

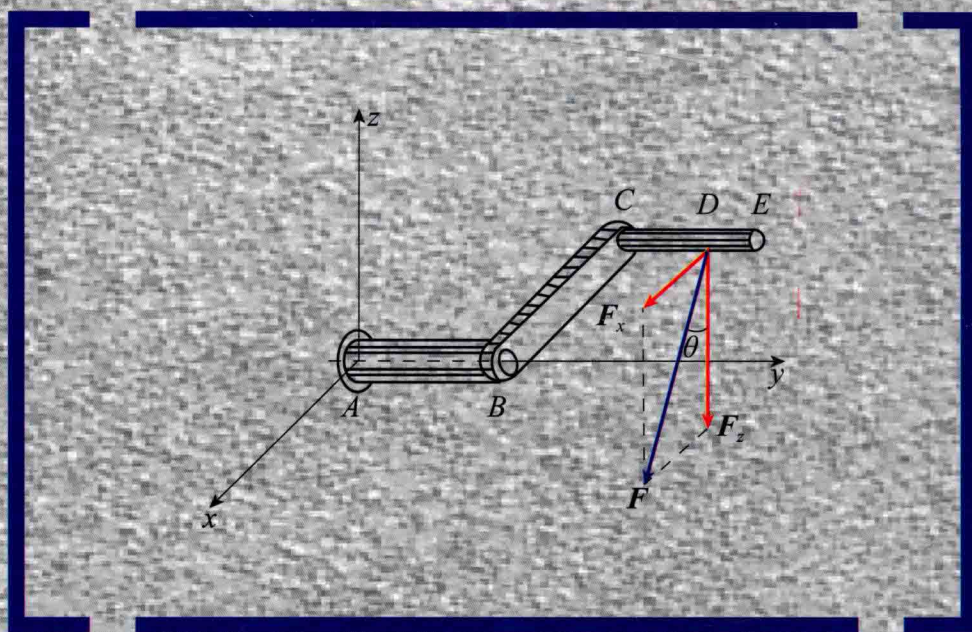
普通高等学校规划教材

Theoretical Mechanics

理论力学

(上册)

李银山◎编著



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

普通高等学校规划教材

理论力学

(上册)

李银山 编著



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

内 容 提 要

本教材是根据教育部高等院校工科本科“理论力学”课程教学基本(多学时)要求编写的。是作者继《Maple 理论力学》出版后,将理论力学和计算机技术结合起来的又一部新型教材,首次讲解了李银山提出的一种解决强非线性振动问题的快速解析法,即谐波—能量平衡法。

本书由上、下册两部分组成,共计 28 章。基本上涵盖了经典理论力学所涉及的所有问题——静力学、运动学、动力学、分析力学、专题和高级应用。内容完整、结构紧凑、叙述严谨、逻辑性强。配有手算和电算(Maple 软件)两类例题,带有思考性的思考题和 A、B、C 三类习题。

上册内容主要包括:平面力系的简化、平面力系的平衡、空间力系的简化、空间力系的平衡、桁架、重心、摩擦和悬索;点的运动、刚体的运动、点的复合运动、刚体的复合运动和分析运动学;质点动力学、质点系动力学、动量定理、动量矩定理和动能定理等,共计 15 章。

本书适用于理工科本科生理论力学教学使用,以及研究生和工程技术人员对理论力学专题的学习研究。

为便于教师讲授本教材,本书配备了多媒体电子教案,可加力学课程教学研讨 QQ 群 242976740 索取。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学. 上册 / 李银山编著. —北京:人民交通出版社股份有限公司, 2016. 12
ISBN 978-7-114-13627-6

I. ①理… II. ①李… III. ①理论力学—高等学校—教材 IV. ①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 319839 号

普通高等学校规划教材

书 名:理论力学(上册)

著 作 者:李银山

责任编辑:牛家鸣 李 娜

出版发行:人民交通出版社股份有限公司

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街 3 号

网 址:<http://www.ccpres.com.cn>

销售电话:(010)59757973

总 经 销:人民交通出版社股份有限公司发行部

经 销:各地新华书店

印 刷:北京盈盛恒通印刷有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:28

字 数:667 千

版 次:2016 年 12 月 第 1 版

印 次:2016 年 12 月 第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-13627-6

定 价:52.00 元

(有印刷、装订质量问题的图书,由本公司负责调换)

