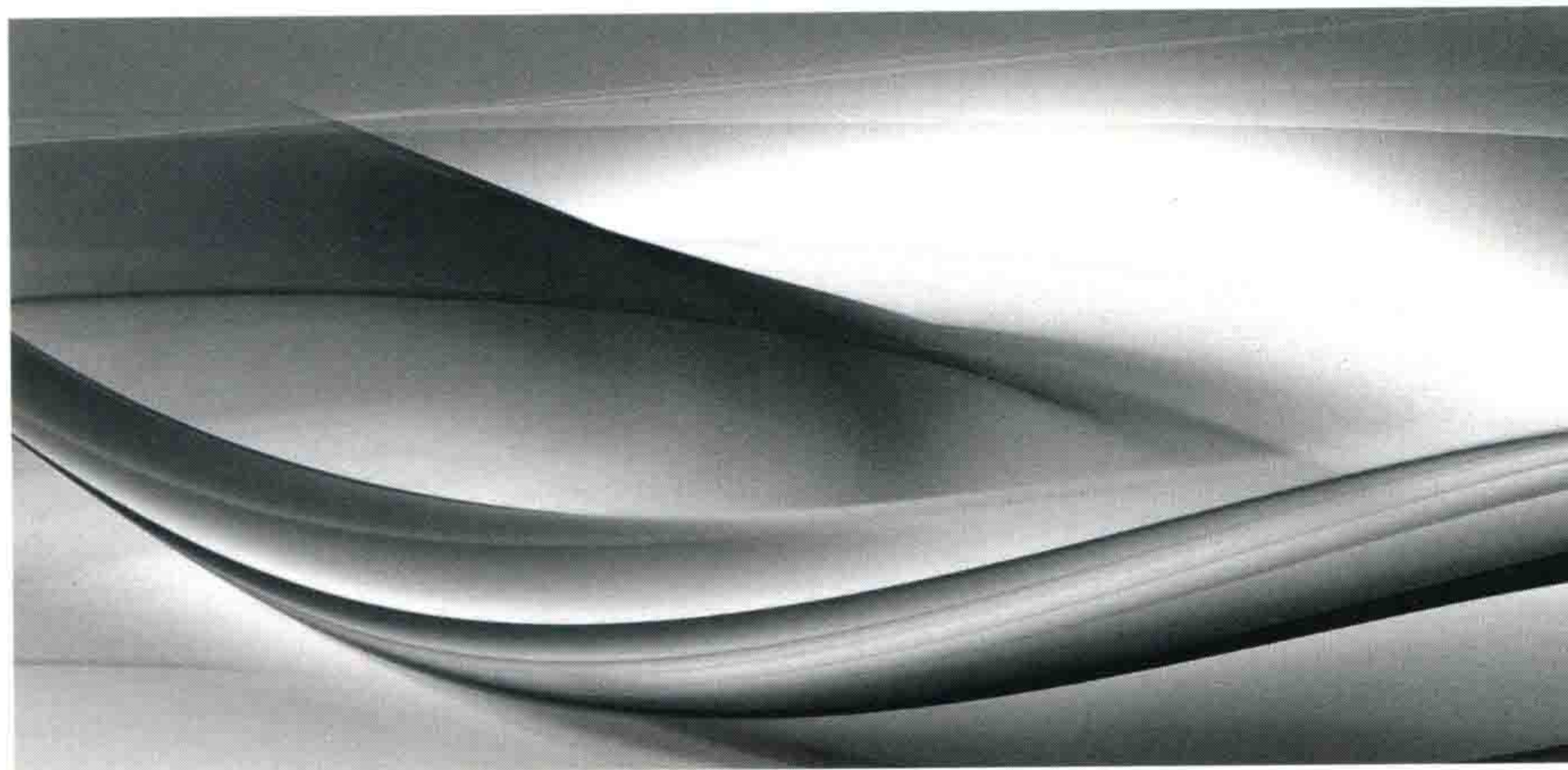


卓越计划·工程力学丛书

# 材料力学



黄莉 张梅 主编  
郑立霞 黎明发



科学出版社



卓越计划·工程力学丛书

# 材料力学

黄莉 张梅 郑立霞 黎明发 主编

科学出版社

北京



## 版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

### 内 容 简 介

本书按照教育部“卓越工程师教育培养计划”的要求编写。书中正文部分采用立体图示,更生动、直观地反映分析研究对象,突出从“工程结构或机械与构件”到“力学模型”,由理论分析成果到解决“工程实际问题”的基本思路。文字叙述通俗易懂,便于自学。

