



“十三五”国家重点出版物出版规划项目
现代机械工程系列精品教材

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
荣获2002年全国普通高等学校优秀教材二等奖



Mechanical Optimization Design

机械优化设计

第⑥版

哈尔滨工业大学 白清顺 孙靖民 梁迎春 主编



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

“十三五”国家重点出版物出版规划项目
现代机械工程系列精品
“十二五”普通高等教育
普通高等教育“十一五”



机械优化设计

第6版

主编 白清顺 孙靖民 梁迎春
参编 米成秋 柯尊忠 马履中 王卫荣
主审 孟庆鑫 邹经湘

机械工业出版社

本书为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材，“十三五”国家重点出版物出版规划项目，也曾获评普通高等教育“十一五”国家级规划教材，教育部“面向21世纪课程教材”，并荣获2002年全国普通高等学校优秀教材二等奖。

本书是根据全国高等学校机械设计及制造专业教学指导委员会制定的教学计划和教学大纲编写的。本书主要内容有：优化设计概述、优化设计的数学基础、一维搜索方法、无约束优化方法、线性规划、约束优化方法、多目标及离散变量优化方法、机械优化设计实例、常用优化方法程序考核题及计算机实习建议。本书可作为高等院校机械设计及制造专业本科生、研究生教材，也可供有关专业师生及工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

机械优化设计/白清顺, 孙靖民, 梁迎春主编. —6版. —北京: 机械工业出版社, 2017.6

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材 “十三五”国家重点出版物出版规划项目 现代机械工程系列精品教材

ISBN 978-7-111-56643-4

I. ①机… II. ①白… ②孙… ③梁… III. ①机械设计-最优设计-高等学校-教材 IV. ①TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 085777 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 余 皞 责任编辑: 余 皞 韩 冰 责任校对: 刘 岚

封面设计: 张 静 责任印制: 常天培

保定市中华美凯印刷有限公司印刷

2017 年 6 月第 6 版第 1 次印刷

184mm×260mm·19.5 印张·476 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-56643-4

定价: 44.80 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

服务咨询热线: 010-88379833

读者购书热线: 010-88379649

封面无防伪标均为盗版

网络服务

机工官网: www.cmpbook.com

机工官博: weibo.com/cmp1952

教育服务网: www.cmpedu.com

金书网: www.golden-book.com



白清顺

哈尔滨工业大学副教授、博士生导师，英国布鲁内尔(Brunel)大学访问学者。现任哈尔滨工业大学机电工程学院机械制造及自动化系副主任。主要从事复杂机械装置、微纳制造技术及精密装备设计方向的研究。具有机械优化设计、现代机械设计方法等研究生和本科生课程10余年的主讲教学经验，曾获得哈尔滨工业大学青年教师研究生课程教学竞赛一等奖和本科生教学基本功竞赛二等奖。主持和参与了国家自然科学基金项目、国防基础科研项目、中国博士后科学基金项目、教育部留学回国人员科研启动基金项目、国家重大科学工程项目、“863计划”项目等多项科研课题，曾获得省部级自然科学一等奖2项，出版教材2部，获得授权发明专利6项，发表学术论文100余篇。



孙靖民

哈尔滨工业大学教授。历任全国机械设计及制造专业教学指导委员会副主任、黑龙江省机械工程学会机械设计与传动专业委员会副主任。曾获航天部有突出贡献的专家称号，享受国务院政府特殊津贴待遇。在精密机械设计理论与加工、机床结构优化等领域的研究建树颇丰，是我国机床设计专业的奠基人之一，先后承担国家科技攻关课题、国家自然科学基金课题、航天部课题、国防科工委课题等。获航天部一等、二等、三等科技成果奖、机械部三等科技成果奖、黑龙江省二等科技成果奖等。主编（著）8种教材和专著、发表论文60余篇。培养硕士和博士研究生40余人。



梁迎春

哈尔滨工业大学教授，教育部“长江学者奖励计划”特聘教授、国家杰出青年基金获得者。历任哈尔滨工业大学机电工程学院机械设计及控制教研室副主任、精密工程研究所所长、微纳米研究中心主任、机电工程学院院长、国防科技工业超精密机械加工技术研究应用中心主任、哈尔滨工业大学校长助理。我国知名机械工程专家，在精密超精密加工技术、精密机械装备、现代设计理论及应用等领域取得了卓越的研究成果。先后承担了国家重大科技专项项目、国家自然科学基金项目、国家“863计划”重点项目及省部级重点项目30余项，曾获国家技术发明一等奖1项、部级特等奖1项、省部级科技一等奖4项、二等奖4项，出版专著3部，发表论文200余篇。