序

由李银山教授所编写的《理论力学》是将理论力学和计算机技术结合起来的新型教材。本书分两册,共计二十八章,包括了理论力学教学大纲的全部内容。由于理论力学中的许多问题计算都比较烦琐,本书引入了计算能力强且容易操作的计算机数学软件 Maple,从而将繁杂的计算交由计算机去完成,不仅限于分析特定瞬时或特定位置的运动,而且能够对运动过程进行分析,这对培养学生理解力学概念是十分重要的。通过本书的学习,有利于系统地培养学生建模编程和计算分析、解决工程实际问题的能力。

在理论力学的教学和工程实际中,振动问题的解析求解是非常重要的。线性振动问题的解析求解基本清楚,摄动法只能得到弱非线性振动问题的解析解,但对于本质非线性振动(即强非线性振动)问题,尚没有有效的求解方法,本书介绍了由李银山提出的求解强非线性振动问题解析解的谐波—能量平衡法。通过理论力学教学,让学生及早了解国际前沿:非线性振动、分岔和混沌,对于培养学生科学研究和解决工程实际问题的能力是非常重要的。

李银山教授在这本书的撰写过程中,查阅了大量的有关资料,编写了许多富有特色的例题和分类习题,其理论体系系统完整,循序渐进,学生易于掌握。本书的初稿曾在太原理工大学和河北工业大学有关专业使用,效果良好。

本书的出版,为理论力学教学的改进提供了一条可选择的途径。我们衷心地期望本书的出版能在理论力学教学改革和培养高水平、创新性工程技术人才方面发挥一定的作用。

中国工程院院士

陈予恕

2016年5月

前 言

本教材是根据教育部高等院校工科本科“理论力学”课程教学基本要求(多学时)、教育部工科“力学”课程教学指导委员会面向21世纪工科“力学”课程教学改革要求编写的。本书是将理论力学和计算机技术结合起来的新型教材,由《理论力学》(上册)和《理论力学》(下册)两部分组成。

随着科学技术日新月异的发展,作为基础学科的理论力学,其体系和内容也必须相应地进行调整。从这个愿望出发,在编写本教材时力图在已有《理论力学》的基础上,从以下几个方面做进一步的改进:

(1) 注意使用矢量、张量、矩阵等数学工具,以适应计算机与理论力学相结合、采用软件编程的快速求解要求。

(2) 继承和创新相结合,增加了运动全过程分析内容,注意通过图像、计算等数学运算,使学生掌握物理概念,通过理论分析和例题示范,训练学生思考方法、力学简化建模能力、数学建模能力、符号解析计算能力、数值计算能力、计算机绘图和计算机仿真能力。

本教材讲解传统手算算法和现代计算机算法并重,学习传统手算算法便于理解理论力学基本原理,采用现代计算机算法可以快速、准确解决工程问题,提高效率。

(3) 吸收了《力学与实践》“教学研究”栏目的最新成果,吸收了第1~8届全国高等学校力学课程报告论坛的最新成果,使全书内容完整、结构紧凑、叙述严谨、逻辑性强。

(4) 以微积分、线性代数和概率论为基础,由简单到复杂,先平面后空间,重点介绍最具理论力学课程特点的基础内容。

(5) 以矢量力学和分析力学为两条主线贯穿整个课程,讲授静力学、运动学和动力学。

(6) 力学原理可以分为不变分的和变分的,本教材先讲不变分的原理,后讲变分的原理,讲不变分的原理和变分的原理并重,增大了变分原理的内容,以满足快速科技发展的工程需求。

(7) 从多种不同角度讲解基本概念、基本公式和基本方法,既有严格证明,又有形象直观的几何解释和物理解释。

(8) 初始条件与理论力学的数学模型——常微分方程组是同等重要的。近代研究表明,混沌的出现依赖于:初始条件变化的敏感性和参数变化的敏感性。李银山把常微分方程组和初始条件同时考虑,采用谐波平衡与能量平衡相结合,提出了谐波—能量平衡法。

本教材介绍了由李银山提出的求解强非线性振动问题解析解的谐波—能量平衡法。通过理论力学教学,让学生及早了解国际前沿:非线性振动、分岔和混沌,对于培养学生科学研究和解决工程实际问题是非常重要的。

