

华中师范大学出版社数学系列研究丛书

国际数学教育比较研究

胡典顺 / 著

 华中师范大学出版社

华中师范大学出版社数学系列研究丛书

本书由华中师范大学出版社提供的出

国际数学教育比较研究

胡典顺 / 著

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

国际数学教育比较研究/胡典顺著. —武汉: 华中师范大学出版社, 2016. 7

(华中师范大学出版社数学系列研究丛书)

ISBN 978-7-5622-7410-0

I. ①国… II. ①胡… III. ①数学教学—比较教育—世界
IV. ①O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 141516 号

国际数学教育比较研究

©胡典顺 著

责任编辑: 袁正科

电 话: 027-67867362

编辑室: 第二编辑室

责任校对: 缪 玲

封面设计: 罗明波

出版发行: 华中师范大学出版社

社 址: 湖北省武汉市珞喻路 152 号

邮 编: 430079

销售电话: 027-67863426/67863280

邮购电话: 027-67861321

传 真: 027-67863291

网 址: <http://press.cnu.edu.cn/>

电子信箱: press@mail.cnu.edu.cn

督 印: 王兴平

印 刷: 江西新华印刷集团有限公司

开 本: 710mm×1000mm 1/16

印 张: 21 字 数: 360 千字

版 次: 2016 年 8 月第 1 版

印 次: 2016 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 42.00 元

敬告读者: 欢迎举报盗版, 请打举报电话 027-67861321

前 言

2012年8月至2013年8月,在国家留学基金委的资助下,笔者以访问学者的身份访问美国特拉华大学(University of Delaware),与著名华裔学者蔡金法教授进行合作研究。蔡金法教授的研究有三大主线:跨国比较研究项目、课程研究项目、数学探索项目。在跨国比较研究项目中,蔡金法教授取得了一系列开创性的成果。例如,通过比较美国学生和中国学生在不同类型的数学题上的成绩,蔡金法教授发现中国学生在常规问题上远远比美国学生好,但在非常规问题上美国学生的成绩却比同年段中国学生好。进一步地,他分析了中国学生和美国学生的解题策略和提出的问题,他发现美国学生的解题策略和提出的问题更具有多样性。

在美国访问期间以及回国之后,笔者以数学教育的国际比较为研究主题,成功申报了相关课题,如2013年华东师范大学中央高校基本科研业务费专项资金资助“数学问题提出与数学教育改革:跨国比较研究”(CCNU13F021),湖北省教育科学“十二五”规划2013年度立项课题“数学问题提出与数学教育改革:跨国比较研究”(2013B015)等。围绕这些研究课题,近年来,我们在《课程·教材·教法》《中国教育学刊》《数学教育学报》《数学通报》等期刊上发表了一系列文章。本书正是我们所在数学教育研究团队从事数学教育国际比较研究的阶段性成果。本书写作分工如下:第1章、第12章、第14章由胡典顺独立编写,第10章由胡典顺、蔡金法、聂必凯共同编写,第2章由朱少卿编写,第3章由林丹编写,第4章由陈黎雨编写,第5章由黄舒娴编写,第15章由黄舒娴、胡典顺共同编写,第6章由王明巧编写,第7章、第8章由张笑谦、胡典顺共同编写,第9章由薛亚乔编写,第11章由严卿编写,第13章由朱龙、胡典顺共同编写,第16章由叶珂、胡典顺共同编写,第17章由黄舒娴、胡典顺、朱少卿共同编写。全书由胡典顺整体设计、规划,并进行最后统稿和定稿。

本研究得到下列研究项目的支持:2013年华东师范大学中央高校基本科研

业务费专项资金资助“数学问题提出与数学教育改革：跨国比较研究”(CCNU13F021)；2013年湖北省教学研究项目“数学师范生拔尖创新人才培养的理论与实践”(2013090)；2013年华中师范大学研究生教学改革研究项目“免费师范生攻读教育硕士培养模式的改革研究与实践”(2013018)；湖北省教育科学“十二五”规划2013年度立项课题“数学问题提出与数学教育改革：跨国比较研究”(2013B015)；2015年华中师范大学中央高校基本科研业务费专项资金资助“面向卓越教师培养的TPACK理论研究和实践探索”(CCNU15A02030, CCNU15A06121)；2014年华中师范大学教学研究项目“面向数学师范生拔尖创新人才数学学科教学知识(MPCK)的课程建设与教学实践研究(201435)。