前 言

本书为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材，“十三五”国家重点出版物出版规划项目，也曾获评普通高等教育“十一五”国家级规划教材，教育部“面向 21 世纪课程教材”，并荣获 2002 年全国普通高等学校优秀教材二等奖。

机械优化设计是机械类专业的一门重要课程，其目的是使学生树立优化设计的思想，掌握优化设计的基本概念和基本方法，获得解决机械优化设计问题的初步能力。本书分成三大部分：第一部分是优化设计的基本概念及数学模型；第二部分是具体的优化设计方法，包括一维搜索方法、无约束优化方法、线性规划、约束优化方法、多目标及离散变量优化方法等；第三部分是机械优化设计实例、优化方法程序考核题及计算机实习建议等。

本书内容的选择贯彻“少而精”和“理论联系实际”的原则；内容的编排由浅入深，注意逻辑性与系统性，强调物理概念及几何解释，便于工程应用。本书第 6 版和第 5 版相比较，主要修订内容有：

- (1) 对绪论部分进行了修订，适当增加了机械优化设计实例和发展概况的内容。
- (2) 对第一章进行了修订，增加了优化设计的建模理论基础。
- (3) 对第六章约束优化方法中的结构优化法和遗传算法进行了修订。
- (4) 对第八章进行了修订，增加了第八节运动模拟器的优化设计。

为了方便教学，本书附录中的源程序、各章的图和表以及习题的参考答案等向使用本书的授课教师免费提供，需要的教师可登录机械工业出版社教育服务网（www.cmpedu.com）以教师身份注册后下载。

本书再版前，原主编哈尔滨工业大学孙靖民教授和梁迎春教授分别于 2012 年和 2014 年不幸辞世。经与本书的编者及出版社商议，决定增设哈尔滨工业大学白清顺副教授担任主编，哈尔滨工程大学米成秋教授、合肥工业大学柯尊忠教授和王卫荣教授、江苏大学马履中教授参加编写。哈尔滨工程大学孟庆鑫教授和哈尔滨工业大学邹经湘教授担任主审。

本书可作为高等院校机械设计类专业的本科生、研究生教材，也可供有关专业的学生、教师及工程技术人员参考。

限于编者水平，书中缺点、错误在所难免，敬请广大读者批评指正。

谨以此书的出版缅怀已经故去令人无比尊敬的哈尔滨工业大学孙靖民教授和梁迎春教授！

编 者

目 录

前言	
绪论	1
第一章 优化设计概述	5
第一节 人字架的优化设计	6
第二节 机械优化设计问题示例	9
第三节 优化设计问题的数学模型	21
第四节 优化设计问题的建模基础	25
第五节 优化设计问题的基本解法	27
第二章 优化设计的数学基础	30
第一节 多元函数的方向导数与梯度	31
第二节 多元函数的泰勒展开	35
第三节 无约束优化问题的极值条件	37
第四节 凸集、凸函数与凸规划	40
第五节 等式约束优化问题的极值条件	42
第六节 不等式约束优化问题的极值条件	46
第三章 一维搜索方法	55
第一节 概述	56
第二节 搜索区间的确定与区间消去法原理	56
第三节 一维搜索的试探方法	59
第四节 一维搜索的插值方法	62
第四章 无约束优化方法	67
第一节 概述	68
第二节 最速下降法	69
第三节 牛顿型方法	73
第四节 共轭方向及共轭方向法	75
第五节 共轭梯度法	79
第六节 变尺度法	83
第七节 坐标轮换法	91
第八节 鲍威尔方法	92
第九节 单形替换法	99
习题	103
第五章 线性规划	105
第一节 线性规划的标准形式与基本性质	106
第二节 基本可行解的转换	113
第三节 单纯形方法	118
第四节 单纯形法应用举例	122
第五节 修正单纯形法	139
习题	148
第六章 约束优化方法	149
第一节 概述	150
第二节 随机方向法	152
第三节 复合形法	156
第四节 可行方向法	161
第五节 惩罚函数法	171
第六节 增广乘子法	178
第七节 非线性规划问题的线性化解法——线性逼近法	187
第八节 广义简约梯度法	190
第九节 二次规划法	194
第十节 结构优化方法	196
第十一节 遗传算法	209
习题	214
第七章 多目标及离散变量优化方法	216
第一节 多目标优化问题	217
第二节 多目标优化方法	219
第三节 离散变量优化问题	243
第四节 离散变量优化方法	245
习题	264
第八章 机械优化设计实例	266
第一节 优化设计实践应用技巧	267
第二节 机床主轴结构优化设计	270
第三节 圆柱齿轮减速器的优化设计	273
第四节 平面连杆机构的优化设计	280
第五节 汽车悬架系统的优化设计	284
第六节 热压机机架结构的优化设计	289
第七节 月生产计划的最优安排	293
第八节 运动模拟器的优化设计	295
附录 常用优化方法程序考核题及计算机实习建议	300
附录 A 常用优化方法程序考核题	301
附录 B 计算机实习建议	302
参考文献	304