(9) 随着现代科技的发展,各种设备系统的结构日趋复杂,诸如卫星、火箭、飞机、导航系统、航空母舰、机器人、高层建筑、大跨径桥梁、高速列车等各类系统的可靠性被提上了科学研究的日程。提高系统的工作可靠性,可从两方面着手:一是提高每一组成元件的可靠性。二是研究系统的最佳设计、使用与维修方案等。为满足工程需要,本教材在理论力学中增加

了“理论力学中的概率问题”一章。

(10)子曰:“学而不思则罔,思而不学则殆。”关于思考题:一些理论力学教科书所给出的思考题,似乎可以分为两大类。一类主要是复习性的,例如,“理论力学的任务是什么?”“理论力学的研究对象是什么?”等等。另一类则不单纯是复习,而且带有一定的思考性。收入本书的思考题,基本上属于后一类。有的思考题虽然归入某一章,但由于理论力学的知识具有连贯性,可能需要全面思考。

(11)子曰:“学而时习之,不亦说乎?”本书希望构建教、学、习、用四维一体的现代化、立体化教材。本书例题分为常规的手算例题和计算机电算例题供教师“教”和学生“学”选用;收入本书的习题,分为三类:A类习题比较简单、容易,供同学们写课后作业,期中或期末考试练习选用;B类习题有一定难度,供考研和参加力学竞赛的同学练习选用;C类习题与工程实际结合比较紧密,供同学们写大作业和工程技术人员学习时参考应用。

作为面向21世纪的新教材,本书尝试为理论力学建立这样一种具有现代计算方法的强大功能,但又不失去传统解析方法之精确性的新体系。

在编写本书过程中,华东理工大学李彤制作了本书的多媒体课件;河北工业大学马玉英解答了部分思考题,教日汗解答了部分习题,李银山编写了全部章节,并统稿。

我的研究生罗利军、董青田、曹俊灵、潘文波、吴艳艳、官云龙、韦炳威、霍树浩及许多其他博士生、硕士生及本科生提出了宝贵的修改建议,给予了很多帮助,在此一并致谢。

感谢清华大学徐秉业教授和高云峰教授、中国科学院自然科学史研究所戴念祖研究员、军械工程学院付光浦教授、太原理工大学蔡中民教授、太原科技大学梁应彪教授和我的同学郭晓辉博士对本书编写给予的关心、支持和鼓励!

沉痛悼念我的博士生导师太原理工大学杨桂通教授,感谢他多年来对本书的关心和指导。

感谢我的硕士生导师太原科技大学徐克晋教授和本科生导师军械工程学院张识教授多年来的指导、帮助和支持。

我深深地感谢我的夫人杨秀兰女士,她帮助我录入了全部书稿。

陈予恕院士热情为本书作序,并担任主审,河北工业大学李欣业教授、焦永树教授对书稿做了极为认真细致的审阅,提出了许多宝贵的改进意见,一并致以衷心的感谢!

限于作者水平,错误与不妥之处望读者不吝指正。

李银山

2015年12月于天津

主要符号表

a	加速度	g	重力加速度
a_n	法向加速度	G	万有引力常数
a_τ	切向加速度	h	高度
a_a	绝对加速度	H	哈密顿函数
a_r	相对加速度	$\underline{H}$	拉梅系数矩阵
a_e	牵连加速度	H_1, H_2, H_3	拉梅系数
a_c	科氏加速度	I	冲量
A	自由振动振幅, 面积	$I^{(e)}$	外力的冲量
$\underline{A}$	方向余弦矩阵	$\underline{I}$	单位矩阵
c	光速, 阻尼系数	$\bar{I}_j$	广义冲量
C	质心, 重心, 阻力因数	I_1	静力学或运动学第一不变量
d	微分符号	I_2	静力学或运动学第二不变量
$\bar{d}$	动系中微分符号	$\underline{i}$	正交矢量基, 正交矢量列阵
e	碰撞恢复因数, 偏心距	i_1, i_2, i_3	正交矢量基的三个基矢量
$\underline{e}$	矢量基(简称基), 矢量列阵	$\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$	直角坐标三个基矢量
$\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$	矢量基的三个基矢量	J_C	刚体对质心轴 Cz 的转动惯量
E	总机械能	J_O	刚体对定轴 Oz 的转动惯量
$\underline{E}$	单位并矢	J_p	刚体对瞬轴 p 的转动惯量
E_X	数学期望	J_{xy}	刚体对 x, y 轴的惯性积
f	自由度数; 频率	J_z	刚体对 z 轴的转动惯量
f_d	动摩擦因数	J	惯量张量, 或瞬时角矢量
f_s	静摩擦因数	$\underline{J}$	惯量矩阵
F	力	J_O	刚体对定点 O 的惯量张量
F_R	合力	J_C	刚体对质心 C 的惯量张量
F_f	摩擦力	$\underline{J_O}$	刚体对定点 O 的惯量矩阵
F_N	约束力, 理想约束力, 法向约束力, 轴力	$\underline{J_C}$	刚体对质心 C 的惯量矩阵
F_N	非理想约束力	J_1, J_2, J_3	主转动惯量
F_p	主动力	k	弹簧刚度系数
F_T	绳索的张力	l	长度
F_Φ	反推力	L	拉格朗日函数
F_I	达朗贝尔惯性力	L_z	质点系对 z 轴的动量矩
F_c^I	科氏惯性力	L_O	质点系对定点 O 的动量矩
F_e^I	牵连惯性力	l	坐标总数
$\underline{F}$	力坐标列阵	L_C	质点系对质心 C 的动量矩