在写作过程中，我们参阅了国内外大量相关文献资料，同时得到了华中师范大学数学与统计学学院和教师教育学院领导的大力支持，在此致以诚挚谢意！能完成本书，我们要向许多长期以来一直支持我们的单位领导、老师以及朋友致以真诚的谢意。能完成本书，我们还要向华中师范大学出版社的领导及袁正科等编辑老师表示衷心感谢，正是他们仔细审阅书稿，提出了许多宝贵的修改意见，为本书增添了不少亮色。另外，华中师范大学数学与统计学学院研究生王静、刘先会、王孟雅对全书进行了细致地校对，本书的完善离不开她们的支持。当然，由于我们水平有限，书中不足之处在所难免，敬请专家和广大读者批评指正。

胡典顺

2015年12月18日

目 录

| | |
|-----------------------|---|
| 第 1 章 引言 | 1 |
| 1.1 研究背景 | 1 |
| 1.2 研究内容 | 2 |
| 1.2.1 数学教材内容的比较 | 2 |
| 1.2.2 数学问题提出的比较 | 3 |
| 1.2.3 数学课程标准的比较 | 4 |

上篇:教材内容的比较

| | |
|-------------------------------|----|
| 第 2 章 中美数学教材中三角函数的比较研究 | 6 |
| 2.1 研究设计 | 6 |
| 2.1.1 研究对象 | 6 |
| 2.1.2 研究内容 | 8 |
| 2.1.3 研究框架 | 9 |
| 2.2 研究结果与分析讨论 | 10 |
| 2.2.1 知识内容的比较 | 10 |
| 2.2.2 习题的比较 | 23 |
| 2.2.3 信息技术的比较 | 35 |
| 2.3 结论与启示 | 38 |
| 2.3.1 结论 | 39 |
| 2.3.2 启示 | 41 |
| 第 3 章 中美数学教材中统计与概率的比较研究 | 44 |
| 3.1 研究设计 | 44 |
| 3.1.1 研究对象 | 44 |

| | | |
|------------|--------------------------------|------------|
| 3.1.2 | 研究方法 | 46 |
| 3.1.3 | 研究框架 | 46 |
| 3.2 | 中美两版教材统计与概率部分比较 | 47 |
| 3.2.1 | 中美两版教材设置高中统计与概率内容基本理念的比较 | 47 |
| 3.2.2 | 中美两版教材统计与概率章节结构特点比较 | 49 |
| 3.2.3 | 中美两版教材统计与概率主要内容及其编排顺序的比较 | 52 |
| 3.2.4 | 中美两版教材统计与概率内容呈现的比较 | 57 |
| 3.2.5 | 中美两版教材统计与概率习题的比较 | 65 |
| 3.3 | 结论与启示 | 76 |
| 3.3.1 | 结论 | 76 |
| 3.3.2 | 启示 | 78 |
| 第4章 | 中美数学教材中微积分的比较研究 | 81 |
| 4.1 | 研究设计 | 81 |
| 4.1.1 | 研究对象 | 81 |
| 4.1.2 | 研究内容 | 82 |
| 4.1.3 | 数据的处理和分析 | 82 |
| 4.2 | 中美教材微积分内容的比较 | 82 |
| 4.2.1 | 微积分知识点的比较 | 82 |
| 4.2.2 | 微积分知识结构的比较 | 89 |
| 4.2.3 | 微积分栏目呈现方式的比较 | 92 |
| 4.3 | 中美教材微积分习题难度的比较 | 97 |
| 4.3.1 | 习题难度比较模型 | 98 |
| 4.3.2 | 中美教材微积分习题的各难度因素的比较 | 102 |
| 4.4 | 结论与启示 | 108 |
| 4.4.1 | 结论 | 108 |
| 4.4.2 | 启示 | 110 |
| 第5章 | 中美数学教材中函数的比较研究 | 112 |
| 5.1 | 研究设计 | 112 |
| 5.1.1 | 研究对象 | 112 |
| 5.1.2 | 研究内容 | 113 |
| 5.1.3 | 研究处理 | 114 |