全书共分14章及两个附录,内容包括绪论、轴向拉伸与压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力应变分析基础、强度理论、组合变形、压杆稳定、能量法、超静定结构、动载荷、疲劳强度,以及附录I截面图形的几何性质和附录II型钢表。章末附有习题,书末给出了习题答案。

本书可作为高等院校机械、土木、材料、环境工程、交通工程、车辆工程、航空航天、轮机工程、船舶与海洋工程、道路桥梁与渡河工程、工程力学等专业的教材。可供中、长学时的材料力学课程选用,也可供相关工程技术人员参考。

#### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学/黄莉等主编. —北京:科学出版社,2017.5

(卓越计划·工程力学丛书)

ISBN 978-7-03-052544-4

I. ①材… II. ①黄… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第079587号

责任编辑:孙寓明 杨光华/责任校对:董艳辉

责任印制:彭超/封面设计:苏波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市首壹印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

开本:787×1092 1/16

2017年5月第一版 印张:22 1/4

2017年5月第一次印刷 字数:528 000

定价:45.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



# 前 言

为适应“卓越计划”面向工程的培养要求,本书根据教育部高等学校力学基础课程教学指导分委员会最新制订的“材料力学课程教学基本要求”,结合编者多年的教学经验加以精选编写而成。材料力学是工科院校的技术基础课或专业基础课,是培养学生工程应用能力和科学研究素养的重要课程,要求学生对基本概念和原理理解准确和透彻,掌握基本的分析方法和计算方法,为专业知识的学习夯实基础,同时又是基础理论过渡到实践应用的一个重要环节,学好材料力学对学生的分析问题、解决问题的能力提高至关重要。因此,本书着力突出材料力学的基本内容,注重与相关学科的贯通、渗透与融合,同时与工程问题紧密相联,引导学生对所学知识加以扩展、延伸和综合,力求在传授知识的过程中培养学生的工程意识、科学素质与创造能力。

本书包括绪论、轴向拉伸与压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力应变分析基础、强度理论、组合变形、压杆稳定、能量法、超静定结构、动载荷、疲劳强度共 14 章,以及截面图形的几何性质、型钢表等附录。每章后附有习题,书末给出了参考答案。本书将压杆稳定安排到组合变形之后,多学时材料力学课程选讲后续各章内容,在保证基本知识体系完整的前提下,便于满足不同学时的教学需求。

本书经编审小组讨论,分别由张梅副教授(第 1 章、第 2 章、第 4 章、第 5 章、第 6 章),郑立霞副教授(第 3 章、第 7 章、第 8 章、第 9 章),黄莉副教授(第 10 章、第 11 章、第 12 章、第 13 章、第 14 章、附录)执笔。全书由黎明发教授和黄莉副教授统稿,华中科技大学倪樵教授审阅。本书立体图由力学硕士研究生宋进林和汤朋完成绘制,特此致谢。由于编者水平有限,书中难免疏漏和欠妥之处,恳请广大读者批评指正。

编者

2017 年 2 月



# 目 录

|                    |    |
|--------------------|----|
| 第 1 章 绪论           | 1  |
| 1.1 材料力学的任务        | 1  |
| 1.2 可变形固体的基本假设     | 2  |
| 1.3 外力及其分类         | 4  |
| 1.4 内力与截面法         | 5  |
| 1.4.1 内力的概念        | 5  |
| 1.4.2 截面法          | 5  |
| 1.5 应力             | 7  |
| 1.6 应变             | 8  |
| 1.7 杆件变形的基本形式      | 9  |
| 第 2 章 轴向拉伸与压缩      | 11 |
| 2.1 轴向拉伸与压缩的概念     | 11 |
| 2.2 轴向拉伸或压缩时的内力    | 11 |
| 2.3 轴向拉伸或压缩时的应力    | 13 |
| 2.3.1 横截面上的应力      | 13 |
| 2.3.2 斜截面上的应力      | 16 |
| 2.4 材料拉伸时的力学性能     | 17 |
| 2.4.1 低碳钢拉伸时的力学性能  | 18 |
| 2.4.2 铸铁拉伸时的力学性能   | 21 |
| 2.4.3 其他材料拉伸时的力学性能 | 21 |
| 2.5 材料压缩时的力学性能     | 22 |
| 2.6 轴向拉伸或压缩时的强度计算  | 24 |
| 2.6.1 许用应力         | 24 |
| 2.6.2 强度条件         | 24 |



