理现象和问题写入本书，更容易让读者收到立竿见影的效果，与读者产生共鸣和交流。

为了在有限的篇幅里安排更多的内容，作者在写作过程中本着重方法、重结果的原则，回答问题时一般只是给出公式，写出结果，尽可能减少中间的运算环节。另外，因为书中出现的公式均来源于前面提到的两本书，故均未注明公式的出处。但要说明的是，凡是涉及碰撞问题方面的公式一般都源于《碰撞中的经典力学方法——碰撞力和碰撞时间的计算》，凡是涉及流体阻力方面的公式一般都源于《理想流体作用下的物体运动——流体阻力和升力的计算》。

本书的特点是涉及内容非常普遍，但解决的方法独特新颖。本书为开创性普及类物理读物，所以读者面较广，既可以作为中学以上物理教师的教学参考读物，也可以提供给高中以上学生作课外读物。

限于作者水平，书中不足之处在所难免，恳请读者批评、指正。

目　　录

一、碰撞和碰撞时间

1. 什么是碰撞？

答：碰撞是指相对运动的物体或微观粒子相遇时，在很短的时间里，其运动状态发生显著变化的一种作用。从形式分，有接触式碰撞和非接触式碰撞。接触式碰撞是指物体与物体之间的碰撞或物体与微观粒子之间的碰撞，而非接触式碰撞是指微观粒子之间的碰撞。人们在日常生活中常见的碰撞主要是接触式碰撞，包括物体与微观粒子之间的碰撞。

2. 物体在碰撞过程中的质心位移能忽略吗？有什么作用？

答：物体在碰撞过程中，由于受到碰撞力的作用，一般都要发生两种变化：一种是质心运动状态的变化，另一种是物体形态的变化。运动状态的变化就是指质心速度和位置的变化。由于碰撞过程中物体速度的变化非常明显，不会有人对此产生怀疑；但是质心位置的变化是由移动碰撞物体的大小决定的，一般都比较小，容易被人们忽略。然而，对于实物体的移动碰撞，物体在碰撞过程中都要受到碰撞力的作用，在碰撞力的作用下，受碰物体的质心要做加速运动，而施碰物体的质心要做减速运动，因此，都要发生位置变化，即都要产生质心位移。该质心位移不能忽略，因为它是计算碰撞时间的重要物理量。如果没有位移，就无法给出碰撞时间的计算公式。

3. 怎样描述物体在碰撞过程中的运动规律？

答：由于碰撞时间很短，而且速度变化很快，所以物体在碰撞过程中的运动变化规律十分模糊。为此，引入新的碰撞模型，定义为质心作用模型。该模型就是应用质心运动定律，把碰撞物体简化成两个位于物体质心的质点，质点的质量和受力情况以及受力后的运动规律就等于物体的质量和受力情况以及受力后的运动规律。这样，就把物体的碰撞问题简化成两个相距一定距离的质点的相互作用问题。物体在碰撞力作用下的运动规律就等同于物体质心处质点的运动规律，也就是说碰撞物体在碰撞过程中受力后的运动规律就由物体质心的运动规律来代替。这样，就可以比较清晰地描述物体在碰撞过程中的运动规律。

4. 质心作用模型与质点碰撞模型有什么区别？

答：质点碰撞模型是把碰撞物体简化成两个质点，物体的碰撞就是两个质点

的直接碰撞。质心作用模型中，虽然也是把物体的碰撞简化成两个质点的碰撞，但在碰撞过程中两个质点并不实际接触，而是位于物体质心处，通过物体的外壳相互施力。因此，在相互作用过程中，质点并不直接接触，而是保持一定的距离，即有一定的活动空间。有活动空间，就会有位置的变化，即产生一定的位移。如在移动碰撞过程中：施碰物体受到与运动方向相反的力，做减速直线运动；受碰物体受到与运动方向相同的力，做加速直线运动。到碰撞结束时，两碰撞物体的质心都要产生一定的位移。