| | | |
|------------|--------------------------|------------|
| 5.1.4 | 数据的处理 | 121 |
| 5.2 | 中美两版本高中教材的情境分析比较 | 121 |
| 5.2.1 | 情境总数量的比较 | 122 |
| 5.2.2 | 情境呈现位置的比较 | 123 |
| 5.2.3 | 情境类型的比较 | 124 |
| 5.2.4 | 情境配备插图的比较 | 132 |
| 5.2.5 | 情境运用方式的比较 | 136 |
| 5.3 | 结论与启示 | 140 |
| 5.3.1 | 结论 | 140 |
| 5.3.2 | 启示 | 142 |
| 第6章 | 中美数学教材中图形与几何的比较研究 | 144 |
| 6.1 | 研究设计 | 144 |
| 6.1.1 | 研究对象 | 144 |
| 6.1.2 | 研究结构 | 145 |
| 6.1.3 | 研究模型 | 146 |
| 6.2 | 图形与几何部分的课程难度比较 | 150 |
| 6.2.1 | 图形与几何的知识分布比较 | 150 |
| 6.2.2 | “图形与认识”课程内容难度的比较 | 157 |
| 6.2.3 | “测量”课程内容难度的比较 | 161 |
| 6.3 | 中美两国“测量”习题难度的比较 | 165 |
| 6.3.1 | 习题难度研究的必要性 | 165 |
| 6.3.2 | 习题的选取与分布 | 166 |
| 6.3.3 | 习题的难度因素比较 | 168 |
| 6.4 | 结论与启示 | 175 |
| 6.4.1 | 结论 | 175 |
| 6.4.2 | 启示 | 176 |
| 第7章 | 中澳数学教材中函数与映射的比较研究 | 179 |
| 7.1 | 引言 | 179 |
| 7.2 | 中澳高中数学教材比较 | 179 |
| 7.2.1 | 中澳教材知识顺序的比较 | 179 |
| 7.2.2 | 中澳教材知识设置的比较 | 181 |

| | | |
|------------|---------------------------|------------|
| 7.2.3 | 中澳教材知识处理方式的比较 | 183 |
| 7.2.4 | 中澳教材习题设置的比较 | 184 |
| 7.3 | 思考与建议 | 185 |
| 7.3.1 | 关于教材编写应如何切合知识发生过程 | 185 |
| 7.3.2 | 关于知识内容中直观性和抽象性知识的取舍 | 186 |
| 7.3.3 | 关于理论性和实践性两者的平衡 | 188 |
| 第8章 | 中澳数学教材中平面向量的比较研究 | 190 |
| 8.1 | 引言 | 190 |
| 8.2 | VCE 数学课程特征概述 | 190 |
| 8.3 | 中澳高中数学教材中平面向量相关章节特点的比较 | 192 |
| 8.3.1 | 知识设置顺序比较 | 192 |
| 8.3.2 | 知识涵盖范围比较 | 194 |
| 8.3.3 | 知识处理方式比较 | 195 |
| 8.4 | 思考与建议 | 197 |
| 8.4.1 | 对于教材编写应如何贯彻课程标准理念的思考 | 197 |
| 8.4.2 | 关于教材编写如何帮助教师将相关章节联系为整体的思考 | 198 |