|          |                        |    |
|----------|------------------------|----|
| 2.7      | 轴向拉伸或压缩时的变形            | 26 |
| 2.8      | 轴向拉伸或压缩时的应变能           | 30 |
| 2.9      | 拉、压超静定问题               | 31 |
| 2.9.1    | 超静定问题的概念               | 31 |
| 2.9.2    | 超静定问题的解法               | 32 |
| 2.9.3    | 温度应力                   | 33 |
| 2.9.4    | 装配应力                   | 35 |
| 2.10     | 应力集中的概念                | 37 |
|          | 习题                     | 38 |
| 第3章 扭转   |                        | 44 |
| 3.1      | 扭转的概念及实例               | 44 |
| 3.2      | 外力偶矩的计算                | 45 |
| 3.3      | 扭矩及扭矩图                 | 45 |
| 3.4      | 薄壁圆筒的扭转、切应力互等定理和剪切胡克定律 | 47 |
| 3.5      | 圆轴扭转时的应力与变形            | 49 |
| 3.5.1    | 横截面上的应力                | 49 |
| 3.5.2    | 扭转变形                   | 51 |
| 3.6      | 圆轴扭转时的强度、刚度条件          | 52 |
| 3.7      | 圆轴扭转时的应变能              | 56 |
| 3.7.1    | 剪切应变能                  | 56 |
| 3.7.2    | 密圈螺旋弹簧的应力和变形           | 57 |
| 3.8      | 非圆截面杆扭转的概念             | 59 |
|          | 习题                     | 60 |
| 第4章 弯曲内力 |                        | 65 |
| 4.1      | 平面弯曲的概念                | 65 |
| 4.2      | 梁的计算简图                 | 66 |
| 4.2.1    | 载荷的简化                  | 66 |
| 4.2.2    | 支座的简化                  | 67 |
| 4.2.3    | 静定梁的基本形式               | 68 |
| 4.3      | 剪力和弯矩                  | 68 |
| 4.4      | 剪力、弯矩方程和剪力、弯矩图         | 72 |
| 4.5      | 载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系及其应用   | 79 |
| 4.6      | 用叠加法作弯矩图               | 82 |



|                              |            |
|------------------------------|------------|
| 习题 .....                     | 84         |
| <b>第 5 章 弯曲应力 .....</b>      | <b>91</b>  |
| 5.1 概述 .....                 | 91         |
| 5.2 梁在平面弯曲时横截面上的正应力 .....    | 91         |
| 5.3 梁的正应力强度条件 .....          | 96         |
| 5.4 弯曲切应力 .....              | 101        |
| 5.4.1 矩形截面梁的弯曲切应力 .....      | 101        |
| 5.4.2 圆形截面梁的弯曲切应力 .....      | 104        |
| 5.4.3 薄壁截面梁的弯曲切应力 .....      | 105        |
| 5.5 梁的切应力强度条件 .....          | 107        |
| 5.6 非对称截面梁的平面弯曲 · 弯曲中心 ..... | 109        |
| 5.7 提高弯曲强度的措施 .....          | 112        |
| 习题 .....                     | 116        |
| <b>第 6 章 弯曲变形 .....</b>      | <b>124</b> |
| 6.1 概述 .....                 | 124        |
| 6.1.1 工程中的弯曲变形问题 .....       | 124        |
| 6.1.2 弯曲变形——挠度和转角 .....      | 124        |
| 6.2 挠曲线近似微分方程 .....          | 125        |
| 6.3 用积分法求挠度和转角 .....         | 126        |
| 6.4 用叠加法求挠度和转角 .....         | 134        |
| 6.5 梁的刚度计算 .....             | 137        |
| 6.6 简单超静定梁 .....             | 138        |
| 6.7 梁的弯曲应变能 .....            | 142        |
| 6.8 提高弯曲刚度的措施 .....          | 143        |
| 习题 .....                     | 146        |
| <b>第 7 章 应力、应变分析基础 .....</b> | <b>155</b> |
| 7.1 应力状态的概念 .....            | 155        |
| 7.1.1 应力状态概述 .....           | 155        |
| 7.1.2 描述一点处应力状态的方法 .....     | 155        |
| 7.1.3 主应力与主平面 .....          | 156        |
| 7.2 二向应力状态分析 .....           | 157        |
| 7.2.1 解析法 .....              | 158        |