5. 设有两个完全相同的小球，在光滑水平面上以不同的速度沿同一直线运动，相遇时发生完全弹性对心碰撞，试分析碰撞过程是怎样的？小球质心运动状态如何变化？

答：碰撞是孤立系统内部物体之间的相互作用。碰撞力对物体而言是外力，但对系统而言则是内力，所以碰撞力不改变系统的运动状态，但要改变小球的运动状态。设小球的质量为 1kg，前面小球的速度 u_2 为 2m/s，后面小球的速度 u_1 为 10m/s。在碰撞过程中，两球受到的碰撞力大小相等，方向相反。所以，后面施碰球的质心做减速运动，而前面受碰球的质心做加速运动，并因质量相等，加速度大小相同，故在相等时间里，后面小球减少的速度和前面小球增加的速度相等。因此，到第一阶段结束时，后面小球的质心速度减少了 4m/s，而前面小球的质心速度增加了 4m/s，均变成 6m/s。速度相同，挤压停止，第一阶段结束。由于两球停止挤压，小球开始恢复形变，碰撞由第一阶段进入第二阶段。在第二阶段里，因小球恢复形变，两球质心均受到了互相外推的力，后面小球的质心速度继续减小，前面小球的质心速度继续增大，到碰撞结束时，后面小球的速度减小为 2m/s，而前面小球的速度增加为 10m/s，即两个小球的速度正好互相交换。由上面的分析不难看出，碰撞过程中两球速度的变化必须满足系统的总动量处处守恒，并且满足碰撞始末系统的总动能守恒。

另外，碰撞过程中，除了两球的质心速度要发生变化外，质心位置也要发生变化。既然碰撞结束时后面小球的质心末速度减小为碰撞开始时前面小球的质心初速度，那么，到碰撞结束时，后面小球的质心位置应移动到碰撞开始时前面小球质心所在的位置，即后面小球质心在碰撞过程中移动了两球刚接触时的质心距离 $2R$。同样，前面小球也移动了相同的距离，因为两球质量相等，加速度相等。不仅两球的质心要产生位移，而且系统的质心也要产生位移，因为在碰撞过程中，系统的质心保持做匀速直线运动。

6. 如果第 5 题中两球的碰撞为完全非弹性碰撞，则碰撞过程是怎样的？

答：因为完全非弹性碰撞中两球的恢复系数为零，碰撞只有第一阶段，而没有第二阶段。所以，到碰撞结束时两球的质心速度相等，均为 6m/s，这也正是

系统的质心速度。由于两球速度相等，互相没有挤压，且没有弹性，所以两球既不分开，又不挤压，保持以相同的速度一起做匀速直线运动。另外，除了质心速度的变化外，质心同样要产生位移，并且碰撞球的质心位移就等于系统的质心位移，即等于系统的质心速度乘以碰撞时间。因此，由于完全非弹性碰撞时间是完全弹性碰撞时间的一半，而系统的质心速度在完全非弹性碰撞和完全弹性碰撞中是相同的，所以，系统质心在完全非弹性碰撞中的位移只有在完全弹性碰撞中位移的一半。由此得出，完全非弹性碰撞中两球的质心位移也只有完全弹性碰撞中位移的一半。

7. 为什么碰撞问题属于经典力学问题?

答：碰撞是相对运动物体相遇时，其质心在很小时空范围里的相互作用。在作用过程中，碰撞物体的质心在碰撞力作用下都要做出相应的运动。受力情况及运动规律均满足经典力学的规律。即碰撞物体的质心满足动量定理，并由动量定理求出碰撞力。如果是移动碰撞，则物体质心的运动变化必须处处满足系统的总动量守恒，即施碰物体质心任何时候减少的动量必须等于受碰物体在同一时间里增加的动量；如果碰撞是完全弹性碰撞，则碰撞中不仅要满足系统的总动量守恒，而且要满足系统在碰撞始末的总动能守恒，即满足系统在碰撞过程中的机械能转换与守恒定律成立；如果碰撞不是完全弹性碰撞，而是非完全弹性碰撞，则碰撞过程的第二阶段里同样要满足系统的机械能转换与守恒定律。总之，在移动碰撞过程中，碰撞物体及其系统的质心都要做出各自的运动，并同时满足牛顿经典力学的三个定律。即碰撞物体的质心同时满足牛顿第二定律和第三定律，做加速运动或减速运动；而系统质心则满足牛顿第一定律，做匀速直线运动。所以，碰撞问题实际上就是牛顿的经典力学问题。

8. 若第5题中两个小球的大小确定，并且半径 R 为15cm，问两球的碰撞时间是多少?

