

西北旱区生态水利学术著作丛书

明渠恒定急变流和 渐变流水力特性研究

张志昌 张巧玲 著



科学出版社

西北旱区生态水利学术著作丛书

明渠恒定急变流和渐变流 水力特性研究

张志昌 张巧玲 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书第1章至第5章为矩形断面明渠恒定急变流和渐变流的水力特性,主要研究了光滑壁面、波状壁面和粗糙壁面水跃区的边界层发展、共轭水深、沿程和局部水头损失、水跃长度的计算方法和粗糙壁面水跃特性的数值模拟方法;研究了渐扩式消力池和突扩式消力池水跃共轭水深和水跃长度的计算方法;给出了矩形断面消力池和渐扩式消力池深度和坎高的迭代计算公式;探讨了综合式消力池的应用条件和突扩式消力池的设计方法;给出矩形断面水面曲线的积分算法和正常水深的显式算法。第6章至第10章为梯形和三角形、圆形和U形、抛物线形、马蹄形断面和蛋形断面明渠恒定急变流和渐变流的水力特性,给出了这些复杂断面情况下明渠正常水深、临界水深、弗劳德数、水面曲线的显式计算方法和水跃共轭水深的简化计算方法。

本书可作为水利水电工程及相关专业科技人员的设计参考书,也可作为高等学校本科生和研究生教学的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

明渠恒定急变流和渐变流水力特性研究/张志昌,张巧玲著. —北京:科学出版社, 2016.11

(西北旱区生态水利学术著作丛书)

ISBN 978-7-03-050724-2

I. ①明… II. ①张… ②张… III. ①明渠流动-水力学-研究
IV. ①TV133

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 278626 号

责任编辑:祝洁 乔丽维/责任校对:李影

责任印制:徐晓晨/封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencecp.com>

北京教图印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016年11月第 一 版 开本:720×1000 B5

2016年11月第一次印刷 印张:19 1/8

字数:377 000

定价:98.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《西北旱区生态水利学术著作丛书》学术委员会

(以姓氏笔画排序)

主 任：王光谦

委 员：许唯临 杨志峰 张建云
沈永明 钟登华 谈广鸣
唐洪武 康绍忠

《西北旱区生态水利学术著作丛书》编写委员会

(以姓氏笔画排序)

主 任：周孝德

委 员：王全九 李 宁 李占斌
罗兴锜 柴军瑞 黄 强

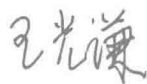
总 序 一

水资源作为人类社会赖以延续发展的重要要素之一，主要来源于以河流、湖泊为主的淡水生态系统。这个占据着少于1%地球表面的重要系统虽仅容纳了地球上全部水量的0.01%，但却给全球社会经济发展提供了十分重要的生态服务，尤其是在全球气候变化的背景下，健康的河湖及其完善的生态系统过程是适应气候变化的重要基础，也是人类赖以生存和发展的必要条件。人类在开发利用水资源的同时，对河流上下游的物理性质和生态环境特征均会产生较大影响，从而打乱了维持生态循环的水流过程，改变了河湖及其周边区域的生态环境。如何维持水利工程开发与生态环境保护之间的友好互动，构建生态友好的水利工程技术体系，成为了传统水利工程发展与突破的关键。

构建生态友好的水利工程技术体系，强调的是水利工程与生态工程之间的交叉融合，由此促使生态水利工程的观念应运而生，这一概念的提出是新时期社会经济可持续发展对传统水利工程的必然要求，是水利工程发展史上的一次飞跃。作为我国水利科学的国家级科研平台，“西北旱区生态水利工程省部共建国家重点实验室培育基地（西安理工大学）”是以生态水利为研究主旨的科研平台。该平台立足我国西北旱区，开展旱区生态水利工程领域内基础问题与应用基础研究，解决了若干旱区生态水利领域内的关键科学技术问题，已成为我国西北地区生态水利工程领域高水平研究人才聚集和高层次人才培养的重要基地。