绪论



优化设计是 20 世纪 60 年代初发展起来的一门新学科，它将最优化原理和计算科学应用于设计领域，为工程设计提供了一种重要的科学设计方法。利用这种新的设计方法，人们可以从众多的设计方案中寻找出最佳的设计方案，从而大大提高设计的效率和质量。因此，优化设计是现代设计理论和方法的一个重要领域，它已广泛应用于各工业部门。以下仅对机械优化设计的特点、发展概况以及本书的主要内容进行简要的介绍。

一、从传统设计到优化设计

一项机械产品的设计，一般需要经过调查分析、方案拟定、技术设计、零件工作图绘制等环节。传统的设计方法通常在调查分析的基础上，参照同类产品通过估算、经验类比或试验来确定初始设计方案。然后根据初始设计方案的设计参数进行强度、刚度、稳定性等性能分析计算，检查各性能是否满足设计指标要求。如果设计不能完全满足性能指标的要求，设计人员将凭借经验或直观判断对参数进行修改。这样反复进行分析计算—性能检验—参数修改，直到产品性能完全满足设计指标的要求为止。整个传统设计过程就是人工试凑和定性分析比较的过程，主要的工作是性能的重复分析，至于每次参数的修改，仅凭借经验或直观判断，并不是根据某种理论精确计算出来的。实践证明，按照传统设计方法设计出的方案，大部分都有改进、提高的余地，并不是最佳设计方案。当前，这种设计方法仍然在工业界沿用。然而，随着技术的进步，传统的设计方法已经暴露出明显的缺陷，特别是在信息化、智能化技术得到飞速发展的今天。传统设计方法只是被动地重复分析产品的性能，而不是主动地设计产品的参数。从这个意义上讲，它没有真正体现“设计”的含义，没有充分利用先进的数学规划理论和计算机技术使“设计”过程更具有主动性、准确性和高效性。

产品的“设计”过程本身就包含优化的概念。作为一项设计，不仅要求方案可行、合理，而且应该是某些指标达到最优的理想方案。设计中的优化思想在人类历史上就有所体现。例如，古希腊学者欧几里德（Euclid）在公元前 300 年前后就曾指出：在周长相同的一切矩形中，以正方形的面积为最大。我国宋代建筑师李诫在其著作《营造法式》一书中曾指出：圆木做成矩形截面梁的高宽比应为三比二。这一结论和抗弯梁理论推得的结果十分接近。根据梁弯曲理论，最佳截面尺寸应使梁截面的抗弯截面系数 W 最大。设截面宽为 b ，高为 h ，则要求 $W = \frac{bh^2}{6} \rightarrow \max$ 。若圆木直径为 d ，有 $d^2 = b^2 + h^2$ ， $W = \frac{b}{6}(d^2 - b^2)$ ， $\frac{dW}{db} = \frac{1}{6}(d^2 -$

$3b^2) = 0$ 。当 $b = \frac{d}{\sqrt{3}}$ 时， W 取极大值（ $\frac{d^2 W}{db^2} = -b < 0$ ），而 $h = \sqrt{\frac{2}{3}}d$ ，则有 $h/b = \sqrt{2} \approx 1.414$ 。这与

$h/b = 3/2 = 1.5$ 很相近。像这样简单的优化问题用古典的微分方法便可以求解，但对于一般工程优化问题的求解，需要采用数学规划理论并借助计算机才能完成。基于这一原因，“设计”中优化的概念一直未能得以很好地体现。直至 20 世纪 60 年代，计算科学和计算机技术迅速发展，优化设计才有条件日益发展起来。

当前，随着计算科学和信息化技术在制造业的广泛应用，已经可以用现代化的设计方法和手段对产品或制造活动进行设计和规划，来满足人们对现代机械行业提出的要求。

现代化的设计工作已不再是过去那种凭经验或直观来确定结构方案，也不是像过去“安全寿命可行设计”方法那样，即在满足所提出的要求的前提下，先确定结构方案，再根据安全寿命等准则，对该方案进行强度、刚度等的分析、校核，然后进行修改，以确定结构

尺寸。而是以计算数学为基础、以计算机为实现手段,应用精确度较高的力学数值模拟和分析方法进行研究,并从大量的可行设计方案中寻找出一种最优的设计方案,从而实现用理论设计代替经验设计,用精确计算代替近似计算,用优化设计代替一般的安全寿命的可行性设计。

