

ZHONGGUO ERTONG SHUXUE XUEXI DE
XILIE SHIZHENG YANJIU

中国儿童数学学习的 系列实证研究

胡松林◎著

北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

G623.5
15

走进数学新课程丛书

全国哲学社会科学“十五”国家课题“千名小学生数学学习全过程的跟踪研究”成果

ZHONGGUO ERTONG SHUXUE XUEXI DE
XILIE SHIZHENG YANJIU

中国儿童数学学习的 系列实证研究

胡松林 ◎著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中国儿童数学学习的系列实证研究 / 胡松林著. —北京：北京师范大学出版社，2013.9
(走进数学新课程丛书)
ISBN 978-7-303-16755-5

I. ①中… II. ①胡… III. ①小学数学课—教学研究 IV. ①G623.502

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第172781号

出版发行：北京师范大学出版社 www.bnupg.com

北京新街口外大街19号

邮政编码：100875

印 刷：北京京师印务有限公司

经 销：全国新华书店

开 本：170 mm×230 mm

印 张：19.25

字 数：400千字

版 次：2013年9月第1版

印 次：2013年9月第1次印刷

定 价：36.00 元

策划编辑：肖晓羽

责任编辑：胡琴竹 胡 宇

美术编辑：王 蕊

装帧设计：李尘工作室

责任校对：李 蕊

责任印制：马 洁

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话：010—58800697

北京读者服务部电话：010—58808104

外埠邮购电话：010—58808083

本书如有印装质量问题，请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话：010—58800825

参与本课题研究的主要成员有：

胡松林 杨玉东 姚剑强

徐 颖 郑开达 张 丹

何凤波 李燕萍 潘 燯

半是遗憾的教师之梦

成长而不老是一种佳境。用现代社会的眼光看，五六十岁正是人生成熟的好时期。这里，我想说的是本书作者胡松林老师。2008年，刚满54岁的他，荣获上海市教育科研优秀成果一等奖。胡松林老师主持的“中国儿童数学学习的系列实证研究”得此殊荣是毫无争议的。尽管评奖过程中胡松林老师因重病初愈未能出席答辩，评审专家仍然认为“这是一项高水平的研究，得出诸多雄辩的结论，并据此对课程教材提出了修改建议”，总之“具有重要理论价值与实践意义”。至此，该项研究似乎已经终结。我的看法与此有别：研究尚属初试，胡松林老师的“系列实证”是他教师生涯中的一个大梦，梦的序幕刚刚开启，个中抛出的仅是初步的调查和显明的结论，连台的好戏也许还在后头呢。可是，未及大奖正式颁发，54岁的胡松林老师生命突然打住，简直太残忍了。

胡松林老师是个爱做梦的人，他自己也常这样说。胡松林老师1954年出生，18岁那年，本该读书的他到崇明插队，身边却带着《中国通史》、《世界通史》两部书，下乡5年读了5年，因为在在他看来历史是面镜子。1977年全国恢复高考，他考入了上海第四师范学校，3年后作为优秀毕业生分配至上海实验小学任教，他“带着天真的梦幻”全身心投入教学，一心追求小学数学教学的高密度，白天干、晚上干、休息日也干，后来干脆住在学校，一住5年。

1984年的夏天，他突然跌入了肿瘤病人的地狱之门。可能是医术高明的缘故，仅经过3个月的医治，他竟奇迹般回到了讲台。病魔时时在威胁，到了这步田地，原本的教学追求，是放弃还是坚持？他一度痛苦地徘徊在十字路口。他写道：“面对每一天醒来后看到的绚丽多彩的世界，我选择了后者，继续去做没有实现的梦。然而路途中充满荆棘，是坎坷的。头上高悬着达摩克利斯剑，身背一百多位学生家长的期望，步履是那么沉重、艰难。”在地狱门口，他悟通了人生与时间的定律，提高效率就是延展生

命，教学观缘此得以提升——从追求教学密度到追求教学效率。从此，他走上了一条与前5年截然不同的教学之路——那就是把时间还给学生，通过科学的研究，大幅度提高学与教的效率。