《西北旱区生态水利学术著作丛书》作为重点实验室相关研究人员近年来在生态水利研究领域内代表性成果的凝炼集成，广泛深入地探讨了西北旱区水利工程建设与生态环境保护之间的关系与作用机理，丰富了生态水利工程学科理论体系，具有较强的学术性和实用性，是生态水利工程领域内重要的学术文献。丛书的编纂出版，既是重点实验室对其研究成果的总结，又对今后西北旱区生态水利工程建设、科学管理和高效利用具有重要的指导意义，为西北旱区生态环境保护、水资源开发利用及社会经济可持续发展中亟待解决的技术及政策制定提供了重要的科技支撑。

中国科学院院士



2016年9月

总 序 二

近 50 年来全球气候变化及人类活动的加剧,影响了水循环诸要素的时空分布特征,增加了极端水文事件发生的概率,引发了一系列社会-环境-生态问题,如洪涝、干旱灾害频繁,水土流失加剧,生态环境恶化等。这些问题对于我国生态本底本就脆弱的西北地区而言更为严重,干旱缺水(水少)、洪涝灾害(水多)、水环境恶化(水脏)等严重影响着西部地区的区域发展,制约着西部地区作为“一带一路”国家战略桥头堡作用的发挥。

西部大开发水利要先行,开展以水为核心的水资源-水环境-水生态演变的多过程研究,揭示水利工程开发对区域生态环境影响的作用机理,提出水利工程开发的生态约束阈值及减缓措施,发展适用于我国西北旱区河流、湖库生态环境保护的理论与技术体系,确保区域生态系统健康及生态安全,既是水资源开发利用与环境规划管理范畴内的核心问题,又是实现我国西部地区社会经济、资源与环境协调发展的现实需求,同时也是对“把生态文明建设放在突出地位”重要指导思路的响应。

在此背景下,作为我国西部地区水利学科的重要科研基地,西北旱区生态水利工程省部共建国家重点实验室培育基地(西安理工大学)依托其在水利及生态环境保护方面的学科优势,汇集近年来主要研究成果,组织编纂了《西北旱区生态水利学术著作丛书》,该丛书兼顾理论基础研究与工程实际应用,对相关领域专业技术人员的工作起到了启发和引领作用,对丰富生态水利工程学科内涵、推动生态水利工程领域的科技创新具有重要指导意义。

在发展水利事业的同时,保护好生态环境,是历史赋予我们的重任。生态水利工程作为一个新的交叉学科,相关研究尚处于起步阶段,期望以此丛书的出版为契机,促使更多的年轻学者发挥其聪明才智,为生态水利工程学科的完善、提升做出自己应有的贡献。

中国工程院院士

2016 年 9 月

总 序 三

我国西北干旱地区地域辽阔、自然条件复杂、气候条件差异显著、地貌类型多样，是生态环境最为脆弱的区域。20 世纪 80 年代以来，随着经济的快速发展，生态环境承载负荷加大，遭受的破坏亦日趋严重，由此导致各类自然灾害呈现分布渐广、频次显增、危害趋重的发展态势。生态环境问题已成为制约西北旱区社会经济可持续发展的主要因素之一。

水是生态环境存在与发展的基础，以水为核心的生态问题是环境变化的主要原因。西北干旱生态脆弱区由于地理条件特殊，资源性缺水及其时空分布不均的问题同时存在，加之水土流失严重导致水体含沙量高，对种类繁多的污染物具有显著的吸附作用。多重矛盾的叠加，使得西北旱区面临的水问题更为突出，急需在相关理论、方法及技术上有所突破。

长期以来，在解决如上述水问题方面，通常是从传统水利工程的逻辑出发，以人类自身的需求为中心，忽略甚至破坏了原有生态系统的固有服务功能，对环境造成了不可逆的损伤。老子曰“人法地，地法天，天法道，道法自然”，水利工程的发展绝不应仅是工程理论及技术的突破与创新，而应调整以人为中心的思维与态度，遵循顺其自然而成其所以然之规律，实现由传统水利向以生态水利为代表的现代水利、可持续发展水利的转变。