优化方法在机械设计中的应用,既可以使方案在规定的设计要求下达到某些优化的结果,又不必耗费过多的计算工作量。因此,产品结构、生产工艺等的优化已经成为市场竞争的一种手段。例如,在20世纪90年代,我国神舟号飞船的总体技术方案及返回技术方案就进行了系统的优化,确定了返回舱的姿态和总体布局、着陆点设计、轨道舱留轨利用等关键环节,为后续神舟系列飞船的成功发射和回收奠定了基础。在航天固体火箭发动机、火箭形体设计等方面,优化设计方法也发挥了重要的作用。在航空领域,美国波音(Boeing)公司在波音787飞机的研制过程中,应用了基于有限元的拓扑优化、尺寸优化和形状优化方法,解决了飞机翼面的翼肋结构、龙骨梁结构以及复合材料铺向等设计问题。通过统计得出,经过优化设计,各个翼肋结构比波音777飞机相应翼肋结构的质量减少了25%~45%,使得该系列飞机成为了超低燃料消耗、低污染排放、高效益并且乘坐舒适的一类机型。美国贝尔(Bell)直升机公司采用优化方法来解决450个设计变量的大型结构优化问题。在对一个机翼进行质量优化设计中,其质量减少了35%。在高速铁路飞速发展的今天,从车体零件设计到外形优化、从单线路的运行参数设计到多线路的运行网络规划都离不开优化方法。例如,在机车操纵中,多采用遗传算法、牛顿法对操纵参数进行优化。在多线路的运行网络规划中,需要协调机车的周转与运行之间的关系,实现多变量、复杂约束条件下的优化模型的求解。在航天器地面半实物仿真设备的研制中,优化设计方法也为改善机械系统性能、提高产品经济性提供了重要的手段。例如,本书实例中的卫星运动模拟系统就是采用拓扑优化和参数优化的方法解决了精密非标设备的设计问题。结合有限元分析方法,采用优化分析理论解决非标装备的结构设计、动力学分析等问题,已经成为该类设备研制的重要保证。

优化方法不仅用于产品的结构设计、工艺方案的选择,也用于运输路线的确定、商品流通量的调配、产品配方的配比等。目前,作为方法学的重要组成部分,优化方法在机械、航空、航天、冶金、石油、化工、电机、建筑、造船、轻工等部门都已得到了广泛的应用。

二、机械优化设计发展概况

在第二次世界大战期间,由于军事上的需要产生了运筹学,提供了许多用古典微分法和变分法所不能解决的最优化方法。20世纪50年代发展起来的数学规划理论形成了应用数学的一个分支,为优化设计奠定了理论基础。20世纪60年代计算科学和计算机技术的发展为优化设计提供了强有力的手段,使工程技术人员能够从大量烦琐的计算工作中解放出来,把主要精力放到优化方案选择上。虽然近年来优化设计方法已在许多工业部门得到应用,但最优化技术成功地应用于机械设计还是在20世纪60年代后期才开始的。虽然历史较短,但进展迅速。机械优化设计方法在机构综合、机械零部件设计、专用机械设计和工艺设计方面都获得了应用并取得了一定成果。

机构运动参数的优化设计是机械优化设计中发展较早的领域,不仅研究了连杆机构、凸轮机构等再现函数和轨迹的优化设计问题,而且还提出了一些标准化程序。在机构动力学优化设计方面也有很大进展,如惯性力的最优平衡,主动件力矩的最小波动等的优化设计。机

械零部件的优化设计在最近十几年也有很大发展，主要是研究各种减速器的优化设计、液压轴承和滚动轴承的优化设计以及轴、弹簧、制动器等结构参数优化。除此之外，在机床、锻压设备、压延设备、起重运输设备、汽车等的基本参数、基本工作机构和主体结构方面也进行了优化设计工作。

近年来，机械优化设计的应用范围越来越广，但仍有许多问题需要解决。例如，在机械产品设计中零部件通用化、系列化和标准化，整机优化设计模型及方法的研究，机械优化设计中离散变量优化方法的研究，机械结构拓扑优化的研究以及更为有效的优化设计方法的发掘等方面，都需做出较大的努力才能适应当前科技发展的需要。

近年来发展起来的计算机辅助设计（Computer Aided Design, CAD）、计算机辅助制造（Computer Aided Manufacturing, CAM）、计算机辅助工程（Computer Aided Engineering, CAE）、虚拟设计（Virtual Design, VD）技术以及智能设计（Intelligent Design, ID），在引入优化设计理论与方法后，既能够在设计过程中不断选择设计参数并评选出最优设计方案，又可以加快设计速度，缩短设计周期。在科学技术发展要求机械产品更新周期日益缩短的今天，把优化设计方法与计算机技术结合起来，使设计过程完全自动化，已成为设计方法的一个重要发展趋势。