L_A	质点系对动点 A 的动量矩	$\bar{S}$	拉格朗日作用量
m	质量, 广义坐标数	t	时间
m_μ	刚体的质量	T	动能, 周期
$\bar{m}$	多余坐标数	v	速度
M_z	力对 z 轴的矩	v_a	绝对速度
max	极大	v_r	相对速度
min	极小	v_e	牵连速度
M	力偶矩, 主矩	$v_{B/A}$	刚体上动点 B 绕基点 A 作圆周运动的 速度
M_R	合力偶	V	势能, 体积
M_e	外力偶	W	力的功
M_O	力 F 对点 O 的矩	$d'W$	力的元功
M_O^I	惯性力的主矩	x, y, z	直角坐标
M_g	陀螺力矩	z	频率比
$\underline{M}$	质量矩阵	α	角加速度
n	质点数	β	振幅放大因子
N	刚体数	δ	滚阻摩擦系数
O	定参考坐标系的原点	δ	等时变分
p	广义动量	$\bar{\delta}$	全变分
p	动量, 转动瞬轴基矢量	δW	虚功
P	重量, 功率, 速度瞬心	$\delta \bar{W}$	冲量虚功
q	广义坐标	Δ	增量; 等时变更
q	载荷集度	ΔJ	角位移
Q	广义力	φ_f	摩擦角
Q^*	非有势力的广义力	η	减缩因数
$\tilde{Q}$	正则变量表示的广义力	κ	曲率
r	半径, 双向完整系统约束数	λ	本征值
$r+s$	双向约束数	μ	流体黏度, 地球引力常数
r, θ, φ	球坐标	ϑ	转角
r	矢径	ρ	密度, 曲率半径
R	总约束数	ρ, φ	极坐标
R	主矢	ρ, φ, z	柱坐标
$R^{(e)}$	外力的主矢	ρ_z	对 z 轴的回转半径
R_I	达朗贝尔惯性力的主矢	ρ	相对矢径
R_e^I	牵连惯性力的主矢	σ_x	均方差
R_e^I	科里奥利惯性力的主矢	τ, n, b	自然坐标系三个基矢量
r_A	动点 A 的矢径	τ	碰撞作用时间
r_C	质心 C 的矢径	Γ	曲线积分路径
s	弧坐标, 双向不可积微分约束数	Γ_O	力对定点 O 的冲量矩
S	哈密顿作用量	$\Gamma_O^{(e)}$	外力对定点 O 的冲量矩

ω 角频率

ω_0 固有角频率

ω_d 阻尼自由振动角频率

ω 角速度

ω_a 绝对角速度

ω_r 相对角速度

ω_e 牵连角速度

Ω 受迫激励角频率

ξ, η, ζ 静坐标系的三个坐标

ψ, θ, φ 欧拉角

ζ 阻尼比

Z_w 高斯拘束

目 录

主要符号表	I
第1章 绪论	1
1.1 理论力学教学内容的改革与发展	1
1.2 面向能力培养的理论力学	1
1.3 力学简史	3
1.4 谐波—能量平衡法	3
1.5 坐标系与欧几里得空间	4
1.6 矢量	6
1.7 二级张量	11
1.8 Maple 编程示例	12
思考题	12
习题	13