|                             |            |
|-----------------------------|------------|
| 7.2.2 图解法—应力圆法 .....        | 161        |
| 7.3 三向应力状态的最大应力 .....       | 164        |
| 7.3.1 三向应力圆 .....           | 164        |
| 7.3.2 最大应力 .....            | 165        |
| 7.4 平面应变状态分析 .....          | 165        |
| 7.4.1 任意方位的应变分析 .....       | 165        |
| 7.4.2 应变圆 .....             | 166        |
| 7.4.3 主应变及主应变方向 .....       | 167        |
| 7.4.4 应变的实测 .....           | 167        |
| 7.5 应力与应变间的关系 .....         | 168        |
| 7.5.1 广义胡克定律 .....          | 168        |
| 7.5.2 体积应变 .....            | 170        |
| 7.6 三向应力状态下的应变能密度 .....     | 171        |
| 7.6.1 应变能密度 .....           | 171        |
| 7.6.2 体积改变能密度和形状改变能密度 ..... | 171        |
| 习题 .....                    | 172        |
| <b>第 8 章 强度理论</b> .....     | <b>177</b> |
| 8.1 概述 .....                | 177        |
| 8.2 常用的强度理论 .....           | 178        |
| 8.2.1 几个常用的强度理论 .....       | 178        |
| 8.2.2 脆性状态与塑性状态 .....       | 180        |
| 8.3 莫尔强度理论 .....            | 183        |
| 8.4 含裂纹的断裂问题 .....          | 185        |
| 习题 .....                    | 187        |
| <b>第 9 章 组合变形</b> .....     | <b>190</b> |
| 9.1 组合变形的概念 .....           | 190        |
| 9.2 两相互垂直平面内的弯曲 .....       | 191        |
| 9.2.1 正应力的计算 .....          | 191        |
| 9.2.2 中性轴的位置 .....          | 192        |
| 9.2.3 最大正应力和强度条件 .....      | 192        |
| 9.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合 .....      | 194        |
| 9.3.1 轴向力和横向力同时作用 .....     | 194        |
| 9.3.2 偏心拉伸(压缩) .....        | 196        |



|               |                       |            |
|---------------|-----------------------|------------|
| 9.4           | 弯曲与扭转的组合 .....        | 198        |
| 9.5           | 组合变形的普遍情况 .....       | 201        |
| 9.6           | 连接件的实用计算 .....        | 203        |
| 9.6.1         | 剪切的实用计算 .....         | 204        |
| 9.6.2         | 挤压的实用计算 .....         | 205        |
| 习题            | .....                 | 208        |
| <b>第 10 章</b> | <b>压杆稳定 .....</b>     | <b>215</b> |
| 10.1          | 压杆稳定的概念 .....         | 215        |
| 10.2          | 两端铰支细长压杆的临界力 .....    | 216        |
| 10.3          | 其他约束条件下细长压杆的临界力 ..... | 218        |
| 10.4          | 压杆的临界应力总图 .....       | 221        |
| 10.4.1        | 临界应力 .....            | 221        |
| 10.4.2        | 欧拉公式的适用范围 .....       | 222        |
| 10.4.3        | 临界应力总图 .....          | 223        |
| 10.5          | 压杆的稳定计算 .....         | 225        |
| 10.6          | 提高压杆稳定性的措施 .....      | 228        |
| 10.7          | 纵横弯曲的概念 .....         | 230        |
| 习题            | .....                 | 232        |
| <b>第 11 章</b> | <b>能量法 .....</b>      | <b>236</b> |
| 11.1          | 杆件的应变能计算 .....        | 236        |
| 11.1.1        | 杆件在基本变形时的应变能 .....    | 236        |
| 11.1.2        | 杆件在组合变形时的应变能 .....    | 237        |
| 11.2          | 功的互等定理和位移互等定理 .....   | 239        |
| 11.3          | 卡氏定理 .....            | 240        |
| 11.4          | 虚功原理 .....            | 243        |
| 11.5          | 单位载荷法 .....           | 244        |
| 11.6          | 计算莫尔积分的图乘法 .....      | 250        |
| 习题            | .....                 | 255        |
| <b>第 12 章</b> | <b>超静定结构 .....</b>    | <b>260</b> |
| 12.1          | 超静定结构概述 .....         | 260        |
| 12.2          | 力法及其正则方程 .....        | 261        |
| 习题            | .....                 | 274        |