中篇:问题提出的比较

| | | |
|------------|---------------------------|------------|
| 第9章 | 中美小学数学教材中问题提出的比较研究 | 200 |
| 9.1 | 数学问题提出概念的界定 | 200 |
| 9.1.1 | 问题及数学问题 | 200 |
| 9.1.2 | 数学问题提出 | 201 |
| 9.2 | 研究设计 | 202 |
| 9.2.1 | 研究对象 | 202 |
| 9.2.2 | 研究内容 | 204 |
| 9.2.3 | 数据处理和分析 | 204 |
| 9.3 | 研究结果与分析讨论 | 204 |
| 9.3.1 | 三个版本教材中问题数及分布的比较 | 204 |
| 9.3.2 | 三个版本教材中问题提出数及分布的比较 | 207 |
| 9.3.3 | 教材中问题提出类型及分布的比较 | 211 |
| 9.3.4 | 教材中问题提出所处知识领域及分布的比较 | 216 |

| | | |
|-------------|-------------------------------|------------|
| 9.3.5 | 教材中问题提出所处教学环节的比较 | 220 |
| 9.3.6 | 三个版本教材中含特定要求的问题提出分布的比较 | 223 |
| 9.4 | 结语与启示 | 224 |
| 9.4.1 | 结论 | 224 |
| 9.4.2 | 启示 | 225 |
| 第10章 | 中国两个版本小学数学教材中问题提出的比较研究 | 228 |
| 10.1 | 引言 | 228 |
| 10.2 | 教材选取与问题提出分析 | 230 |
| 10.3 | 结果 | 231 |
| 10.3.1 | 两个版本教材中问题提出的总数及分布 | 232 |
| 10.3.2 | 两个版本教材中涉及问题提出的问题类型 | 233 |
| 10.3.3 | 不同教学环节中的问题提出 | 234 |
| 10.3.4 | 不同内容领域中的问题提出 | 235 |
| 10.3.5 | 交叉类型的问题提出 | 236 |
| 10.4 | 结论与讨论 | 237 |
| 10.4.1 | 结论 | 237 |
| 10.4.2 | 讨论 | 238 |
| 第11章 | 中日初中数学教材中问题提出的比较研究 | 240 |
| 11.1 | 研究设计 | 240 |
| 11.1.1 | 研究对象 | 240 |
| 11.1.2 | 问题提出分析 | 241 |
| 11.1.3 | 研究工具 | 242 |
| 11.1.4 | 数据处理和分析 | 242 |
| 11.2 | 研究结果 | 242 |
| 11.2.1 | 两国教材的量化比较 | 242 |
| 11.2.2 | 具体问题的设置 | 248 |
| 11.2.3 | 中日两国初中数学课程标准中问题提出的比较 | 251 |
| 11.3 | 结论与启示 | 255 |
| 11.3.1 | 结论 | 255 |
| 11.3.2 | 启示 | 257 |

下篇:课程标准的比较

| | |
|--|-----|
| 第 12 章 美国《共同核心州立数学标准》中高中代数内容解读及启示 | 266 |
| 12.1 引言 | 266 |
| 12.2 高中代数内容概要 | 268 |
| 12.2.1 表达式 | 268 |
| 12.2.2 方程和不等式 | 269 |
| 12.2.3 表达式与函数和模型的联系 | 269 |
| 12.2.4 内容范围及其学习目标 | 269 |
| 12.3 代数具体内容 | 270 |
| 12.3.1 表达式结构观察 | 270 |
| 12.3.2 多项式与有理表达式的运算 | 271 |
| 12.3.3 构造方程 | 271 |
| 12.3.4 方程与不等式的推理 | 272 |
| 12.4 启示 | 273 |
| 12.4.1 内容清晰明了,目标要求明确 | 273 |
| 12.4.2 突出主干内容,重视知识的连贯性 | 274 |
| 12.4.3 注重代数理解,强调建模应用 | 274 |
| 12.5 结语 | 275 |
| 第 13 章 中美两国高中数学课程标准中统计与概率内容的比较研究 | 276 |
| 13.1 引言 | 276 |
| 13.2 标准中具体内容的比较 | 277 |
| 13.2.1 理解分类数据和度量数据 | 277 |
| 13.2.2 做出推断与证明结论 | 278 |
| 13.2.3 条件概率与概率法则 | 279 |
| 13.2.4 使用概率做出决策 | 280 |
| 13.3 结论 | 281 |
| 13.4 启示 | 282 |
| 13.4.1 适当增加统计与概率知识 | 282 |
| 13.4.2 加强概率统计与信息技术的整合 | 282 |
| 13.4.3 渗透概率统计思想,发展实践能力 | 283 |