第1篇 静 力 学

第2章 物体的受力分析	17
2.1 力、力矩和力偶	17
2.2 约束和物体受力分析	24
2.3 Maple 编程示例	35
思考题	37
习题	39
第3章 平面力系	42
3.1 平面力系的简化	42
3.2 平面力系的平衡	49
3.3 物体系的平衡	56
3.4 Maple 编程示例	61
思考题	62
习题	70
第4章 空间力系	76
4.1 空间力系的简化	76
4.2 空间力系的平衡	88
4.3 Maple 编程示例	92
思考题	94
习题	98

第5章 静力学应用问题	102
5.1 桁架	102
5.2 重心	105
5.3 摩擦	109
5.4 悬索	116
5.5 Maple 编程示例	120
思考题	122
习题	127

第2篇 运 动 学

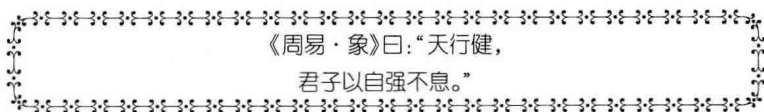
第6章 点的运动	136
6.1 矢量描述法	136
6.2 直角坐标描述法	137
6.3 自然坐标描述法	140
6.4 极坐标和柱坐标描述法	144
6.5 曲线坐标、球坐标描述法	146
6.6 Maple 编程示例	149
思考题	151
习题	152
第7章 刚体的基本运动	155
7.1 刚体运动的分析	155
7.2 刚体的平行移动	156
7.3 刚体的定轴转动	158
7.4 Maple 编程示例	162
思考题	163
习题	165
第8章 点的复合运动	168
8.1 复合运动的基本概念	168
8.2 速度合成定理	172
8.3 加速度合成定理	176
8.4 Maple 编程示例	182
思考题	183
习题	185
第9章 刚体的平面运动	190
9.1 刚体平面运动的分解	190
9.2 刚性截面内点的速度	194
9.3 刚性截面内点的加速度	201
9.4 点在平面运动参考系中运动的合成	204
9.5 例题编程	208

思考题	211
习题	213
第 10 章 刚体的定点运动和一般运动	217
10.1 刚体的定点运动	217
10.2 欧拉角	225
10.3 点在定点运动参考系中运动的合成	227
10.4 刚体的一般运动	229
10.5 点在一般运动参考系中运动的合成	233
10.6 Maple 编程示例	234
思考题	235
习题	235
第 11 章 分析运动学和刚体运动的合成	238
11.1 分析运动学	238
11.2 刚体运动的合成	242
11.3 例题编程	252
思考题	254
习题	254

第 3 篇 动 力 学

第 12 章 质点动力学的基本方程	260
12.1 牛顿定律	260
12.2 质点运动微分方程	262
12.3 质点的相对运动微分方程	267
12.4 质点系动力学研究方法	269
12.5 Maple 编程示例	270
思考题	273
习题	274
第 13 章 动量定理	277
13.1 动量定理	277
13.2 质心运动定理	282
13.3 动量守恒定律	285
13.4 刚体平行移动动力学	286
13.5 在非惯性参考系中的动量定理	288
13.6 质点系对动轴的动量定理	289
13.7 例题编程	289
思考题	291
习题	292
第 14 章 动量矩定理	296
14.1 刚体的转动惯量和惯性积	296

14.2	矩心为定点的动量矩定理	299
14.3	刚体定轴转动动力学	304
14.4	矩心为质心的动量矩定理	305
14.5	动量矩守恒定律	308
14.6	刚体平面运动动力学	311
14.7	在非惯性参考系中的动量矩定理	313
14.8	例题编程	315
	思考题	318
	习题	320
第 15 章	动能定理	326
15.1	质点的动能定理	326
15.2	质点系的动能定理	331
15.3	机械能守恒定律	338
15.4	动力学普遍定理的综合应用	343
15.5	在非惯性参考系中的动能定理	347
15.6	Maple 编程示例	348
	思考题	349
	习题	351
附录 A	简单匀质几何体的重心位置和转动惯量	357
附录 B	部分思考题和习题参考答案	359
	参考文献	431