西北旱区生态水利工程省部共建国家重点实验室培育基地(西安理工大学)从其自身建设实践出发，立足于西北旱区，围绕旱区生态水文、旱区水土资源利用、旱区环境水利及早区生态水工程四个主旨研究方向，历时两年筹备，组织编纂了《西北旱区生态水利学术著作丛书》。

该丛书面向推进生态文明建设和构筑生态安全屏障、保障生态安全的国家需求，瞄准生态水利工程学科前沿，集成了重点实验室相关研究人员近年来在生态水利研究领域内取得的主要成果。这些成果既关注科学问题的辨识、机理的阐述，又不失在工程实践应用中的推广，对推动我国生态水利工程领域的科技创新，服务区域社会经济与生态环境保护协调发展具有重要的意义。

中国工程院院士

2016 年 9 月

前 言

明渠恒定急变流和渐变流是水利水电工程、给排水工程、环境工程以及航运海港工程等专业的理论基础，是明渠水力设计的基础。本书是作者近年来对明渠恒定急变流和渐变流研究的最新成果。

本书利用边界层理论重点研究了矩形光滑壁面、波状壁面和粗糙壁面水跃区的边界层发展和壁面阻力，得出了水跃共轭水深新的理论计算方法。首次提出了水跃区沿程水头损失和局部水头损失的计算公式。根据消力池设计的一般理论，提出了挖深式消力池、消力坎式消力池和综合式消力池新的简化计算方法。给出了梯形、三角形、圆形、U形、抛物线形、马蹄形和蛋形等复杂断面明渠正常水深、临界水深、水面曲线和水跃共轭水深的简化计算方法。

全书共10章，第1~3章为矩形明渠水跃的水力特性，主要研究光滑壁面和粗糙壁面水跃区的边界层发展和壁面阻力，对水跃长度进行分类，提出水跃旋滚长度和水跃长度的计算方法。第4章研究矩形明渠、渐扩式明渠消力池深度和坎高的计算方法，给出简单的迭代公式；研究突然扩大明渠水跃共轭水深、水跃长度和消力池的设计方法。第5章为矩形明渠水面曲线的积分算法和正常水深的显式计算方法。第6~8章为梯形渠道、三角形渠道、圆形渠道、U形渠道和抛物线形渠道水力特性的研究。第9、10章为马蹄形和蛋形断面水力特性的研究，马蹄形断面分为标准Ⅰ型和标准Ⅱ型，蛋形断面分为六圆弧蛋形断面、4种标准形式的四圆弧蛋形断面、2种形式的椭圆蛋形断面。第6~10章的研究内容主要包括各种断面的水跃共轭水深、正常水深、临界水深的简化计算方法和水面曲线的积分计算方法。

参加本书撰写工作的有：张志昌、张巧玲、李若冰、傅铭焕、赵莹和贾斌。其中，第1章由张志昌、赵莹和李若冰撰写，第2章和第3章由张志昌和傅铭焕撰写，第4章由张志昌、傅铭焕、李若冰撰写，第5章由张志昌和贾斌撰写，第6章由张志昌和赵莹撰写，第7章由张巧玲撰写，第8~10章由张志昌、张巧玲和贾斌撰写。附录由贾斌编写。

由于作者水平有限，书中不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

作 者

2016年4月

目 录

总序一

总序二

总序三

前言

第 1 章	矩形明渠水跃的水力特性	1
1.1	矩形明渠自由水跃区紊流边界层的发展	1
1.1.1	问题的提出	1
1.1.2	自由水跃区紊流边界层的发展	3
1.2	考虑壁面阻力水跃共轭水深的计算方法	6
1.2.1	水跃共轭水深的研究现状	6
1.2.2	水跃区边界层发展的新公式	8
1.2.3	公式验证	10
1.3	自由水跃区沿程水头损失和局部阻力系数的研究	13
1.4	矩形明渠自由水跃长度公式的分析与应用	16
1.4.1	问题的提出	16
1.4.2	水跃长度研究现状分析	17
1.4.3	水跃长度的分类	22
1.4.4	水跃旋滚长度和水跃长度计算的新公式	26
1.5	矩形明渠淹没水跃区紊流边界层的发展和在水头损失	27
1.5.1	淹没水跃研究的现状	27
1.5.2	淹没水跃区的流速分布和壁面切应力	28
1.5.3	淹没水跃区紊流边界层的发展和最大流速之半距壁面距离的 计算	30
1.5.4	淹没水跃的水头损失和水跃长度	33
	参考文献	37
第 2 章	矩形明渠波状床面水跃的水力特性	39
2.1	矩形明渠波状床面自由水跃区的流速分布	39
2.2	矩形明渠波状床面自由水跃区边界层的发展	42
2.2.1	用流速分布的对数律研究边界层的发展	42
2.2.2	用因次分析法研究边界层的发展	44