我认识胡松林老师，是在从青浦调到上海市教育科学研究院工作之后。1988年，由教育部师范司建议，我们筹建中小学教师继续教育上海研究中心，胡松林老师是专家库成员。2000年，教科院承担教育部师范司小学数学骨干教师国家级培训，尝试采用“基本理论+案例教学+实践反思”的新模式，他是导师组负责案例教学的核心人员，一面要在原属南市区的实验小学上课，一面又要赶到地处闵行区的莘庄实验基地指导学员，整整两期培训，他总是提前到、推后走，学员们常为之感动。在培训班工作中，作为兼职导师的他，与我们结下了真挚的友谊。我问他，为什么如此用心地干？他说：我不把教师工作看作谋生的职业，而是崇高的事业，谋生有限度，事业无止境。我们之间的交往多了，我才慢慢地理会他不同寻常的“高速运转”风格。

他是一个从追求密度到追求效度的过来人，其中渗透了对生命的彻悟。他看到慢条斯理的课堂，常常沉不住气，喜欢大着胆说，嗓门响加上性子急，有狠劲，似乎少了点迂回与体谅。在追求学历的年代里，作为有研究能力的教师，与其他教师一样，他并没有洞穿考试至上的重峦叠嶂，但偏偏又要置身度外，尽力挣脱分数的羁绊。为了这份追求，他完成了华东师范大学教育系的本科在职进修后，还想攻读数学教育的研究生学位，并申请担任我们教科院教师发展研究中心的兼职研究员。我对他说，读学位、搞兼职，不过是形式，不如直接动真格——做一个影响深远的项目。这件事几经周折，直到2005年，他的研究被正式立项为上海市教育科研重点课题，同年被批准立项为全国哲学社会科学教育学科国家课题。一名普通的小学数学教师，主持全国哲学社会科学的国家课题，这至少在上海尚无先例。

教育改革需要试验与实证这尊保护神，浮躁的年代常顾不到这一切。基础教育实施新一轮的课程改革以来，数学的课程标准与教材编写出现了

许多争议。胡松林作为长年耕耘于教学第一线的老师，他静下心来，组织课题组，对我国小学生数学学习各阶段的认知特征开展跟踪研究，并将中外各种具体教学策略引入其中加以分析。他认为由此产生的大量实证材料，无论对提高课堂学习的效率，还是对课程标准、新编教材的修订均可提供事实依据。我想，用事实说话，那是一种科学的态度。在这吵吵闹闹的世界上，懂得此理当不无意义。可是“系列实证”的工作量大得无法估量。胡松林老师计划分阶段到位，当前先作一次样本在千人左右的“初试”。千人也不是小数目，工作量大，他竟请调到浦东教育发展研究院当专职数学教研员，然后把研究圈定为如下两件事。其一是跟踪调查研究。他对小学数学学科一年级至三年级学习的内容进行梳理，在数的概念、数运算技能、几何图形、空间观念、统计观念等五方面，选择“20 以内数”“三角形概念”等 17 个影响小学生数学学习的重要知识点，在北京、上海、天津、山东、陕西、云南等 12 个省市自治区开展同步跟踪调研，跟踪对象为分布在 69 所学校的 1 141 名小学生，跟踪步骤有：(1)课前基础调查，包括对该知识点理解的程度、练习的程度与应用的程度，调查方法有统一测试、个别访谈。(2)课堂表现跟踪，包括课堂听课情况、参与提问与师生讨论情况、课堂练习正确率情况，跟踪方法有全程摄像、课堂练习分析及课后诊断。(3)课后变化调查，包括对该知识点理解程度、练习程度与应用程度的变化状态描述。(4)巩固练习数量分析，主要分析练习类型、练习数量以及跟踪对象发生错误的原因。在此基础上，分析小学生学习该知识点的心理准备、课堂外加影响引起的心理变化以及完全理解、掌握需要的练习数量。同时还分析教师有效教学的实施过程、教学语言引导等方面的资料，从中归纳课堂教学的有效操作策略，并随时进行验证。其二是数据资料的比较研究。纵向维度，对同一跟踪对象数学学习发展情况对比，以厘定小学生数学学习过程的年级特征。横向维度，对同一年级跟踪对象学习同步内容的差异状况对比，以确定小学生学习同一知识点所需要练习量的范围。上述两个维度涉及学校、地区、总课题组三个层次的比较，力图为建立目标达成的量化指标体系作准备。该课题研究从 2005 年到

2008年，仅仅3年，无疑当是“初试”之作，但得了奖，又成了课程教材改革精致化“系列实证”的先锋。

现在保留课题研究原有形貌予以出版，除了开篇的成果报告作为前言外，全书共分五章，即前面所说17个重要知识点归入的五方面内容。书中的文、图、表、注与附录均原封不动，可供往后的研究者据实借鉴、参考和深究。