第 1 章 绪 论

1.1 理论力学教学内容的改革与发展

理论力学是工科专业本科生必修的专业基础课程,是各门有关后续课程的理论基础,也是一门体系完整的独立学科。随着科学技术日新月异的发展,作为基础学科的理论力学,其体系和内容也必须相应地进行调整。从这个愿望出发,本教材在编写时力图在以下几个方面做一些改进:

(1) 注意使用矢量、张量、矩阵等数学工具适应计算机的使用要求。

(2) 针对工程中求解动力学问题的实际要求,重视对运动过程的分析,而不仅限于分析特定瞬时或特定位置的运动。因此,适当加强建立和处理运动微分方程的训练。

(3) 由于分析力学方法在近代计算力学中日益显示出重要性,因此,增加分析力学方法在本教材中的比重,以训练学生综合运用矢量力学和分析力学两种方法解决问题的能力。

(4) 过去由于手工无法求解,只限于动力学问题的线性分析;本教材注意了直接对非线性动力学微分方程分析求解。

随着 21 世纪的到来,人类步入信息时代,计算机技术无论从硬件还是软件上都在日新月异地发展,信息化、数字化、网络化渗透在很多学科当中,也为很多学科提供了新的发展机遇。个人计算机的空前普及、计算机语言的更新换代、计算技术的不断发展,使面向计算机的理论力学不再满足于特定瞬时和线性化的分析,而是开始尝试系统地建立面向计算机的多刚体的问题,为它们建立起计算机分析求解的精确模型,对它们做精确的符号运算和数值分析计算,而不受求解问题规模的限制。

混沌理论是自相对论和量子力学问世以来,对人类整个知识体系的又一次巨大冲击,作为非周期的有序性,混沌无处不在;既存在于广袤无垠的宇宙,又存在于结构精细的人脑。因此,混沌动力学的发展必将引起人们自然观的彻底改变。面对这一重大的科学变革,我们每一个力学工作者都应该认真考虑,如何将混沌动力学这一现代数学的主题引入力学课程的教学,以使新一代的科学工作者适应这一变革,是一件极为重要而有意义的事情。本书作为尝试,在提高部分引入了分岔、混沌和非线性振动的内容。

作为面向 21 世纪的新教材,本书想尝试为理论力学建立这样一种具有现代计算方法的强大功能,但又不失去传统解析方法之精确性的新体系。

1.2 面向能力培养的理论力学

约翰·冯·纽曼(John von Neumann)指出:“科学不只是为了解释一些现象,更不只是

为了说明一些事情。科学的主要任务是建立数学模型。它是数学的结构,加上了确定的语言说明,用以描述观察到的现象。这样的数学模型将是唯一精确的。这才是科学的任务。”

讲授理论力学要始终以数学建模思想为核心。什么是数学建模呢?如果一定要下一个定义的话,可以说它是一种科学的思考方法,是对现实的现象通过心智活动构造出能抓住其重要且有用的特征的表示,常常是形象化的或符号的表示。从科学、工程、经济、管理等角度看,数学建模就是用力学的模型和数学的语言和方法,通过抽象、简化,建立能近似刻画并“解决”实际问题的一种强有力的数学、力学工具。

尽管数、力、理、化、天、地、生各门学科研究的内容不同,但一言以蔽之,其研究方法都是数学建模。其步骤为“象、数、理”三个要点。

“象”即自然现象之象也。自然现象是复杂的,实际问题是千姿百态的。在对事物观察和实验的基础上,经过抽象简化建立力学模型。理论力学的力学模型是质点、刚体、质点系和刚体系。形成概念,在基本规律的基础上,经过逻辑推理和数学演绎,建立数学模型。理论力学的数学模型是常微分方程组。象就是把实际问题简化为力学模型(质点系和刚体系),再建立为数学模型(常微分方程组)的过程。

“数”是力学的数理表达,是对“象”的定量研究。在现代主要是利用电子计算机对数学模型(常微分方程组)求解的过程。当然也离不开各种数学新方法和专业知识。现代自然科学和技术的发展,正在改变着传统的学科划分和科学研究的方法。“数、力、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科,与日新月异的高新技术相结合,使用数值、解析和图形并举的计算机方法,推出了横跨多种学科门类的新兴领域。计算科学特别是图形技术的长足进步,使得人们得以理解和模拟出许多过去无从下手研究的复杂现象。从随机与结构共存的湍流现象,到自然界中图样花纹的选择与生长,以及生物形态的发生过程,都开始展现其内在规律。