|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第 13 章 动载荷 .....             | 279 |
| 13.1 概述 .....                | 279 |
| 13.2 构件作匀加速运动时的应力和变形计算 ..... | 279 |
| 13.3 构件受冲击时的应力和变形计算 .....    | 283 |
| 习题 .....                     | 288 |
| 第 14 章 疲劳强度 .....            | 292 |
| 14.1 交变应力及疲劳破坏 .....         | 292 |
| 14.2 材料的疲劳极限 .....           | 295 |
| 14.3 构件的疲劳极限及其影响因素 .....     | 296 |
| 14.4 构件的疲劳强度计算 .....         | 301 |
| 14.5 提高构件疲劳强度的措施 .....       | 307 |
| 习题 .....                     | 308 |
| 附录 I 截面图形的几何性质 .....         | 310 |
| I-1 静矩和形心 .....              | 310 |
| I-2 惯性矩、惯性积和惯性半径 .....       | 313 |
| I-3 惯性矩、惯性积的平行移轴公式 .....     | 316 |
| I-4 惯性矩、惯性积的转轴公式 .....       | 318 |
| 习题 .....                     | 321 |
| 附录 II 型钢表 .....              | 323 |
| 习题答案 .....                   | 332 |



# 第1章 绪 论

## 1.1 材料力学的任务

在工程实际中,各种机械与结构得到广泛应用,组成机械与结构的零部件统称为构件(member)。当构件受到外力作用,其尺寸与形状会发生改变,构件尺寸与形状的变化称为变形(deformation)。材料力学(mechanics of materials)是一门紧密结合工程实际的学科,它以构件为主要研究对象,研究工程构件在载荷作用下的变形及破坏规律。结构或机器正常工作时,构件在力(即载荷)的作用下,必须有足够的承载能力(load-bearing capacity),才能安全正常地工作。构件的承载能力主要表现在以下三个方面:

(1) 构件应有足够的强度(strength),即要求构件在一定的外力作用下不发生破坏。例如,图 1-1 所示的锅炉气包,必须保证在额定的压力下不发生爆破,否则将造成严重的后果。所谓强度是指构件在外力作用下抵抗破坏的能力。

(2) 构件应有足够的刚度(stiffness),即要求构件在一定的外力作用下所产生的变形不超过正常工作允许的限度。例如,图 1-2 所示的车床主轴和图 1-3 所示的变速箱齿轮轴,即使它们有足够的强度,若在外力作用下产生的变形过大,将影响工件的加工精度及齿轮的正常啮合,并引起轴承不均匀磨损。精密机床往往对刚度的要求很高,否则被加工的工件由于达不到精度要求而报废。所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。在规定的载荷下,要求构件的变形必须在允许的范围之内。