答：碰撞时间就是碰撞过程中两球质心相互作用的持续过程，也就是后面施碰小球质心在碰撞阻力作用下，其速度由10m/s减小到2m/s的持续过程。从位置变化的角度来说，碰撞时间就是在碰撞力作用下，后面施碰小球的质心由两球刚接触时自身位置移动到前面受碰小球质心位置处所持续的过程，因此，碰撞时间就是碰撞过程中后面小球质心移动 $2R$ 距离所需要的过程，时间长短与速度有关。由于两碰撞球的质量相等，故碰撞过程中两碰撞球及其系统质心移动的距离相等，即系统质心移动的距离也是 $2R$，又因为系统质心速度为两球质心速度的平均值，故容易得出碰撞时间由下式算出：

$$t=\frac{4R}{u_1+u_2}=\frac{4\times 0.15}{10+2}=0.05\mathrm{s}$$

这就是第5题中两个小球在大小确定时做完全弹性碰撞的时间。

9. 如果第 8 题中前面受碰球的速度不是 2m/s，而是换成零和 5m/s 时，碰撞时间是多少？谁的时间长，为什么？

答：当前面小球的速度为零时，表明小球碰撞前处于静止状态，此时系统质心速度仍为两球速度的平均值，即为施碰球速度的一半。故得出碰撞时间为

$$t=\frac{4R}{u}=\frac{4\times 0.15}{10}=0.06\mathrm{s}$$

如果前面小球的速度为 5m/s 时，则碰撞时间为

$$t=\frac{4R}{u_1+u_2}=\frac{4\times 0.15}{10+5}=0.04\mathrm{s}$$

由上面算出的碰撞时间看出，碰撞小球的质心速度不同，碰撞时间就不同，在后面施碰小球速度不变的情况下，碰撞时间随着前面小球的速度增大而减小，所以，当前面小球处于静止时的碰撞时间最长，为 0.06s。这是因为，前面小球的速度越大，当后面小球追上它时对后面小球的阻力越小，因此，跑得越快，跑完 $2R$ 的距离用时越短。另外，从速度变化的角度来看，当碰撞球的质量相等，两球做完全弹性碰撞结束时，施碰球的末速度减小为受碰球的初速度，受碰球的末速度增加为施碰球的初速度。因此，受碰球的初速度越大，则施碰撞球的末速度也就越大，施碰球在碰撞过程中质心速度的减小量就越小，所以用时就越短。反之亦然。

10. 如果第 9 题中两球的运动方向相反，即施碰球的速度 u_1 仍为 10m/s，而受碰球的速度 u_2 为 5m/s，问碰撞时间是增大了，还是减小了？为什么？

答：当两个小球沿着相反的方向运动时，系统的质心速度 u_c 仍为两球质心速度的平均值，即

$$u_c=\frac{u_1-u_2}{2}$$

故有两球的碰撞时间由下式算出：

$$t=\frac{4R}{u_1-u_2}=\frac{4\times 0.15}{10-5}=0.12\mathrm{s}$$

和第 9 题算出的结果相比，时间增长了，是第 9 题中受碰球速度为 5m/s 时碰撞时间的 3 倍。这是因为运动方向相反时，系统的质心速度变小了，容易算出当受碰球速度为−5m/s 时系统的质心速度为 2.5m/s，而第 9 题中受碰球质心速度为 5m/s 时系统的质心速度为 7.5m/s，后者正是前者的 3 倍。又因为两种情况同属于两个相同的球，质量相同，半径相同，在碰撞过程中移动的距离相同，均为 $2R$，所以系统质心速度大的需要时间就短，系统质心速度小的需要时间就长。另外，还可以从施碰球质心速度变化过程的快慢来做出解释。