“理”指力学的原理、道理。“理”狭义地讲,指牛顿定律、变分原理等基本定律;广义地讲,“理”包括数学定理、物理原理、自然规律,甚至包括某一实际问题的规律总结。对求得的解进行分析判断,总结规律,稳定性分析,这是运用数学模型描述事物特征或运动规律的重要环节。“理”就是对数学模型(常微分方程)的求解结果进行分析判断、总结规律的过程。

辩证唯物主义认为世界是物质的,物质是在时间和空间中有规律地运动的。恩格斯根据客观物质和运动形式把现代科学分成:机械运动——力学、天文学(天体力学);物理运动——物理学(分子的力学);化学运动——化学(原子的力学);生物运动——生物学(生物力学);社会运动——社会学(生产力学)。研究自然现象的数量关系及运动规律的数学方法,必须以最简单的运动为基础,取某一系统为研究对象,建立它的非线性动力学模型。广义的动力学研究的是系统如何随时间变化。所谓系统,就是指由一些相互联系或相互作用的客体组成的集合。这些客体,既可以是自然科学中的一些物质,如气体、液体、固体、化合物、生物的各部分或其整体,也可以是各种社会事物组织,如各种群体或财政经济结构以至生产力和知识等抽象的事物。系统的性质或特征是由一些所谓状态变量所表征,如粒子的坐标和动量,化合物的浓度和人口密度,等等。动力学就是要研究这些状态变量随时间变化的规律。这种规律既可表达为关于状态变量的微分方程,也可用关于状态变量的离散方程表示,这些方程既可以是线性的,也可以是非线性的,但实际上多数都是非线性的,线性方程大多只是非线性方程的近似。

理论力学是力学系列课程中的重要组成部分,是最基础的力学课程。力学中的最基本

和最基础性的概念和理论大都在基础力学部分建立起来了。学习理论力学时,主要是学习如何将基础力学中的概念、理论和知识充分调动起来,灵活、合理、巧妙、综合地应用于刚体组成的复杂结构和机构的分析中去。

作为面向 21 世纪的课程内容体系,不仅要各从各门单一课程的内容上考虑如何改革和更新,更应该通观理论力学的整个内容体系和知识结构,研究如何更加有效地培养理论力学中所最需要的能力。以能力培养为主导,将能力培养贯穿始终和各个环节,相应地在课程的内容设置和模块划分上也应尽可能地建立配套体系。

为了建立面向能力培养的内容体系,必须认真研究理论力学中各种能力的体现与要求,找出最根本、最重要,也是最需要重点训练的能力,即要抓大放小,不能面面俱到。从整体上讲,理论力学中有三方面的能力要重点训练培养,分别为:“象”——经典方法分析能力、“数”——计算机分析能力和“理”——定性分析能力。

1.3 力学简史

力学是研究物体在力作用之下静止或运动的学问,人类开始有力学知识的时期甚早,埃及和亚述古代的纪念碑上常刻着各种机械的图书。我国的鲁班(公元前 507 年—公元前 444 年),是一位出色的发明家,发明了如曲尺、墨斗、刨子、钻子、锯子等许多木工工具,土木工匠们都尊称他为祖师。我国的墨翟(公元前 468—公元前 382)在他的《墨经》中表现出,他对于力的概念和杠杆的原理已有初步认识。希腊的阿基米德(公元前 287—公元前 212)在他的《论比重》一书中,曾讲到杠杆和重心的原理。斜面的力学性质的研究则始于斯蒂文(1548—1620)。至于用实验及演绎的方法来研究动力学则以伽利略(1564—1642)为创始人,他所发现的惯性定律及落体定律开创了力学的新纪元。此后有惠更斯(1629—1695)对于振动中心同离心力的理论,单摆钟的发明及重力常数的测定。但力学的基础直到牛顿(1642—1727)发表了运动三定律之后方建树完成。欧拉(1707—1783)的刚体动力学的欧拉方程,使理论力学从质点推广到了刚体。牛顿与欧拉等共同奠定了矢量力学的基础。