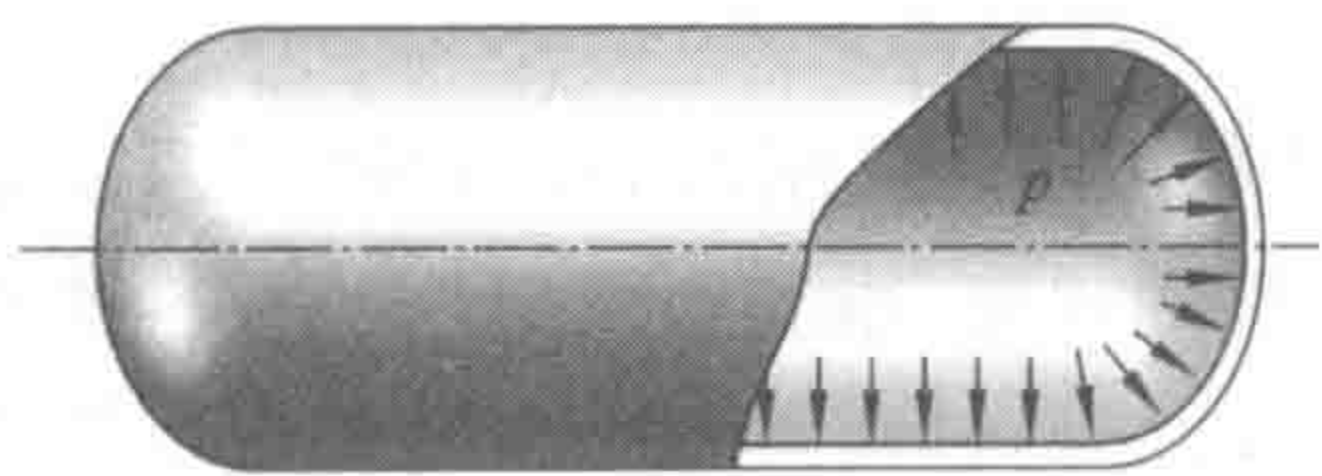


图 1-1

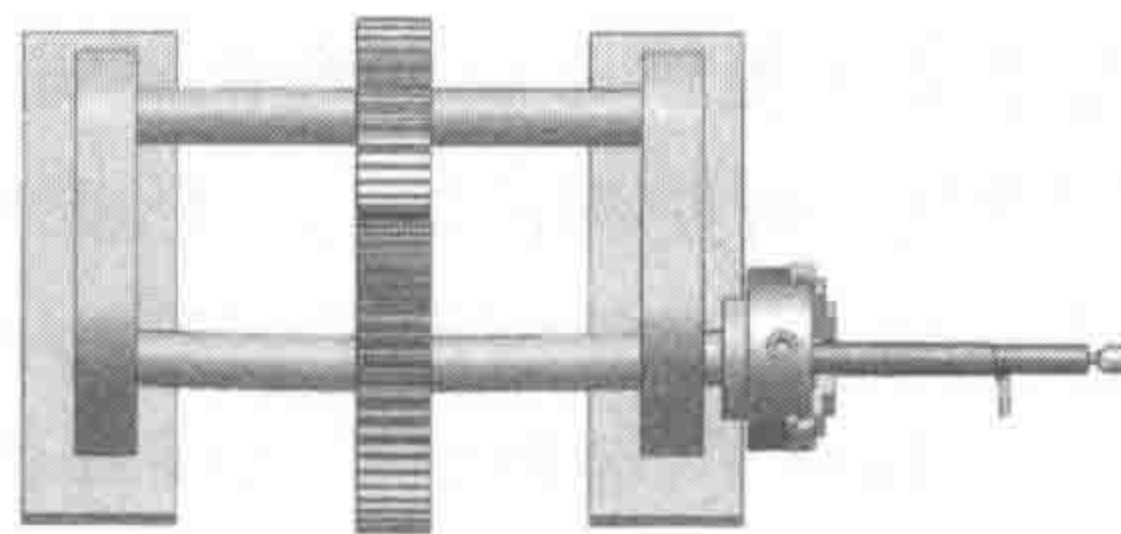


图 1-2

(3) 构件应有足够的稳定性(stability),即要求构件在一定的外力作用下,保持原有的平衡形式。如图 1-4 所示的内燃机气门挺杆,当它受到的压力超过某一限度时,挺杆将从直线形式突然变弯,而且往往是显著的弯曲变形,从而丧失工作能力。在一定的外力作用下,构件突然发生不能保持其原有平衡形式,这种稳定性丧失的现象称为失稳(lost stability)。构件失稳往往会造成灾难性事故。例如,桥梁结构的受压杆件失稳,将可能导致桥梁结构的整体或局部塌毁。工程上要求构件在规定的载荷下,绝不发生失稳现象,即要求构件具有足够的稳定性。所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形式的能力。