2.2.3 用流速分布的指数律研究边界层的发展	44
2.3 矩形明渠波状床面的阻力系数	46
2.4 矩形明渠波状床面水跃的共轭水深和水跃长度	48
2.4.1 波状床面水跃的共轭水深	48
2.4.2 波状床面的水跃长度	49
2.5 矩形明渠波状床面水跃区的水头损失	51
2.5.1 波状床面水跃区的沿程水头损失	51
2.5.2 波状床面水跃区的局部水头损失	53
参考文献	55
第3章 矩形明渠粗糙壁面水跃的水力特性	56
3.1 矩形明渠粗糙壁面水跃的研究现状	56
3.2 矩形明渠粗糙壁面水跃共轭水深的试验分析	56
3.3 矩形明渠粗糙壁面的水跃长度和旋滚长度的试验分析	59
3.3.1 水跃长度	63
3.3.2 水跃旋滚长度	64
3.4 粗糙壁面水跃区的壁面阻力	65
3.5 粗糙壁面水跃的消能率	67
3.6 公式验证	68
3.7 粗糙壁面水跃共轭水深的理论探讨	76
3.8 粗糙壁面水跃水力特性的数值模拟和验证	78
3.8.1 数值模型	78
3.8.2 模型的建立	79
3.8.3 自由液面处理	80
3.8.4 初始条件和边界条件	80
3.8.5 模型网格	81
3.8.6 粗糙壁面水跃区的速度场	81
3.8.7 粗糙壁面水跃区的壁面阻力	84
3.8.8 粗糙壁面水跃区的紊动能和紊动耗散率	89
参考文献	90
第4章 矩形断面消力池的水力计算	92
4.1 挖深式消力池的计算方法	92
4.1.1 传统计算方法的迭代公式	92
4.1.2 用动量方程推求挖深式消力池深度的计算公式	94
4.1.3 不同方法计算结果比较	96
4.2 消力坎式消力池坎高的计算	97

4.2.1	消力坎式消力池坎高的传统计算方法	97
4.2.2	消力坎淹没系数的研究	99
4.2.3	消力池坎高的迭代计算公式	99
4.2.4	消力坎高度的简化计算	101
4.2.5	消力坎的阻力系数	102
4.3	综合式消力池坎高和池深的计算	102
4.3.1	综合式消力池传统计算方法的迭代公式	102
4.3.2	综合式消力池的简化计算方法	106
4.3.3	综合式消力池传统计算方法存在的问题及应用条件的研究	108
4.4	平底矩形渐扩式消力池深度的计算	110
4.4.1	平底渐扩式消力池水跃共轭水深的研究	110
4.4.2	平底渐扩式消力池水跃长度的计算	112
4.4.3	渐扩挖深式消力池深度的计算	113
4.4.4	渐扩式消力池坎高的计算	116
4.4.5	渐扩综合式消力池坎高和池深的计算	117
4.5	突然扩大渠道消力池水跃特性的研究	118
4.5.1	突然扩大渠道水跃共轭水深的研究	118
4.5.2	突然扩大渠道水跃长度的研究	123
4.5.3	突然扩大渠道消力池的设计	126
	参考文献	128
第 5 章	矩形断面明渠水面线和正常水深的计算	130
5.1	矩形渠道水面线的研究现状	130
5.2	矩形渠道水面线积分计算的新方法	132
5.3	积分公式的验证	134
5.4	矩形渠道正常水深的计算	136
	参考文献	136
第 6 章	梯形和三角形明渠的水力特性	138
6.1	梯形渠道明渠水跃共轭水深的研究现状	138
6.2	梯形渠道明渠水跃共轭水深的精确解	142
6.3	公式比较和计算步骤	144
6.4	梯形渠道明渠水跃共轭水深新的迭代公式	146
6.5	梯形渠道明渠水跃长度和消力池的水力计算	149
6.5.1	梯形渠道挖深式消力池深度的计算	149
6.5.2	梯形渠道消力池坎高的计算	152
6.5.3	梯形渠道综合式消力池的计算	154