| | |
|--|-----|
| 13.4.4 注重概率统计与其他知识的关联 | 283 |
| 第14章 中美两国高中课程标准中函数内容的比较研究 | 285 |
| 14.1 引言 | 285 |
| 14.2 函数具体内容的比较 | 286 |
| 14.2.1 理解函数 | 287 |
| 14.2.2 建立函数 | 289 |
| 14.2.3 线性函数、二次函数、指数函数模型 | 290 |
| 14.2.4 三角函数 | 291 |
| 14.3 结论 | 292 |
| 14.4 讨论 | 294 |
| 14.4.1 处理好函数内容的限定与自主的关系 | 294 |
| 14.4.2 处理好函数知识的理解与应用的关系 | 294 |
| 14.4.3 处理好函数知识与其他数学知识的关系 | 295 |
| 第15章 美国学校数学教育中的“表征”及其启示 | 296 |
| 15.1 美国学校数学教育中的“表征” | 296 |
| 15.2 美国学校数学教育中“表征”的特色 | 297 |
| 15.2.1 强调表征在数学中的重要地位 | 297 |
| 15.2.2 注重教师在表征中的重要作用 | 297 |
| 15.2.3 各学段表征目标具体,操作性强 | 298 |
| 15.2.4 表征案例来自实际生活,亲切自然 | 298 |
| 15.3 对我国数学教育的若干启示 | 299 |
| 15.3.1 应该将表征作为教学的重要活动 | 299 |
| 15.3.2 应该注重不同表征间的相互转化 | 300 |
| 15.3.3 应该积极鼓励学生富有个性化的表征 | 301 |
| 第16章 美国《加利福尼亚州数学框架·教学策略》简介及启示 | 303 |
| 16.1 引言 | 303 |
| 16.2 《加州数学框架·教学策略》内容简介 | 303 |
| 16.2.1 CA CCSSM 的三个重要主题 | 303 |
| 16.2.2 一般教学模型 | 305 |
| 16.2.3 特定于数学课堂中的教学策略 | 308 |
| 16.3 启示 | 312 |

| | | |
|---------------|-------------------------------------|------------|
| 16.3.1 | 教学模式——传承与创新 | 312 |
| 16.3.2 | 课堂讨论——追求实效 | 312 |
| 16.3.3 | 学生参与——百花齐放 | 313 |
| 16.3.4 | 教学工具——知物善用 | 313 |
| 第 17 章 | 美国《加利福尼亚州数学框架·评价》简介及启示 | 315 |
| 17.1 | 引言 | 315 |
| 17.2 | 《加州数学框架·评价》内容简介 | 316 |
| 17.2.1 | 评价目的 | 316 |
| 17.2.2 | 评价类型 | 316 |
| 17.2.3 | 评价手段 | 318 |
| 17.2.4 | 评价量表 | 321 |
| 17.3 | 启示 | 322 |
| 17.3.1 | 评价文件单独成文、重视评价 | 322 |
| 17.3.2 | 形成性评价连续、贯穿始终 | 323 |
| 17.3.3 | 评价手段多样、具有可选性 | 323 |
| 17.3.4 | 评价策略开放、操作性强 | 323 |

第1章 引言

1.1 研究背景

通过对世界各国的教育进行比较研究,可以扩展我们的眼界,增长我们的见识,还可以汲取西方发达国家教育中的成功经验和失败教训,作为我国教育改革的借鉴,为我们的教育决策和教育改革提供依据和参考。