三、本课程的主要内容

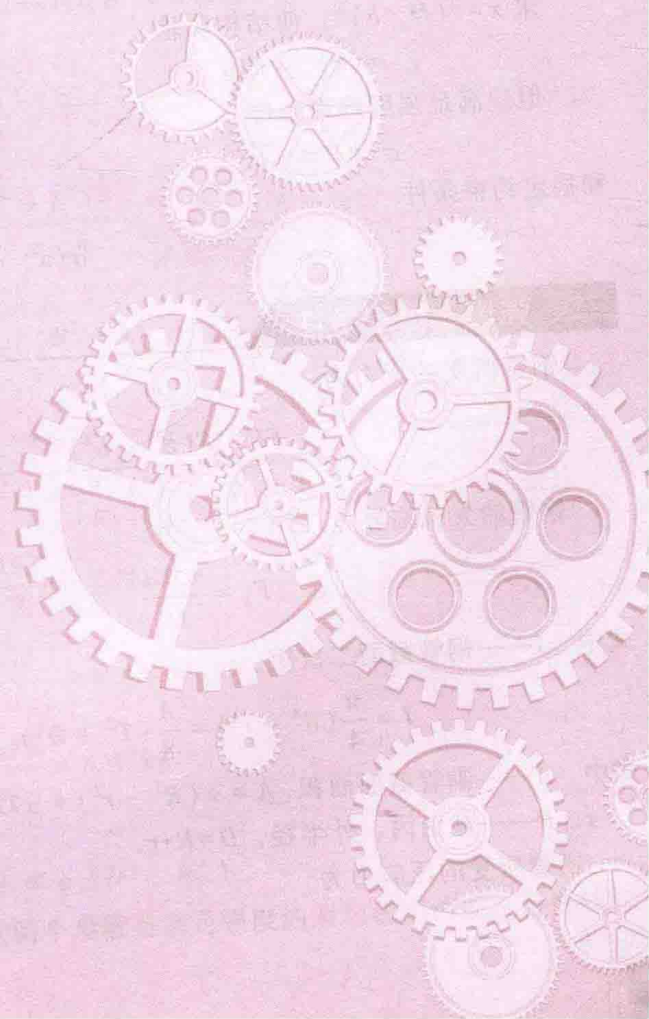
机械优化设计包括建立优化设计问题的数学模型和选择恰当的优化方法与程序两方面的内容。由于机械优化设计是应用数学方法寻求机械设计的最优方案，所以首先要根据实际的机械设计问题建立相应的数学模型，即用数学形式来描述实际设计问题。在建立数学模型时，需要应用专业知识确定设计的限制条件和所追求的目标，确立各设计变量之间的相互关系等。机械优化设计问题的数学模型可以是解析式、试验数据或经验公式。虽然它们给出的形式不同，但所反映的都是设计变量之间的数量关系。

数学模型一旦建立，机械优化设计问题就变成一个数学求解问题。应用数学规划方法或优化准则方法的理论，根据数学模型的特点，可以选择适当的优化方法，进而可以采用计算机软件模块或编制计算机程序，以计算机作为工具求得最佳的设计参数。

本书将着重介绍数学规划理论的基本概念、技术术语与基本方法，并通过实例介绍用数学规划理论解决机械优化设计问题的过程。本书共分八章，第一章为优化设计概述，主要介绍优化设计的基本概念，其目的在于了解优化设计的步骤及常用术语；第二章为优化设计的数学基础，介绍优化设计所需的数学概念和优化设计的极值条件，为后续各章的学习打好基础；第三、四、五、六章分别介绍一维搜索方法、无约束优化方法、线性规划和约束优化方法的原理及算法；第七章介绍多目标及离散变量优化方法；第八章为机械优化设计问题的实例，主要阐述如何应用优化方法解决机械优化设计问题的过程。

第一章

优化设计概述



为了对机械优化设计有具体的认识，现以人字架的优化设计为例进行说明。虽然此设计采用简单的解析法和作图法，但从中可以了解优化的具体过程，以及优化问题的一些基本概念。

第一节 人字架的优化设计

一、问题

图 1-1 所示的人字架由两个钢管构成，其顶点所受外力为 $2F=3 \times 10^5 \text{N}$ 。已知人字架跨度 $2B=152 \text{cm}$ ，钢管壁厚 $T=0.25 \text{cm}$ ，钢管材料的弹性模量 $E=2.1 \times 10^5 \text{MPa}$ ，材料密度 $\rho=7.8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，许用压应力 $[\sigma_y]=420 \text{MPa}$ 。求在钢管压应力 σ 不超过许用压应力 $[\sigma_y]$ 和失稳临界应力 σ_e 的条件下，人字架的高 h 和钢管平均直径 D ，使钢管总质量 m 为最小。