11. 如果第 10 题中受碰球的速度不是 -5m/s，而是 -10m/s，即两球的速度大小相等，方向相反，用 u 表示，问如何算出碰撞时间？大小是多少？

答：由于两相碰球的质量相等，并且运动速度的大小也相等，但方向相反，所以，容易算出碰撞系统的质心速度为零。系统质心速度为零，表明两球相碰时系统的质心不动，即碰撞是在一个点上进行。所以，本题中两球的碰撞不是移动碰撞，而是定点碰撞。为了和其他形式的定点碰撞相区别，故定义为迎面定点碰撞，碰撞时间不能由第 10 题中的计算公式算出。既然是定点碰撞，系统的质心位移为零，碰撞时间不再是位移与速度之比了。但是位移虽然不变，而速度要变，速度的变化也需要时间，迎面定点碰撞时间就是碰撞物体质心速度变化过程所需要的时间。如本题中两球体的碰撞，沿相反方向运动的球体都要受到对方球体的阻挡，速度同时减小为零，则第一阶段结束。此时，由于两球速度都为零，挤压停止，但因为是完全弹性碰撞，故还有第二阶段，即恢复阶段，到第二阶段结束，即整个碰撞过程结束时，两球的质心速度互换，两球交换速度后沿各自相反的方向离开，这就是完全弹性迎面定点碰撞的整个持续过程。也就是完全弹性迎面定点碰撞的时间正好是一球与另一质量相等的静止球做移动对心碰撞时间的 2 倍，故本题中两球作迎面定点碰撞的时间由下式算出：

$$t = \frac{8R}{u} = \frac{8 \times 0.15}{10} = 0.12\text{s}$$

这就是两个质量相等的球体以 10m/s 的相同速率沿相反方向运动时，发生完全弹性碰撞的时间。

迎面碰撞是我们日常生活中常见的一种碰撞，但要作为定点碰撞还必须同时满足以下两个条件：一是两个碰撞物体的质量相等；二是两碰撞物体的质心速度大小相等，方向相反。

12. 设有两个质量相等，但大小不同的小球沿同一直线同一方向运动，已知后面小球的速度为 15m/s，半径 R_1 为 0.2m，前面小球的速度为 5m，半径 R_2 为 0.15m，当后球追上前球时发生非完全弹性对心碰撞，设小球的恢复系数 e 为 0.2，问碰撞时间是多少？

答：碰撞时间与物体的质量无关，但与物体的大小和运动速度有关，同时还与物体的恢复系数有关，并且恢复系数的大小直接关系到是否有第二阶段和第二阶段时间的长短问题，因此，也就关系到整个碰撞过程持续时间的长短问题。所以，在给出了小球做完全弹性碰撞的时间计算后，本题进一步给出小球做非完全弹性碰撞的时间计算方法，即

$$t = \frac{(1+e)(R_1+R_2)}{u_1+u_2} = \frac{(1+0.2)(0.2+0.15)}{15+5} = 0.021\text{s}$$

这就是两个小球沿同一直线同一方向以不同速度运动时，发生非完全弹性对心碰撞的时间。由计算公式看出，碰撞时间由两部分相加得出。其中，第一部分时间为

$$t_1 = \frac{R_1 + R_2}{u_1 + u_2} = \frac{0.2 + 0.15}{15 + 5} = 0.0175\text{s}$$

第二部分时间为

$$t_2 = \frac{e(R_1 + R_2)}{u_1 + u_2} = 0.2 \times 0.0175 = 0.0035\text{s}$$

第一部分时间就是碰撞过程中第一阶段的时间，而第二部分时间则是第二阶段的时间。第二阶段的时间之所以比第一阶段的时间短，是因为第二阶段为恢复阶段，而小球的恢复系数不是 1，而是小于 1，所以，施碰小球的末速度还没有恢复到受碰小球的初速度时碰撞就停止了，即还没有到碰撞的最后时刻碰撞就结束了，因此，第二阶段的时间比第一阶段的时间短，整个碰撞时间也比完全弹性碰撞时间短。

13. 如果第 12 题中两球的大小相同，半径为 0.15m，则碰撞时间是多少？

答：本题和第 12 题相比，从碰撞形式上以及在碰撞的性质上都没有什么区别，只是第 12 题中两个碰撞小球的大小不同，而本题中两个碰撞小球的大小相同。严格说来，两个大小不同的球体要做对心碰撞的话，不能同在一个水平面上运动，但仍然可以用其他方式让两个小球保持其质心同在一个水平直线上运动。既然本题和第 12 题中小球的碰撞没有本质上的区别，那么，碰撞时间的计算就可以用相同的算式求出。所以，只需将第 12 题中两球的半径表示成同一个半径 $R_1 = R_2 = R$ 即可，故本题中两个相同球体的碰撞时间由下式算出：

$$t = \frac{2(1+e)R}{u_1 + u_2} = \frac{2 \times (1 + 0.2) \times 0.15}{15 + 5} = 0.018\text{s}$$