数学教育的比较研究是比较教育学中的一个分支,由于数学教育具有广泛性及内容相对一致性,因而数学教育的比较研究在比较教育学中占有非常重要的地位。国际数学教育交流,始于1908年成立的国际数学教育委员会(ICMI)。20世纪60年代,荷兰数学家弗赖登塔尔组织了“数学教育国际会议”(ICME),人们开始逐渐认识到数学教育的重要性。数学教育国际比较已成为世界数学教育研究的重要课题,例如,每四年召开一次的国际数学教育大会(International Congress on Mathematical Education, ICME),在ICME9, ICME10会议中的主要议题都有“数学教育国际比较”。20世纪60年代的第一次国际数学教育研究(FIMS)真正地开始了较大规模的比较数学教育研究。中国于1986年加入国际数学家联盟,也开始参加ICMI的活动。国际教育成就评估协会(The International Association for the Evaluation of Educational Achievement, IEA)是著名的国际学术团体,在教育国际比较研究方面做了大量开创性工作,IEA所进行的国际数学研究是数学教育国际比较的典范,对世界各国数学教育都产生了重大影响。IEA进行的国际数学研究很大程度上反映了或者说引导了世界数学教育国际比较的发展方向。

TIMSS是IEA发起和组织的国际教育评价研究和评测活动。成立于1959年的IEA曾经在20世纪60年代初组织了有十多个国家参加的第一次国际数学评测和第一次国际科学评测。20世纪70年代末、80年代初,IEA又组织了第二次国际数学评测和第二次国际科学评测。1994年,IEA在美国国家教育统计中

心 NCES (National Center for Education Statistics) 和国家科学基金会 NSF (National Science Foundation) 的财政支持下, 发起并组织了第三次国际数学和科学评测(The Third International Mathematics and Science Study), 这次活动被简称为 TIMSS。1999 年, 这项活动继续进行, 并被称为 TIMSS-R 或 TIMSS-REPEAT。2003 年, 为了更好地延续这项有意义的研究活动, TIMSS 成为国际数学和科学评测趋势(The Trends in International Mathematics and Science Study)的缩写, 从而使 1995 年、1999 年、2003 年的三次测试有了统一名称。这三次测试是当代青少年数学教育和科学教育的重要的国际比较研究, 对我国的数学教育和科学教育有一定的启发和借鉴意义。

由经济合作与发展组织 (Organization for Economic Co-operation and Development, OECD) 策划实施, 旨在考查义务教育阶段学生学习能力的国际学生评估项目 (Programme for International Student Assessment, PISA), 把参测的上海市推向了世界基础教育的前台。PISA 测评每三年举办一次, 主要考查学生对于数学、科学和阅读能力的掌握。2009 年上海市组织学生参加 PISA 测验, 夺得数学、阅读、科学三项第一, 2012 年上海市学生再次夺冠。PISA 官方网站称: PISA 的独特之处在于它并不直接测试学生在学校中学到的知识, 而是用开放性的问题评估学生应用知识解决问题的能力以及他们是否为进入社会做好了准备。

1.2 研究内容

本书分为上、中、下三篇。上篇内容包括第 2 章、第 3 章、第 4 章、第 5 章、第 6 章、第 7 章、第 8 章, 主要围绕中美澳三国数学教材中核心课程内容的比较展开研究; 中篇内容包括第 9 章、第 10 章、第 11 章, 以数学问题提出为切入点, 主要围绕中美日三国教材中数学问题提出的比较展开研究; 下篇内容包括第 12 章、第 13 章、第 14 章、第 15 章、第 16 章、第 17 章, 主要围绕中美数学课程标准的内容、特色等方面的比较进行研究。

1.2.1 数学教材内容的比较

几次重大的数学教育国际比较研究(如 TIMSS、PISA 等)都表明, 数学课程、教材对学生的学习和成就有重大影响, 课程的设计与教材的编写是影响学

生“学习机会”的重要因素。例如，美国著名的数学课程专家施密特(Schmidt WH)指出：高水平的成就不仅与社会阶层和个体能力有关，而且与课程学习机会会有很大的联系。可见，数学课程已成为数学教育国际比较的一个主要内容。