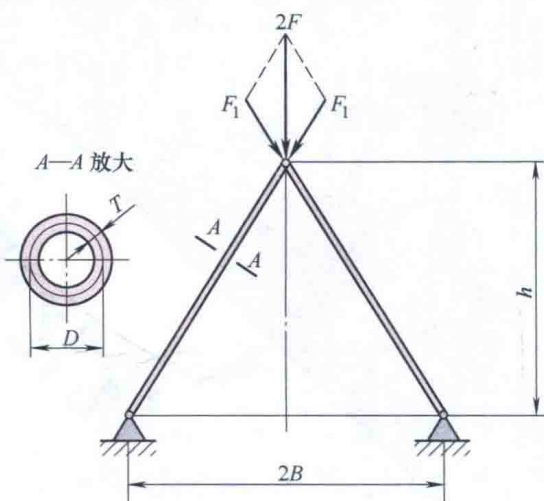


图 1-1 人字架的受力

根据以上描述，可以把人字架的优化设计问题归结为：

求 $\mathbf{x} = (D \ h)^T$ ，使结构质量

$$m(\mathbf{x}) \rightarrow \min$$

但应满足强度约束条件

$$\sigma(\mathbf{x}) \leq [\sigma_y]$$

和稳定约束条件

$$\sigma(\mathbf{x}) \leq \sigma_e$$

二、强度、稳定条件

钢管所受的压力为

$$F_1 = \frac{FL}{h} = \frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{h}$$

钢管的失稳临界力（图 1-2）为

$$F_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

式中 I ——钢管截面二次矩。

$$I = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4) = \frac{A}{8}(T^2 + D^2)$$

式中 A ——钢管截面面积， $A = \pi(R^2 - r^2) = \pi TD$ ；

r 、 R ——截面内、外半径， $D=R+r$ 。

钢管所受的压应力为

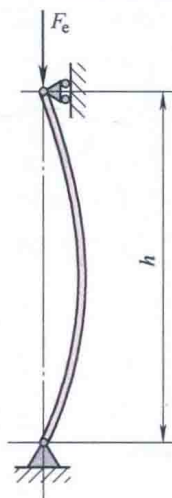


图 1-2 钢管（压杆）的稳定

$$\sigma = \frac{F_1}{A} = \frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi TDh}$$

钢管的失稳临界应力为

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A} = \frac{\pi^2 E(T^2 + D^2)}{8(B^2 + h^2)}$$

因此, 强度约束条件 $\sigma \leq [\sigma_y]$ 可以写成

$$\frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi TDh} \leq [\sigma_y]$$

稳定约束条件 $\sigma \leq \sigma_e$ 可以写成

$$\frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi TDh} \leq \frac{\pi^2 E(T^2 + D^2)}{8(B^2 + h^2)}$$

三、解析法

上述优化问题是以 D 和 h 为设计变量的二维问题, 而且只有两个约束条件, 可以用解析法进行求解。

假定使人字架总质量

$$m(D, h) = 2\rho AL = 2\pi\rho TD(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$$

为最小的最优解, 刚好满足强度条件, 即有

$$\sigma(D, h) = [\sigma_y]$$

从而可以将设计变量 D 用设计变量 h 表示, 即

$$D = \frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi T[\sigma_y]h}$$

将 D 代入目标函数 $m(D, h)$ 中, 得

$$m(h) = \frac{2\rho F}{[\sigma_y]} \frac{B^2 + h^2}{h}$$

根据极值必要条件

$$\frac{dm}{dh} = \frac{2\rho F}{[\sigma_y]} \frac{d}{dh} \left(\frac{B^2 + h^2}{h} \right) = \frac{2\rho F}{[\sigma_y]} \left(1 - \frac{B^2}{h^2} \right) = 0$$