牛顿万有引力定律的发现使行星的绕日运行问题得到圆满的解决。自牛顿之后迄今两百余年内次第发表有达朗贝尔(1717—1783)原理、拉格朗日(1736—1813)的分析力学、拉普拉斯(1749—1827)的天体力学、哈密顿(1805—1865)与雅可比(1804—1851)的理论及高斯(1777—1855)的最小约束原理,使力学成为一部完善的科学。拉格朗日和哈密顿等共同奠定了分析力学的基础。矢量力学和分析力学构成了理论力学的完整体系。

拉格朗日力学和哈密顿力学并不适合非完整约束系统。1894 年德国物理学家赫兹(1857—1894)首次将约束和系统分成完整的和非完整的两类,经典力学进入非完整力学的新时期。1927 年美国数学家伯克霍夫(1884—1944)发表名著《动力系统》,书中给出一个更为一般的积分变分原理和一类新型的动力学方程。1978 年美国物理学家散提黎(Santili R. M.)将伯克霍夫的结果加以推广并称为伯克霍夫力学。经典力学从牛顿力学到伯克霍夫力学,就是理论力学作为一个学科的发展史。

1.4 谐波—能量平衡法

1.4.1 工程设计对强非线性振动周期解析解的需求

随着科学技术的飞速发展,高强度材料、新型结构形式的不断出现,机械系统越来越复

杂,精密实验室的隔震、防震要求,高层建筑、大跨度的空间结构和桥梁的防震设计,大型索膜结构的抗风设计,大型旋转机械,新型潜艇,航空母舰,人造卫星和机器人的振动设计都涉及强非线性振动,迫切需要数值分析以外的能提供全面规律性结果的渐进解析分析法。

1.4.2 目前的研究现状

角频率是描述周期振动的最主要因素,采用通常的摄动法解决了一系列的弱非线性振动问题,但不能求解强非线性振动问题。近三十多年来,强非线性振动研究所取得的一系列成果,其突破点一般最终都可导出振动频率的瞬变性。比如时间变换法、椭圆函数法、频闪法、推广 L-P 法、等效线性化方法、改进的多尺度法、FFT 快速 Galerkin 法、增量谐波平衡法和摄动增量法等。

李骊等研究了能量法求解强非线性的振动问题。

陈树辉等研究了改进的 L-P 法求解强非线性的振动问题。

张琪昌等将待定固有频率法与规范性方法相结合研究强非线性振动问题的求解。

1.4.3 计算机与力学相结合如虎添翼

李银山于 2005 年提出了求解强非线性振动问题的谐波—能量平衡法,谐波—能量平衡法的基本思想是把非线性微分方程组的解,用等效的线性微分方程组的解来解析逼近。首先采用谐波平衡,得到以振幅、角频率为未知数的不完备非线性代数方程组(方程数小于未知数);然后利用能量守恒原理,增加关于初始条件、振幅、角频率之间协调的补充方程,从而构成了关于振幅、角频率为未知数的完备非线性代数方程组;对这个非线性代数方程组进行求解,就可以得到近似解析解。

李银山将 Arnold 舌头的结构做了推广,给出了强非线性强迫振动解的完整结构,提出了求解强非线性振动的谐波—能量平衡法,得到了强非线性强迫振动的 $\frac{1}{2}$ 亚谐波、 $\frac{1}{3}$ 亚谐波和 $\frac{1}{2} \oplus \frac{1}{4}$ 亚谐波, $\frac{2}{1}$ 超谐波和 $\frac{2}{1} \oplus \frac{3}{1}$ 超谐波。

1.5 坐标系与欧几里得空间

1.5.1 坐标系与标准坐标系

讲到物质运动,必须说是某物质的运动,单说“物质运动”是没有意义的。为阐述方便起见,我们可以选一坐标系,然后描写物质在该坐标系中的运动。

坐标系的选择,在普通一般的力学问题中全以算学上的计算是否简单为转移。例如火车在地面上运动,如果坐在车中抛一块石子,要求石子运动的轨迹,这时为计算方便起见,当然可采取火车为坐标系,然后描写石子在该坐标系中的运动,但严格说,坐标系的选择在力学中是一定的,不是随便的。伽利略和牛顿关于坐标系的挑选,是根据一极重要的假定:即在无穷数多个可以选择的坐标系中,有一个“绝对静止的坐标系”或简称为“标准坐标系”。什么是“绝对静止?”这问题可暂缓回答。但我们必须明了,为什么在力学中一定要取一标准坐标系。

伽利略和牛顿的标准坐标系,从力学的基本观点看来,必须绝对静止。这是因为力学的