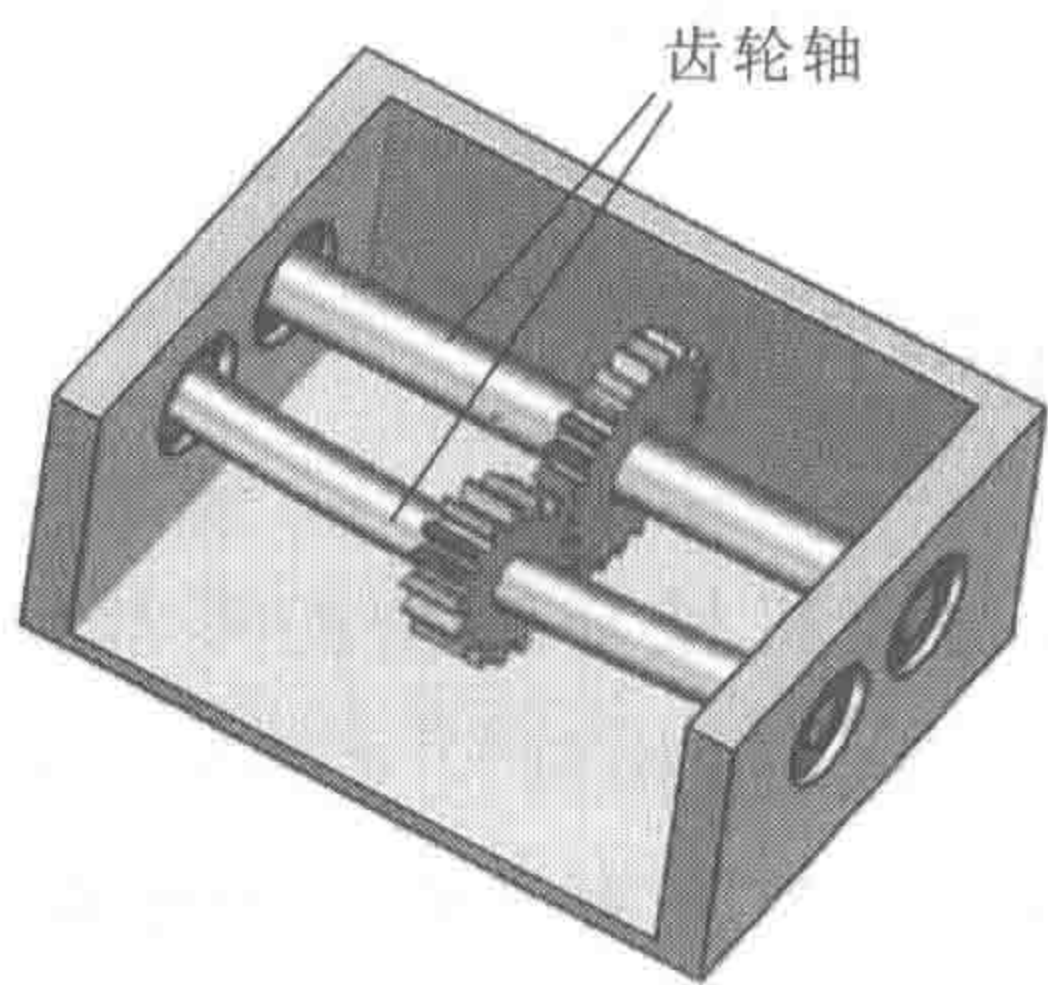


图 1-3

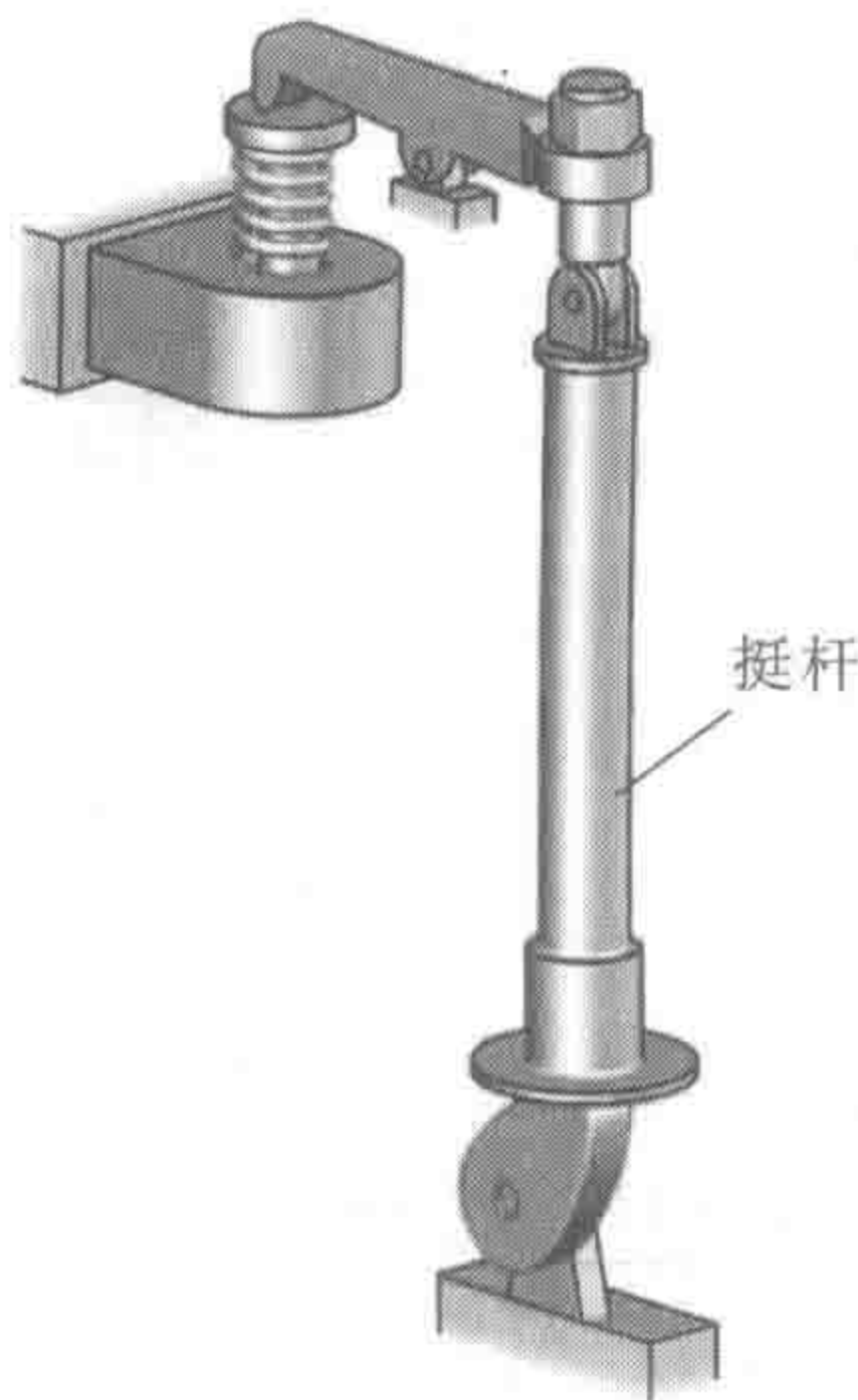


图 1-4

综上所述,对于受到一定外力作用的构件,一般应有足够的强度、刚度和稳定性,以保证构件正常或安全工作。对具体构件,据其工作情况,对上述三方面要求则有所侧重。例如,锅炉气包主要是强度要求,车床主轴主要是刚度要求,而内燃机气门挺杆则是以稳定性要求为主。然而,对于某些特殊构件,往往有相反的要求。例如,机器上的安全销,必须保证它在一定载荷下断裂,以避免机器主体因超载而损坏。又如,汽车的叠板弹簧,则要求有较大的变形来减轻冲击作用。

为保证构件有足够的强度、刚度和稳定性而将其截面尺寸设计得过大或选用优质材料,这样会增加原材料的消耗并增加构件的自重,使成本过高,有悖经济节约原则;若片面强调经济性,将构件的尺寸设计得过小或选用较廉价材料,则有可能无法满足强度、刚度和稳定性方面的要求,有悖安全原则。安全与经济是一对矛盾,材料力学的基本任务就是在满足强度、刚度和稳定性的条件下,以最大限度的经济为准则,为构件选择合适的材料,确定合理的形状与尺寸,为构件设计提供必要的理论基础和计算方法。

在工程中,有些构件的几何形状或受力情况比较复杂,其强度、刚度和稳定性问题仅靠现有理论还无法解决,必须借助于试验的方法加以分析。构件的强度、刚度和稳定性与材料的力学性能(机械性能)有关,而材料的力学性能是由试验测定的。此外,材料力学导出的理论结果也需要试验验证;有些单靠现有的理论解决不了的问题,也必须借助试验手段来研究解决。所以,试验分析也是研究构件强度、刚度和稳定性的重要手段之一,与理论分析具有同等重要的地位。