得

$$h^* = B = \frac{152}{2} \text{cm} = 76 \text{cm}$$

$$D^* = \frac{\sqrt{2}F}{\pi T[\sigma_y]} = 6.43 \text{cm}$$

$$m^* = \frac{4\rho FB}{[\sigma_y]} = 8.47 \text{kg}$$

把所得参数代入稳定条件, 可以证明

$$\sigma(D^*, h^*) \leq \sigma_e(D^*, h^*)$$

即稳定约束条件得到满足。所以 h^* 、 D^* 这两个参数是满足强度约束和稳定约束, 且使结构

总质量最小的最佳参数。

四、作图法

在设计平面 $D-h$ 上画出代表

$\sigma(D, h) = [\sigma_y]$ 和 $\sigma(D, h) = \sigma_e(D, h)$ 的两条曲线, 如图 1-3 所示。两曲线将设计平面分成两部分, 其中同时满足

$$\sigma \leq [\sigma_y]$$

和 $\sigma \leq \sigma_e$ 两个约束条件的区域, 称为可行域。然后画出一族质量等值线

$$m(D, h) = C$$

C 为一系列常数。从

图 1-3 中可以看出, 等值线在可行域内部无中心, 故此约束优化问题的极值点处于可行域边界与等值线的切点处, 从而找到极值点 x^* 的坐标

$$D^* = 6.43$$

$$h^* = 76$$

通过 x^* 点的等值线就是最小结构质量, 其值为

$$m^* = 8.47\text{kg}$$

最优点 x^* 位于强度曲线上, 说明此时强度条件刚好满足, 而稳定条件不但满足且有一定裕量。这表明强度约束条件为起作用约束, 它影响极值点的位置; 稳定约束条件为不起作用约束, 它不影响极值点的位置。

五、讨论

若将许用压应力 $[\sigma_y]$ 由 420MPa 提高到 703MPa, 这时强度约束条件发生变化, 因而可行域也发生变化, 如图 1-3 所示。若仍按上述解析法进行求解, 还假定最优点刚好满足强度条件, 得

$$h = B = 76\text{cm}$$

$$D = \frac{\sqrt{2}F}{\pi T[\sigma_y]} = 3.84\text{cm}$$

$$m = \frac{4\rho Fh}{[\sigma_y]} = 5.06\text{kg}$$

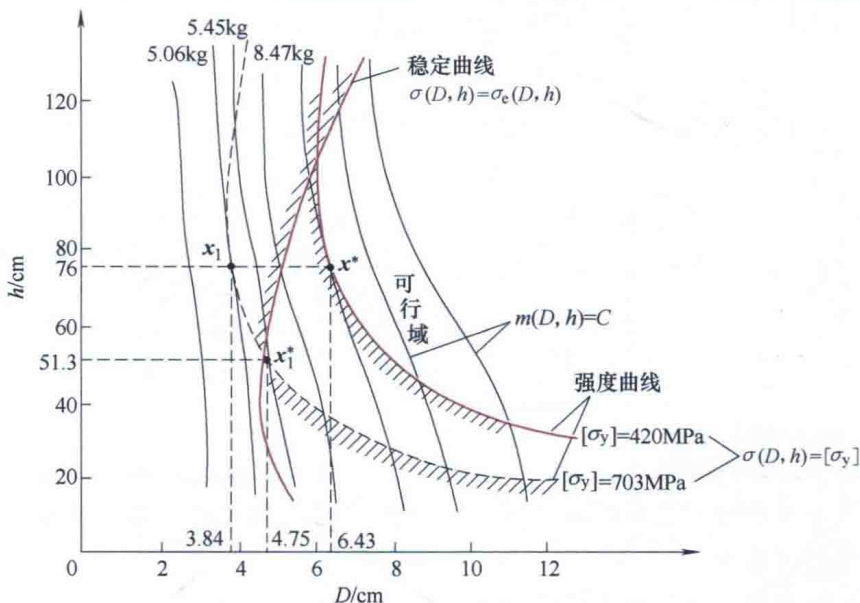


图 1-3 人字架优化设计的图解

当在 $D-h$ 设计平面上标出此点时，可以看出它位于等值线

$$m(D, h) = 5.06\text{kg}$$

与强度曲线

$$\sigma(D, h) = 703\text{MPa}$$

的切点 x_1 处。但 x_1 点位于可行域之外，它不满足稳定条件。这也可以通过将 x_1 点处的 D 和 h 的上述数值代入稳定条件而得到证实。因此，表明 x_1 点不是最优点。

用作图法可以找出最优点位于强度曲线和稳定曲线的交点 x_1^* 处。它的坐标值就是最优参数，其值为

$$h_1^* = 51.3\text{cm}$$

$$D_1^* = 4.75\text{cm}$$

通过 x_1^* 点的等值线即为最小结构质量，其值为

$$m_1^* = 5.45\text{kg}$$

因为 x_1^* 点的位置是由强度曲线和稳定曲线的交点所决定的，所以强度约束条件和稳定约束条件都得到满足，且二者都是起作用的约束条件。最优点仍位于可行域边界与等值线的切点位置。