这就是两个半径均为 0.15m 的小球做非完全弹性对心碰撞的时间，略小于第 12 题中的时间，是因为这里是取较小的球做碰撞，即两球刚接触时的质心距离就小，所以用相同的系统质心速度走过较小的距离所用的时间自然就小。

14. 如果第 13 题中小球的碰撞为完全非弹性碰撞，问碰撞时间又是多少？

答：完全非弹性碰撞中的碰撞物体没有恢复系数，即恢复系数为零。因此，这种碰撞到第一阶段结束时两球的质心速度相等，停止挤压，又因恢复系数为零，故弹性回复力也为零。因此，只有第一阶段，而没有第二阶段。故碰撞时间只是完全弹性碰撞或非完全弹性碰撞第一阶段的时间，由下式算出：

$$t = \frac{2(1+0)R}{u_1 + u_2} = \frac{2 \times 0.15}{15 + 5} = 0.015\text{s}$$

这就是两个大小相同的小球做完全非弹性对心碰撞的时间。它只是相同条件的小球做完全弹性碰撞时间的一半。

15. 如果将第 13 题中的两球换成乒乓球，且半径为 0.02m，碰撞为完全弹性碰撞，则碰撞时间是多少？

答：因为碰撞时间与碰撞物体质量无关，只与物体大小和物体速度以及碰撞性质(即恢复系数)有关。因此，乒乓球做完全弹性对心碰撞的时间与第 13 题中两个小球做非完全弹性对心碰撞的时间相比，只需将第 13 题计算式中的恢复系数由 0.2 换成 1，就是本题乒乓球碰撞的时间计算公式，故乒乓球的碰撞时间由下式算出：

$$t=\frac{4R}{u_1+u_2}=\frac{4\times 0.02}{15+5}=0.004\mathrm{s}$$

这就是本题中两个乒乓做移动对心完全弹性碰撞的时间，可见碰撞时间非常短，这是因为两个乒乓球刚接触时的质心距离很小的原因。

16. 如果第 15 题中的乒乓球不是相互碰撞，而是其中的一个从 0.5m 高处落到光滑地面上，问乒乓球与地面的碰撞时间如何算出？大小是多少？

答：乒乓球从高处落到地面时，速度不为零，故与地面有相对运动，因此要与地面发生碰撞。由于地面速度为零，且质量为无穷大，故乒乓球与地面的碰撞为完全弹性定点碰撞，碰撞结束时，乒乓球的反弹速度与着地速度大小相等方向相反。因此，碰撞时间就是碰撞过程中乒乓球速度变化的持续时间，由下式算出：

$$t=\frac{4R}{u}=\frac{4R}{\sqrt{2gh}}=\frac{4\times 0.02}{\sqrt{2\times 9.8\times 0.5}}=0.026\mathrm{s}$$

这就是从 0.5m 高处掉落的乒乓球与地面的碰撞时间。这里需要说明的是，由于乒乓球的下落高度不高，空气阻力不计，故乒乓球的着地速度近似由机械能守恒定律求出。但如果乒乓的下落高度较高时，上式就不能应用了，而要实际算出乒乓球到达地面的速度，然后再由上式计算出时间。

17. 若将第 16 题中的乒乓球换成同样大小的玻璃小球，已知玻璃小球的恢复系数为 0.94，则小球与地面的碰撞时间是多少？

答：因为碰撞时间只与小球的大小及着地速度有关，而与质量无关，因此，如果近似把玻璃小球与地面的碰撞视为完全弹性碰撞，则碰撞时间与上题乒乓球的碰撞时间相同。但由于玻璃小球的恢复系数不是 1，而是小于 1，所以，玻璃小球与地面的碰撞不是完全弹性碰撞，而是非完全弹性碰撞，碰撞时间由下式算出：

$$t=\frac{2(1+e)R}{u}=\frac{2(1+0.94)\times 0.02}{\sqrt{2\times 9.8\times 0.5}}=0.025\mathrm{s}$$