6.6	三角形渠道水跃共轭水深的计算	156
6.7	梯形渠道正常水深和临界水深的计算	159
6.8	梯形渠道水面曲线的计算	160
	参考文献	165
第7章	圆形和U形渠道的水力特性	166
7.1	圆形渠道水跃共轭水深的计算	166
7.2	圆形渠道的正常水深和临界水深	168
7.3	圆形渠道水面曲线的计算	170
7.4	U形渠道正常水深和临界水深	172
7.4.1	U形渠道正常水深的计算	172
7.4.2	U形渠道临界水深的计算	176
7.5	U形渠道水跃共轭水深的计算	177
7.5.1	下部为圆形上部为梯形的U形渠道水跃共轭水深的计算	177
7.5.2	下部为圆形上部为矩形的U形渠道水跃共轭水深的计算	180
7.5.3	U形渠道水跃方程的验证	181
7.6	圆形和U形渠道的水跃长度	181
7.7	U形渠道水面曲线的计算	182
7.8	圆形和U形渠道弗劳德数的计算	183
	参考文献	184
第8章	抛物线形渠道的水力特性	185
8.1	抛物线形渠道研究现状	185
8.2	抛物线形渠道正常水深的计算	185
8.3	抛物线形渠道临界水深的计算	189
8.4	抛物线形渠道弗劳德数的计算	189
8.5	抛物线形渠道的水跃方程	190
8.6	抛物线形渠道水跃的消能率	192
8.7	抛物线形渠道收缩断面水深的计算	193
	参考文献	194
第9章	马蹄形断面明渠的水力特性	195
9.1	马蹄形断面水力特性的研究现状	195
9.2	标准I型马蹄形断面水力特性的研究	196
9.2.1	标准I型马蹄形断面面积、形心和湿周的计算	196
9.2.2	标准I型马蹄形断面水跃共轭水深的计算	199
9.2.3	标准I型马蹄形断面临界水深的计算	200
9.2.4	标准I型马蹄形断面水跃共轭水深的简化算法	202

9.2.5	标准Ⅰ型马蹄形断面的正常水深	205
9.2.6	标准Ⅰ型马蹄形断面的弗劳德数	207
9.3	标准Ⅱ型马蹄形断面水力特性的研究	207
9.3.1	标准Ⅱ型马蹄形断面面积、形心、水深和湿周的计算	207
9.3.2	标准Ⅱ型马蹄形断面水跃共轭水深的计算	210
9.3.3	标准Ⅱ型马蹄形断面临界水深的计算	211
9.3.4	标准Ⅱ型马蹄形断面水跃共轭水深的简化算法	212
9.3.5	标准Ⅱ型马蹄形断面的正常水深	215
9.3.6	标准Ⅱ型马蹄形断面的弗劳德数	217
9.4	马蹄形断面水面线的计算	217
	参考文献	219
第 10 章	蛋形断面明渠的水力特性	221
10.1	蛋形断面水力特性的研究现状	221
10.2	六圆弧蛋形断面水力特性的研究	221
10.2.1	六圆弧蛋形断面面积、形心和湿周的计算	222
10.2.2	六圆弧蛋形断面水跃共轭水深的计算	229
10.2.3	六圆弧蛋形断面临界水深的计算	230
10.2.4	六圆弧蛋形断面水跃共轭水深的简化算法	231
10.2.5	六圆弧蛋形断面的正常水深	234
10.2.6	六圆弧蛋形断面的弗劳德数	238
10.3	四圆弧蛋形断面水力特性的研究	239
10.3.1	四圆弧蛋形断面水力参数的计算	240
10.3.2	四圆弧蛋形断面水跃共轭水深的计算	254
10.3.3	四圆弧蛋形断面正常水深和临界水深的计算	258
10.4	四圆弧和六圆弧蛋形断面水面曲线的计算	261
10.4.1	四圆弧蛋形断面水面线的计算	261
10.4.2	六圆弧蛋形断面水面线的计算	266
10.5	椭圆蛋形断面水力特性的研究	269
10.5.1	上椭圆蛋形断面水力参数的计算	270
10.5.2	上椭圆蛋形断面的水力计算	275
10.5.3	下椭圆蛋形断面水力参数的计算	278
10.5.4	下椭圆蛋形断面的水力计算	281
	参考文献	284
	附录	285