从上面的讨论可知，对于具有不等式约束条件的优化问题，判断哪些约束是起作用的，哪些约束是不起作用的，对求解优化问题非常关键。

第二节 机械优化设计问题示例

在优化设计中，通常根据分析对象的设计要求，应用有关专业的基础理论和具体技术知识进行推导来建立相应的方程或方程组。对于机械类的分析对象来说，主要是根据力学、机械设计基础知识和各专业机械设备的具体知识来推导方程或方程组（动力学问题中多为偏微分或常微分方程组的形式），这些方程反映结构各参数之间的内在联系，通过它可以研究各参数对设计对象工作性能的影响。

下面通过几个具体例子，说明机械优化设计中建立方程组的方法和步骤（公式的推导尽量简略，以减少篇幅）。

例 1-1 平面四杆机构的优化设计。

平面四杆机构的设计主要是根据运动学的要求，确定其几何尺寸，以实现给定的运动规律。

图 1-4 所示是一个曲柄摇杆机构。图中 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 分别是曲柄 AB 、连杆 BC 、摇杆 CD 和机架 AD 的长度。 φ 是曲柄输入角， ψ_0 是摇杆输出的起始位置角。这

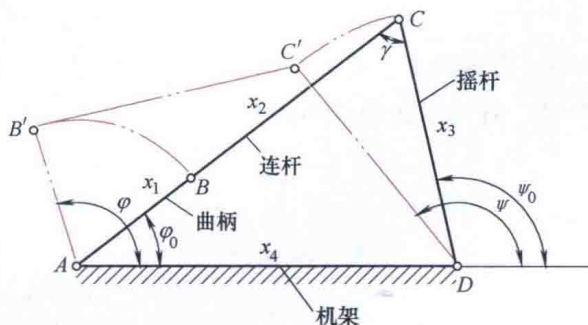


图 1-4 曲柄摇杆机构

里, 规定 φ_0 为摇杆起始位置角 ψ_0 所对应的曲柄起始位置角, 它们可以由 x_1 、 x_2 、 x_3 和 x_4 确定。通常设定曲柄长度 $x_1=1.0$, 而在这里 x_4 是给定的, 并设 $x_4=5.0$, 所以只有 x_2 和 x_3 是设计变量。

设计时, 可在给定最大和最小传动角的前提下, 要求当曲柄从 φ_0 位置转到 φ_0+90° 时, 摇杆的输出角最优地实现一个给定的运动规律 $f_0(\varphi)$ 。例如, 要求

$$\psi = f_0(\varphi) = \psi_0 + \frac{2}{3\pi}(\varphi - \varphi_0)^2$$

对于这样的设计问题, 可以取机构的期望输出角 $\psi = f_0(\varphi)$ 和实际输出角 $\psi_j = f_j(\varphi)$ 的平方误差积分准则作为目标函数, 使 $f(x) = \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+\frac{\pi}{2}} (\psi - \psi_j)^2 d\varphi$ 最小。

当把输入角 φ 取 s 个点进行数值计算时, 它可以化简为 $f(x) = f(x_2, x_3) = \sum_{i=0}^s (\psi_i - \psi_{ji})^2$ 最小。

相应的约束条件有:

1) 曲柄与机架共线位置时的传动角 (连杆 BC 和摇杆 CD 之间的夹角), 即

最大传动角

$$\gamma_{\max} \leq 135^\circ$$

最小传动角

$$\gamma_{\min} \geq 45^\circ$$

对本问题可以计算出

$$\gamma_{\max} = \arccos \frac{x_2^2 + x_3^2 - 36}{2x_2x_3}$$

$$\gamma_{\min} = \arccos \frac{x_2^2 + x_3^2 - 16}{2x_2x_3}$$

所以

$$x_2^2 + x_3^2 - 2x_2x_3 \cos 135^\circ - 36 \leq 0$$

$$x_2^2 + x_3^2 - 2x_2x_3 \cos 45^\circ - 16 \geq 0$$

2) 曲柄存在条件, 即

$$x_2 \geq x_1$$

$$x_3 \geq x_1$$

$$x_4 \geq x_1$$

$$x_2 + x_3 \geq x_1 + x_4$$

$$x_4 - x_1 \geq x_2 - x_3$$

3) 边界约束。当 $x_1=1.0$ 时, 若给定 x_4 , 则可求出 x_2 和 x_3 的边界值。例如, 当 $x_4=5.0$ 时, 曲柄存在条件和边界值限制条件为

$$x_2 + x_3 - 6 \geq 0$$

$$4 - x_2 + x_3 \geq 0$$

和

$$1 \leq x_2 \leq 7$$

$$1 \leq x_3 \leq 7$$

例 1-2 齿轮减速器的优化设计。