其实，胡松林老师的此项研究，本可走得更远些。早先他常对我说，中国的数学教学有特色、有优势，就是少了点创造性。这次，他主持那么大的项目，开宗明义的第一个观点就是：我国小学生学习数学的心理发展过程与西方发达国家的小学生有所差异，他们有自己的各阶段认知特征与形成原因。由此可见，他的实践感悟与多项研究，其终归于中国特色的小学数学教育。有一次我与他谈及对中西方小学生学习“退位减法”所作的考察。在西方这是个难题，多数学生要依靠学具一个个地数才能明白。加涅、布里格斯著《教学设计的原理》还以此为例作了纯算理的层级分析，整数相减要分五个层面，还有电脑程序化的流程分析等。他直率地说，照这样的层级、流程设计教学，教出来的一定是机器人。我国教师把握数位对齐、退1为10的要领，通过几个例子“明人不必细说”，反能取得极好的效果，甚至还会探寻简便算法。可以推断，跟踪调研、数据比较绝非他想做研究的终点，这是序幕，连台好戏定当在此之后。总之，胡松林的教师之梦没有完，还存留着半截遗憾。有梦的人生奇妙无比，有痴情与矢求的灵动，也有空虚与无常的反省。然而，这里诉说的一位小人物的世纪教师梦——事虽微细却关乎大体，人非名流却业照来者。他，一生充实有痴情，天磨无悔好矢求。这就是胡松林一生的剪影，也是这本书的出版缘故。

顾泠沅

2009年8月9日

前　言

——“千名小学生数学学习全过程的跟踪研究”成果报告

一、研究的意义

(一)研究背景

21世纪初，我国基础教育经历了一场声势浩大的课程改革，仅五六年间，全国数千万小学生都成为新课程实验的对象。数学是小学阶段的重要学科。本次数学课程改革，力图通过数学课程标准的研制、教材的编写、教学方式的改变，建立旨在促进学生身心健康发展、反映未来社会需要、体现素质教育精神的小学数学课程新体系。同时，在实践教学的层面，广大一线教师为改变课堂单一的学习方式、培养具有创新意识与实践能力的学生、减轻学生过重的课业负担做出了较大的努力。

但是，据我们在全国开展调研的资料整理表明，尽管这些学校(指调研的学校)已经进入新课程的实验，但仍然存在着如下三个方面的问题：一是小学生课堂学习活动的实际与数学新课程的理念有着较大的距离；二是作为新课程的具体实施者——一线小学数学教师面临教学的众多“困惑”；三是小学生数学学习的过重课业负担，并没有真正地“减压”。因此，从理论与实践相结合的视角，分析我国小学生学习数学各个阶段的认知特征，探索符合我国小学生数学知识有效建构的课堂具体操作方法，则成为数学新课程能否顺利进入课堂实施层面的重要保证。

(二)国内外研究现状述评

1. 数学学习理论方面

皮亚杰通过对儿童运算思维发展过程的观察以及记录儿童智力发展的特征，提出了儿童智力发展的阶段理论。布鲁纳依据对儿童学习的观察，把儿童认知发展特征归类为动作表象、形象表象、符号表象三个阶段。加涅则利用认知心理信息加工观念，将学习划分为八个阶段。波利亚归纳学生参与数学活动的过程，提出了问题解决四个阶段的理论。林崇德教授研究学生学习数学的心理活动，提出了数学的三种基础能力与五种思维品质整体培养的观点。

2. 数学活动理论方面

斯腾伯格认为数学推理能力的培养包括分析性思维，也包括创造性和实践性思维的培养。弗赖登塔尔的数学活动理论认为，学生数学的学习过程有两个核心概念，一个是情境问题，一个是数学化。因此，课堂的基本特征是：(1)运用情境问题；(2)采用模式化；(3)学生自己得出的结论和创造；(4)重视交流；(5)不同数学内容相互交织在一起。

3. 数学教学模式方面

1983年，英国著名的《考可罗夫特报告》强调在数学学习过程中，实践和直觉经验对于学生学习数学技能的重要性：数学学习应与学生的日常生活经验联系起来，要让学生成功地发展他们学习数学的自信心，更好发展适应不同个性和不同能力的学生学习需要的教学方法。国内学者顾泠沅教授提出数学教师课堂教学行为的“三个水平”的观点，即记忆与计算水平行为、解释性与理解性水平行为、探索性水平行为。