第 1 章 矩形明渠水跃的水力特性

1.1 矩形明渠自由水跃区紊流边界层的发展

1.1.1 问题的提出

水跃是水流从急流过渡到缓流时水面突然跃起的一种局部水流现象。水跃计算主要解决三个问题：水跃的能量损失、水跃长度和共轭水深。

文献[1]指出：自从 Leonardo 和 Vinic 对水跃现象描述以来，在近五个世纪中已有数百篇论文来讨论这一问题，绝大多数论文是以宏观的形式来描述水跃，而水跃内部的微观流态却很少受到关注。

实际上，早在 20 世纪 30 年代，国外学者就已经开始研究水跃的内部微观结构。1934 年，Förthmann's 就测量了附壁射流区的流速分布，并以边界层厚度将附壁射流区分为内区和自由混合区，内区即边界层区域，边界层以上为混合区，在附壁射流区各断面的流速分布具有相似性。以后 Zerbe 和 Selna、Sigalla、Schwarz 和 Selna 等都对附壁射流做过研究。1963 年，Myers 等^[2]较详细地测量了平板附壁射流区的流速分布、边界层的发展和壁面阻力。研究发现，在附壁射流区，边界层内的流速分布符合指数律，其指数为 $1/14$ 而非常用的 $1/7$ ，在边界层内，流速分布也可以用对数律表示。1963 年，Verhoff 根据 Förthmann's 的试验结果给出了附壁射流区断面流速分布的公式。

1965 年，Rajaratnam 对水跃区的流速分布和壁面切应力进行了模型试验，提出水跃是一种附壁射流的新概念^[3,4]，所谓附壁射流是指一侧贴附于固体边壁之上，而另一侧在无限流体空间中自由扩散的射流。1967 年，Rajaratnam 和 Subramanya 根据 Myers、Sigalla、Schwarz 和 Cosart、Gartshore 以及自己的试验成果，给出了附壁射流区最大流速沿程变化的计算公式。Sigalla 利用 Preston 管测量了壁面切应力，并给出了壁面切应力的表达式。

1976 年，Rajaratnam^[5]在 *Turbulent Jets* 著作中，全面地论述了前人对附壁射流的试验研究成果，主要包括附壁射流区的流速分布、边界层的发展、壁面切应力等。1985 年，郭子中^[6]在他的混合流理论中，提出水跃是一种贴底的附壁射流，提法上与 Rajaratnam 的不谋而合。

将水跃作为附壁射流，这对水跃的研究具有极其重要的意义。因此，可以应用附壁射流的研究成果来研究水跃区的微观结构，即水跃区的边界层发展、壁面

切应力、水头损失以及考虑壁面阻力的水跃共轭水深。

附壁射流的流速分布如图 1-1 所示。图中 U_m 为边界层厚度为 δ 时的最大流速，m/s； h' 为最大流速之半 $U_m/2$ 距边壁的距离，m； h'' 为流速为零处距边壁的距离，m，该处即为附壁射流与周围流体混合的上界限。Rajaratnam 通过试验得出了以下无量纲关系：

$$\delta = 0.16h' = 0.16 \left(0.5 + 0.065 \frac{x}{h_1} \right) h_1 \quad (1-1)$$

$$\frac{h''}{h_1} = 2.25 \left(0.5 + \frac{0.065x}{h_1} \right) \quad (1-2)$$

$$\frac{U_m}{v_1} = 3.45 \left(\frac{x}{h_1} \right)^{-0.5} \quad (1-3)$$

式中， x 为距射流出口的下游距离，m； v_1 为射流出口断面平均流速，m/s； h_1 为射流出口的水深，m；边界层厚度近似为 $\delta \approx 0.16h'$ 。