可见，玻璃小球的碰撞时间非常接近乒乓球的碰撞时间，这是因为玻璃小球的恢复系数虽然小于1，但又几乎等于1的原因。

18. 设有两个半径均为0.04m的小球，其中一个静止在光滑水平面上，另一个以10m/s的速度和它做完全弹性斜碰撞，已知瞄准角为30°，问碰撞时间应如何计算？结果是多少？

答：斜碰撞问题是非常普遍的问题，斜碰撞是我们日常生活中最常见到的一种碰撞。事实上正碰撞只是斜碰撞中的一种特殊情况，即瞄准角为0°时的一种特殊情况。所以关于斜碰撞中有关物理量的计算问题在我们生产生活中显得更为重要。本题是关于小球做斜碰撞时间的计算，其方法同样可以适用于其他物体做斜碰撞时间的计算。由于小球做的是完全弹性斜碰撞，即小球的恢复系数为1，故碰撞时间可由下式算出：

$$t=\frac{4R(1-\sin\alpha)}{u\cos\alpha}=\frac{4\times 0.04\times(1-\sin 30^\circ)}{10\times\cos 30^\circ}=0.0092\mathrm{s}$$

这就是两个小球做斜碰撞的时间，容易看出，它比瞄准角为0°时的正碰撞时间0.016s要短。

19. 如果第18题中两球的碰撞为非完全弹性碰撞，并且恢复系数为0.8，那么碰撞时间又是多少？

答：当两球做非完全弹性斜碰撞时，表明小球的恢复系数既不是1也不是0，而是大于0小于1的任意数，其碰撞时间由下式算出：

$$\begin{aligned}t&=\frac{2(1+e)R(1-\sin\alpha)}{u\cos\alpha}\\&=\frac{2\times(1+0.8)\times 0.04(1-\sin 30^\circ)}{10\times\cos 30^\circ}\\&=0.0083\mathrm{s}\end{aligned}$$

这就是本题要求算出的两球做非完全弹性斜碰撞的时间。

20. 两球做斜碰撞后沿什么方向运动？为什么？

答：当两球做正碰撞时，由于碰撞过程中施碰球和受碰球的质心速度和受到的力始终是沿着一条直线，所以到碰撞结束时两碰撞球的运动方向是相同的，即沿同一方向运动。如果两球质量相等，且受碰球静止，施碰球以某一速度和它发生完全弹性正碰撞，到碰撞结束时施碰球静止，而受碰球则接过施碰球的速度继续运动。然而，对于完全弹性斜碰撞，当运动球与静止球刚接触时，运动球的质心速度与接触面之间有一个大于0°、小于90°的夹角 α。因此，施碰球的质心速度在两球接触面上要分解为垂直接触面的法向速度 $u\sin\alpha$ 和平行接触面的切向速

度 $u\cos\alpha$ 。由于接触面光滑，沿切线方向的速度大小不变，但沿法线方向的速度在和静止球作对心碰撞(碰撞速度为法向速度)的过程中完全转换成静止球的质心速度，所以到碰撞结束时，受碰球质心接过施碰球的法向速度沿法线方向运动，而施碰球质心仍以切向速度沿切线方向运动，即两球的运动方向互相垂直。所以两球做完全弹性斜碰撞结束时，两球的运动方向相互垂直，而且这种关系与瞄准角的大小无关。

21. 设有两块光滑的物块，在光滑水平面上以不同的速度沿同一直线、同一方向做纵向运动。已知前面物块的长 a_2 为 20cm，宽为 10cm，高为 5cm，速度 u_2 为 2m/s，后面物块的长 a_1 为 18cm，宽为 9cm，高为 5cm，速度 u_1 为 4m/s。当后面物块追上前面物块时发生非完全弹性对心碰撞，恢复系数为 0.8，问碰撞时间如何计算？结果是多少？

答：物块的碰撞时间和球体碰撞时间的计算原理没有本质上的区别，只是由于球体的表面具有球对称性，表面上任何一点到质心的距离完全相同，所以，球体之间发生碰撞时受力面可以任意选取。但物块没有这种特点，即物块不同的表面到质心的距离不同，因此，同一物块以不同的表面相碰时，碰撞时间不同。故本题中两物块做纵向运动的碰撞时间由下式算出：

$$
\begin{aligned}
t &= \frac{(1+e)(a_1+a_2)}{2(u_1+u_2)} \\
&= \frac{(1+0.8)(0.18+0.2)}{2(4+2)} \\
&= 0.057\text{s}
\end{aligned}
$$