综上所述，数学教育理论的发展为数学课堂教学的实践指明了航程，但是对众多第一线的小学数学教师而言，以下几个方面的问题仍需要进一步研究。

第一，在新课程实施的过程中，如何将宏观的数学教育理论转化为可以指导课堂教学活动的具体的、可操作性的方法，特别是适应我国实际教

学条件、教学文化的可操作性方法。

第二，在我国文化背景下，根据小学生数学学习的各阶段具体认知特征如何有效制定各课时学生学习的认知起点。

第三，在数学学习过程中，如何建立测定学生学习各课时的具体认知水平的测量评价体系。

二、研究目标、主要观点和创新之处

(一)课题的界定

在本课题研究中所指的“千名小学生”是全国不同地区、不同学校(约100所学校，每所学校10名)随机抽取的小学生；“数学学习全过程的跟踪”是指一年级至三年级的小学生数学学习相关情况的全程跟踪，包括对跟踪对象的课堂学习表现、课堂习题的练习量、课外接受学习指导、课外补充习题的练习量等一切与数学学习有关事项的记录。

(二)研究目标

本课题致力于通过千名一年级至三年级小学生数学学习全过程的跟踪研究，构建测定我国小学生数学学习各课时认知水平的测量评价体系；探索我国小学生在学习数学每个知识点中形成数感、符号感、空间观念、统计观念等的认知心理特征；制订适应“本土化”“课时化”的有效课堂教学策略；为小学生各年级数学学习的科学减负以及数学课程标准、数学新编教材的修订提出具体的建议。

(三)主要观点

1. 我国小学生学习数学的心理发展过程与西方发达国家的小学生有所差异，他们有自己的各阶段认知特征与形成原因。
2. 充分认识小学生数学学习的各阶段认知特征，并据此组织教学将大

幅度提高课堂学习的效率。

3. 数学课程标准、数学新编教材的修订应与我国小学生学习数学的认知特征、现有办学条件、师资队伍以及文化背景相适应。

(四) 创新之处

1. 本课题拟在理论上实现的主要突破：综合运用现代教学理论与我国小学生学习数学的实际调查资料，描述我国低年级小学生学习数学各知识点的认知状况、特点及成因；建立测定低年级学生数学学习各课时认知水平的具体测量指标体系。

2. 本课题拟在实践上实现的主要突破：通过全程的跟踪观察，提出各重要知识点的具体教学策略，从而为广大一线教师运用数学新教材提供实践依据；提出小学生数学学习的科学减负以及数学课程标准、数学新编教材进一步修订的具体建议。

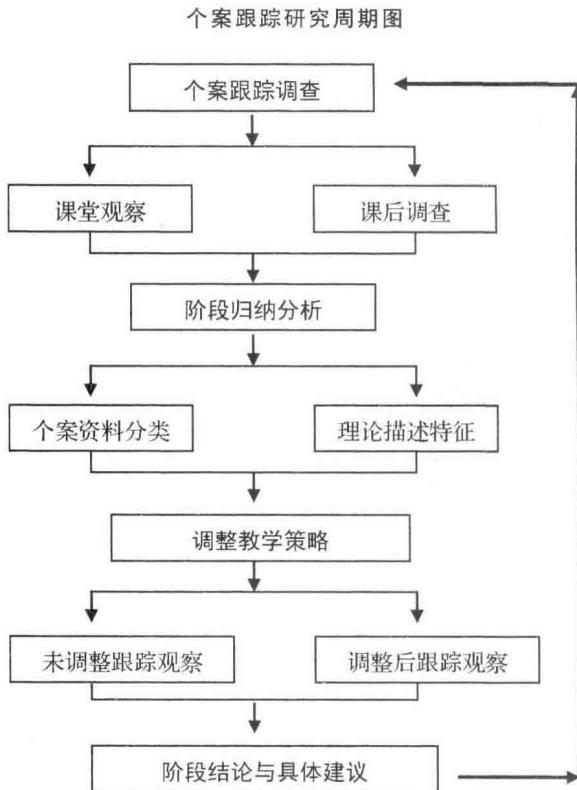
三、研究思路与研究方法

(一) 研究思路

本课题研究的主要思路是：个案跟踪调查→阶段归纳分析→调整教学策略→结论与具体建议。个案跟踪调查是在全国各地的不同地区、不同类型的学校中确定千名小学生跟踪研究的样本，然后由执教教师根据课题计划，观察、调查跟踪对象的课堂数学学习状况与课外接受数学指导的全过程；阶段归纳分析是将各地同一年龄段、学习同一内容的跟踪对象的调查材料进行分类，运用现代教学理论描述数学学习的共同特征；调整教学策略是根据不同地区学生数学学习心理发展的需要，调整教师的教学方式与策略；结论与具体建议主要阐释阶段性小学生数学学习的量化指标与数学课程标准、数学新编教材修改的具体建议。