一般地，数学教材有许多方面的特征。在大多数国家的学生眼里，数学是学校课程中最难学的科目之一，不同国家的数学课程在难度上也有很大差异。这种差异表现在许多方面，如数学问题的深度、复杂度，对数学以外知识的需求，解题的技巧性，数学推理的起点，数学问题的综合程度等。教材作为师生共同开展教学活动的有效载体，在教师的教和学生的学中有举足轻重的作用。它承载着一个国家的课程理念、教育理念，也是教学大纲的具体体现，从某种程度上影响着学生的学业成绩和今后的学习状态。而随着教育全球化的日益加强，用国际视野审视国内外的教材，分析比较它们的异同点就显得十分必要。通过相互间的比较研究，借鉴国外教材成功的经验，汲取失败的教训，从而为我国教材的编写提供参考依据。课程难度是课程的一个重要属性，也是当代教育实践与理论领域都亟须解决的一个前沿问题。课程横向上对学生差异的包容性不足及纵梯度的分布不够合理，这是课程难度存在的两个突出问题。难度的“过高”或“过低”都会限制具体课程的实施，从而影响课程目标的有效完成。课程难度“过高”，即教材内容超越了本阶段学生的认知水平，与学生的认识规律不符，从而造成学生的学习超负荷运载及“揠苗助长”的危害。而课程难度“过低”则不能最大限度地激发学生的智力发展，造成学生“吃不饱”的饥荒局面，从而导致学生发展迟滞。世界各国高中数学教材的核心内容主要包括：代数、几何、概率统计、微积分等，因此对上述内容进行数学教材比较研究是非常必要的。

1.2.2 数学问题提出的比较

科学创造始于问题的提出，没有问题就没有创新。著名数学家希尔伯特指出：只要一门科学分支能提出大量问题，它就充满着生命力，而问题的缺乏则预示着独立发展的衰亡或中止。可见“问题提出”的重要性。20世纪80年代，美国兴起以“问题解决”为核心的教育改革，“问题提出”被视作“问题解决”的一种重要手段。随后“问题提出”本身也引起数学家和数学教育家的关注。20世纪80年代末开始至今，“问题提出”成为世界各国的许多数学家和数学家关注的焦点。它不仅表现在能促进问题的更好解决，也是发展学生创造性能力的重

要途径^{①②}，更是学生终身学习和毕生发展的基础^③。基于“问题提出”对学生发展的重要性，美国数学教师理事会(NCTM)对于“问题提出”给予了充分的重视，在美国《学校数学课程与评价标准》(1989)、《数学教学的职业标准》(1991)与《学校数学教育的原则和标准》(2000)等文件中对教师明确提出了增加“问题提出”活动的教学要求。比如美国数学教师理事会(NCTM)在1991年推出的《数学教学的职业标准》中就已经指出：“应该给学生从给定的情境中提出问题或者通过改变已有问题的条件的方式创造新的问题的机会。”^④2010年推出的《州际核心数学课程标准》(CCSSM)中，更把“提出可行性论点并评价其他推断”作为八大实践目标之一。可以看出，在当今美国的数学教育改革中，“问题提出”被放在了十分重要的地位，“问题提出”成为教育改革的标志。数学教材作为教学的重要资料，教材中“问题提出”的编写对数学问题提出的教学起到引领作用。因此，通过比较各国教材中“问题提出”的编写，发现我国教材编写的优势与不足，进而改进我国教材对“问题提出”的编写意义重大。通过对我国不同时期不同版本数学教材、中美教材以及中日教材中“问题提出”的比较，可以了解中外教材中关于“问题提出”的编写理念及其隐含的理论依据，为我国教材的研究提供理论价值。

1.2.3 数学课程标准的比较

数学课程标准是国家对数学基础教育课程的基本规范和质量要求。数学课程标准是教材编写、教学、评估和考试命题的依据，是国家管理和评价数学课程的基础。数学课程标准反映了社会需要、数学特点和学生的认知规律，是教

① Brown S I, Walter M I. The art of problem posing(2nd Ed.)[M]. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1990.

② Polya G. Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving(2 Volumes combined, 1981 Ed.)[M]. New York: John Wiley and Sons, 1981.

③ Cai J, Moyer J C, Wang N, et al. Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning[J]. Educational Studies in Mathematics, 2013, 83(1): 57-69.

④ National Council of Teachers of Mathematics. Professional standards for teaching mathematics[S]. Reston, VA: NCTM, 1991.