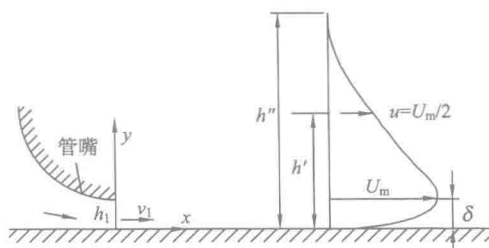


图 1-1 附壁射流流速分布

Glauert 认为，水跃区的流速分布可分内层和外层，内层是指壁面附近，其流动类似于平板边界层，流速分布可以用指数律来表示。文献[7]分析了 Rajaratnam 的试验资料，认为水跃区的流速分布在近壁区具有边界层特性，而在远离壁面的外部区域具有射流的特征，在边界层内，流速分布符合对数律或指数律。

1958 年，Sigalla 通过试验得到了水跃区的壁面切应力，文献[8]引用该成果为

$$\frac{\tau_0}{\rho} = 0.02825 \left(\frac{U_m \delta}{\nu} \right)^{-1/4} U_m^2 \quad (1-4)$$

或

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{c_f v_1^2}{2} \quad (1-5)$$

式中， c_f 为阻力系数，据 Rajaratnam 的研究， c_f 在跃首为 0.0037，至跃尾减至 0.0001。

Rajaratnam 和 Sigalla 对水跃区流速分布和切应力的研究成果, 对于水跃区紊流边界层的研究具有重要意义。根据该研究, 在水跃区, 水流可以分为内区和外区两种状态, 在内区, 水流流动依然符合紊流边界层理论; 在外区, 水流流动符合附壁射流理论。这种划分为水跃区紊流边界层的研究奠定了基础, 现根据边界层理论研究自由水跃区紊流边界层的发展。

1.1.2 自由水跃区紊流边界层的发展

紊流边界层的动量积分方程为^[9]

$$\frac{d\delta_2}{dx} + (2+H) \frac{\delta_2}{U_m} \frac{dU_m}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho U_m^2} \quad (1-6)$$

式中, H 为形状系数, $H = \delta_1 / \delta_2$; δ_1 为边界层的位移厚度, m; δ_2 为边界层的动量损失厚度, m; U_m 为边界层的外部最大流速, m/s; τ_0 为壁面切应力, N/m²; ρ 为水流的密度, kg/m³; x 为沿水流方向的距离, m。

根据 Schlichting 的研究^[9], 平板上的阻力公式为

$$\frac{\tau_0}{\rho U_m^2} = \xi \left(\frac{U_m \delta_2}{\nu} \right)^{-1/4} \quad (1-7)$$

式中, ξ 为常数; ν 为水流的运动黏滞系数, m²/s。将式(1-7)代入式(1-6)可化为

$$\frac{d\delta_2}{dx} + (2+H) \frac{\delta_2}{U_m} \frac{dU_m}{dx} = \xi \left(\frac{U_m \delta_2}{\nu} \right)^{-1/4} \quad (1-8)$$

式中, 形状系数 H 的变化很小, 一般在 1.2~1.3, 可以假定为一常数^[10]。对式(1-8)变形为

$$\delta_2^{1/4} \frac{d\delta_2}{dx} + (2+H) \frac{\delta_2^{5/4}}{U_m} \frac{dU_m}{dx} = \xi \left(\frac{U_m}{\nu} \right)^{-1/4} \quad (1-9)$$