由于本课题的每个个案跟踪研究具有相对的独立性以及学习内容的阶

阶段性，因此，上述四个具体的操作步骤将周而复始，构成每个个案研究的周期(如下图)。



(二)研究方法

本课题主要的研究方法是跟踪调查研究与数据资料比较研究。

1. 跟踪调查研究

课题组根据国家数学课程标准与上海市数学课程标准的具体内容目标，对我国小学一年级至三年级数学学科学习的内容进行筛选，选择“20以内数的进位加法”“100以内数的进位加法”“图形的认识”等34个影响小学生数学学习的重要知识点，同步在上海、北京、天津、山东、陕西、云南等不同地区开展跟踪调查研究。在跟踪研究的过程中，将同步运用实证分析与区域反复实验相结合、定性分析与定量分析相结合的方法，分析小

学生学习数学每个重要知识点的心理准备、变化状况以及教师课堂外加影响的程度等，从而逐步提炼我国小学生学习数学的各重要知识点时的认知特征，以及适应学生的认知特征的课堂教学可操作策略。每个数学知识点学生学习的心理特征研究将有下列步骤。

第一，跟踪对象课前基础调查(包括对要学习的知识点理解的程度、练习的程度与应用的程度等)。调查的方法有课前测试(课题组制订统一的测试工具)、个别访谈等。

第二，跟踪对象课堂表现全程跟踪(包括跟踪对象课堂听课情况、参与提问与师生讨论情况、课堂练习正确率等)。跟踪的方法有全程摄像、课堂练习分析以及课后个别访谈等。

第三，跟踪对象学习后的变化调查(包括跟踪对象对该知识的理解程度、练习程度与应用程度的变化状态描述等)。调查的方法有课后测试(课题组制订统一的测试工具)、个别访谈练习错误学生的“原生态”想法等。

第四，跟踪对象同一知识点巩固练习的分析，主要分析练习类型、练习数量以及跟踪对象错误原因等情况。

在此基础上，分析小学生学习这一数学知识点的心理准备、课堂外加影响引起心理的变化以及完全理解、掌握需要练习的数量等。同时，分析教师有效教学实施过程的程序、教学语言的引导等方面的资料，从中提炼教师课堂教学的有效操作策略，并在下续同类知识点或者下一轮的研究中进一步验证。

具体研究任务的承担是：各子课组的学校每学期承担2~3个数学知识点的学习全过程的教育实验方法研究。同一知识点将在不同地区的5~8所学校同步开展，每个知识点的学习实验研究将经历2~3轮的循环、验证性的研究，从中提炼我国小学生学习数学不同阶段、不同内容的心理特征以及实施新课程的有效课堂教学策略。

2. 数据资料比较研究

对所跟踪对象的调查数据进行纵向维度与横向维度的对比。纵向维度的对比是：同一跟踪对象数学学习发展情况的对比，以归纳小学生数学学

习过程的年级特征；横向维度的对比是：同一年级跟踪对象学习同步内容的差异状况的对比，以归纳小学生学习同一知识点所需要练习量的范围。通过两个维度的对比，逐步构建目标达成的量化指标体系。在横向维度的对比研究中，数据比较将按从低到高的顺序，开展三个层次的比较。

一是学校同一年级跟踪对象学习状况的比较。通过每个学习单元跟踪对象的学习信息反馈，分析每个知识点所需要的练习数量、练习时间以及主要的错误类型等，初步得出小学生学习每个知识点所花费的时间与练习量。

二是地区同一年级跟踪对象学习状况的比较。根据课题组的安排，各个参与研究的不同地区分别将设置3~5所学校为跟踪点，由地区教研员或者地区项目负责人对各校汇总表的数据，按单元学习知识点的内容进行比较，分析不同层次学校同一内容的练习数量与练习时间。

三是总课题组对同一年级跟踪对象学习状况的比较。通过对各个不同地区的数据比较，归纳出每个单元每个知识点学习需要的练习量、练习时间的范围，并在下一轮的研究中得到进一步的验证。

具体研究任务的承担是：各子课题组和每所学校负责跟踪对象学习数学全过程的数据调查、记录、汇总工作；地区负责人协调确定重要知识点的跟踪任务，并做好地区资料的比较与汇总工作；总课题组负责各地区资料的比较与分析工作。