这就是两物块做纵向移动时做非完全弹性对心碰撞的时间。

22. 如果第 21 题中两物块不是做纵向运动，而是做横向运动，问两物块做横向碰撞的时间是多少？

答：已知前面物块的宽 b_2 为 10cm，后面物块的宽 b_1 为 9cm，故两物块刚接触时的质心距离为$\frac{1}{2}(b_1+b_2)$，所以，两物块做横向运动时的碰撞时间，即横向碰撞时间由下式算出：

$$
\begin{aligned}
t &= \frac{(1+e)(b_1+b_2)}{2(u_1+u_2)} \\
&= \frac{(1+0.8)(0.09+0.1)}{2(4+2)} \\
&= 0.0285\text{s}
\end{aligned}
$$

这就是两物块做横向移动时的非完全弹性对心碰撞的时间。

23. 如果第 21 题中后面物块仍做纵向运动，而前面物块改做横向运动，两物块相遇时仍做对心碰撞，则碰撞时间是多少？

答：此时两物块的碰撞时间由下式算出：

$$t=\frac{(1+e)(a_1+b_2)}{2(u_1+u_2)}$$

$$=\frac{(1+0.8)(0.18+0.1)}{2(4+2)}$$

$$=0.042\mathrm{s}$$

由以上两物块碰撞时间的计算结果看出，物块以不同的面相互碰撞时，得出的碰撞时间不同。这是因为物块以不同的面相碰时，两物块刚接触时的质心距离不同，而速度相同，即两物块以不同的面相碰时系统的质心速度相同，速度相同，但走过的距离不同，所以时间就不同。

24. 如果第 21 题中两物块大小相同，长 a 为 20cm，宽 b 为 10cm，高 c 为 5cm，恢复系数为 1。问它们做纵向完全弹性对心碰撞的时间是多少？

答：两物块相同，并做纵向运动，故它们相遇时的质心距离就是其中任意一物块的长度，又因为是完全弹性碰撞，恢复系数为 1，所以，碰撞时间的计算公式将会变得更为简单。具体碰撞时间为

$$t=\frac{2a}{u_1+u_2}=\frac{2\times0.2}{4+2}=0.067\mathrm{s}$$

25. 如果第 24 题中前面物块速度为零，但不固定，问碰撞时间又是多少？

答：根据题意，两物块的碰撞为运动物块与静止物块的碰撞，并且静止的物块没有固定，仍在光滑水平面上，所以，碰撞仍为移动碰撞且运动物块的速度 u 为 4m/s。则碰撞时间由下式算出：

$$t=\frac{2a}{u}=\frac{2\times0.2}{4}=0.1\mathrm{s}$$

这就是本题要求的运动物块与静止物块做纵向移动对心完全弹性碰撞的时间。这里再附带说一个问题，如果前面的物块不仅是静止，而且是固定的，则两物块的碰撞为定点碰撞，碰撞时间仍与前面算出的移动碰撞时间相同，计算公式也相同，但定点碰撞的力是移动碰撞力的 2 倍。

26. 将质量分布均匀的砖块从高处平稳放下，以不同的面着地，与地面做完全非弹性碰撞，问碰撞时间是否相同？

答：无论砖块以何种姿态放下，到达地面的时候总要产生一个向下的速度，因此，要与地面发生定点碰撞，并且是完全非弹性碰撞，碰撞过程只有第一阶

段，而无第二阶段。因此，砖块与地面的碰撞时间由下式算出，即

$$t = \frac{2h}{u}$$

式中，u 是砖块到达地面时的质心速度，h 是砖块刚到达地面时刻其质心与地面之间的距离。故由于质量分布均匀，质心就在砖块的几何中心，所以 $2h$ 就是砖块到达地面时砖块与地面垂直的边长。因此，如果下落高度不高时，砖块到达地面的速度相同，并可以表示成 $u = \sqrt{2gH}$ ，H 为砖块开始下落时，其质心到地面的高度，当下落高度一定时，碰撞时间由砖块的边长决定，故由于边长不同，砖块以不同的面和地面发生碰撞的时间不同。但如果下落高度较高时，就要考虑空气对砖块速度的影响了，此时就要先算出到达地面的速度才能应用上式来计算时间。