对于无限平板绕流, U_m 为一常数, $dU_m/dx=0$ 。但对于水跃区, U_m 不为常数, 而是随着距离跃首位置的增加而减小。令式(1-9)的等式右边为零, 求解得

$$\delta_2 = C U_m^{-(2+H)} \quad (1-10)$$

将式(1-10)对 x 求导数, 得

$$\frac{d\delta_2}{dx} = U_m^{-(2+H)} \frac{dC}{dx} - C(2+H) U_m^{-(3+H)} \frac{dU_m}{dx} \quad (1-11)$$

将式(1-11)代入式(1-9)化简得

$$C^{1/4} U_m^{-(9+5H)/4} \frac{dC}{dx} = \xi \nu^{1/4} \quad (1-12)$$

为了对式(1-12)积分, 现采用文献[4]的试验成果, 将最大流速公式(1-3)代入

式(1-12)积分得

$$C = \left\{ \frac{5}{4} \left[8\xi\nu^{1/4} (3.45\nu_1\sqrt{h_1})^{(9+5H)/4} \frac{x^{(-1-5H)/8}}{-1-5H} \right] \right\}^{4/5} \quad (1-13)$$

将式(1-3)和式(1-13)代入式(1-10)化简, 得动量损失厚度的计算公式为

$$\delta_2 = \left(\frac{10\xi\nu^{1/4}}{-1-5H} \right)^{4/5} \frac{x^{0.9}}{(3.45\nu_1\sqrt{h_1})^{0.2}} \quad (1-14)$$

壁面切应力可以表示为式(1-7), 令式(1-7)和式(1-4)相等, 得

$$\xi = 0.02825 \left(\frac{\delta_2}{\delta} \right)^{1/4} \quad (1-15)$$

式中, δ 为边界层厚度, m。

根据文献[7]的研究, 在紊流边界层中, 流速分布符合对数律, 即

$$u / v_* = 2.5 \ln(v_* y / \nu) + 5.56 = 2.5 \ln(Bv_* y / \nu) \quad (1-16)$$

当 $u = U_m$ 时, $y = \delta$, 代入式(1-16)得

$$U_m / v_* = 2.5 \ln(Bv_* \delta / \nu) \quad (1-17)$$

式中, $B = 8.926$ 。由文献[10]可知, 用流速分布的对数律, 边界层位移厚度 δ_1 和动量损失厚度 δ_2 与边界层厚度 δ 之间的关系为

$$\delta_1 = \delta / \ln(Bv_* \delta / \nu) \quad (1-18)$$

$$\delta_2 = \frac{\delta}{[\ln(Bv_* \delta / \nu)]^2} [\ln(Bv_* \delta / \nu) - 2] \quad (1-19)$$

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\ln(Bv_* \delta / \nu)}{\ln(Bv_* \delta / \nu) - 2} \quad (1-20)$$

将式(1-18)~式(1-20)代入式(1-14)得

$$\begin{aligned} \delta &= \left\{ \left[\frac{0.2825\nu^{1/4} [\ln(Bv_* \delta / \nu)]^2}{-2[3 \ln(Bv_* \delta / \nu) - 1]} \right]^4 \right\}^{1/5} \frac{x^{0.9}}{(3.45\nu_1\sqrt{h_1})^{0.2}} \\ &= \left\{ \frac{0.14125\nu^{1/4} [\ln(Bv_* \delta / \nu)]^2}{[3 \ln(Bv_* \delta / \nu) - 1]} \right\}^{4/5} \frac{x^{0.9}}{(3.45\nu_1\sqrt{h_1})^{0.2}} \end{aligned} \quad (1-21)$$

式中, v_* 为摩阻流速, m/s, 可以用式(1-22)计算:

$$\begin{aligned} v_*^2 &= \xi U_m^2 (U_m \delta_2 / \nu)^{-1/4} = 0.02825 (\delta_2 / \delta)^{1/4} U_m^2 (U_m \delta_2 / \nu)^{-1/4} \\ &= 0.02825 U_m^2 (U_m \delta / \nu)^{-1/4} \end{aligned} \quad (1-22)$$

将式(1-22)代入式(1-21)得