四、研究内容与主要成果

(一) 跟踪调查测定评价系列工具

由于本课题研究主要是从微观的视角分析小学生学习数学各知识点的认知特征，其跟踪调查落实到每课时的具体教学内容，所以，查阅国内外的各种测定工具均难以运用到本课题的跟踪调查之中。为此，本课题组组织各子课题组开展了跟踪调查测定评价系列工具的研究。跟踪调查测定评

价系列工具分为两大类：记录跟踪数据的工具与测定学生课时学习认知水平的测试量表。

1. 跟踪调查记录工具

跟踪调查记录工具共有四种：教师日常跟踪记录手册、家长日常跟踪记录手册、单元跟踪记录汇总表以及单元重点知识点跟踪记录表（见附录一）。前三种表格通过练习数量的统计，记录学生日常学习的情况；后一种是子课题学校承担重点知识点研究记录，通过每节课的前测与后测记录，了解学生学习过程的认知变化规律以及课堂效率等情况。

2. 跟踪调查课时测试量表

跟踪调查课时测试量表是本课题组研究的重要工具。为全面反映各地学生数学学习的情况，本课题组开展了国内数学主流教材与上海地方教材的教学内容、结构框架、知识点分布状况的研究，开展了每节课前测与后测的具体内容研究。经过“教材内容提炼—教学理论分析—课堂测定运用—验证调整目标”多个阶段反复实验，现初步制订覆盖小学一年级至三年级数学各版本教材 34 个知识点、近 300 课时的学生数学学习认知水平的测定评价系列量表。

每课时测定评价量表分为课前调查与课后访谈两部分，每部分基本由 3 个问题组成。课前调查的主要功能是了解学生课前已有的生活经验、认知水平以及各种数学能力等；课后访谈的主要功能是了解不同学生经过学习后认知变化情况，以及课堂教学的有效性等问题。（见附录二）

（二）跟踪调查系列实证研究

本课题已完成“小学生数概念发展过程的跟踪研究”“小学生数的运算技能形成过程的跟踪研究”“小学生几何图形认识过程的跟踪研究”“小学生空间观念形成过程的跟踪研究”“小学生统计观念形成过程的跟踪研究”5 个方面 17 个重点知识点的系列实证研究。

1. 小学生数概念发展过程的跟踪研究

（1）学生学习“20 以内数”的认知特征调查

研究的主要问题：①一年级学生数 20 以内数的方法；②学生对 20 以

内数量的实物图表征的能力；③学生对数的大小的判断能力。

跟踪调查测定对象：在浙江、云南、上海等地共抽取 242 名一年级学生作为跟踪调查的样本。

跟踪调查结论：①学生已具备数数的能力，大部分学生能正确数 20 以内数量的实物，或情境图中物体的数量，这充分说明一年级学生在接受正式学习前，已形成客观物体存在数量多少的概念。但在数数的过程中，学生仍处于一个一个数数的状态，仅有少量学生具有按群数数的意识。②学生已具有符号意识，能用符号表示数量的多少。他们已建立不同数字能表示不同数量的概念，并知道每个数字其代表的含义是不同的。但在写数的过程中，他们的书写格式与笔顺仍处于随意性状态。③学生对数字符号意义的理解比较困难，这种困难由两部分组成，一是还不能用数字来解释生活中各种实物；二是不能正确说明数字符号组合的意义，这说明学生还没有真正理解数字符号组合的实际意义。

(2) 学生学习“100 以内数”的认知特征调查

研究的主要问题：①通过一年级不同学生的数数过程，归纳学生数的概念建构的特征；②通过学生解释 100 以内数的符号的过程，了解不同学生位值制建立的情况；③了解学生在呈现材料不同时读数与写数的不同状况，以及对数的大小进行比较时的想法，从中分析他们运用数概念解决实际问题的能力。

跟踪调查测定对象：在北京、上海、浙江、云南等地共抽取 198 名一年级学生作为跟踪调查的样本。

跟踪调查结论：①一年级学生已具有数较大数的能力，大部分学生均能正确地数数，并会用数字符号的形式表示数量的多少。②学生还没有形成较强的十进位值制的思想，他们的数数仍以一个一个数数为主。这对学生正确理解数字在不同位置的意义可能会产生新的障碍。③学生对较大数的估计，仍处于直观估计为主的认知水平。学生还没有形成将估计对象“化整为零”的意识，更不具备通过以部分数量为参照数，推断整体数量的能力。