## 1.2 可变形固体的基本假设

材料力学是以材料的宏观性质为基础,在不考虑材料微观与亚微观组织特点的条件下,研究构件强度、刚度及稳定性计算的一门学科。虽然制造各种构件的材料各不相同,但它们有一共同属性,即在外力作用下会发生变形,因此必须将固体材料看成是可变形固体(deformable solid)。对于可变形固体制成的构件,在进行强度、刚度或稳定性计算时,根据研究问题的主要方面,常常略去一些次要的因素,将它们抽象为理想化的材料,然后进行理论分析。所以在



材料力学中,对可变形固体作如下基本假设。

(1) **连续性假设**。假设在固体所占有的空间内毫无空隙地充满了物质,即认为是密实的、连续分布的。固体由许多晶粒组成,事实上在固体内部一定存在着不同程度的空隙(包括缺陷、杂质等),但这种空隙的大小是以纳米计量的,与构件尺寸相比极其微小,可以忽略不计。这样就可以认为固体在整个体积内是连续的。

应该指出,连续性假设(continuity assumption)不仅适用于固体变形前,而且也适用于变形后,即固体内变形前相邻近的质点变形后仍保持邻近,既不产生新的空隙或孔洞,也不会出现重叠现象,其变形必须满足几何相容条件。

(2) **均匀性假设**。材料在外力作用下所表现的性能,称为材料的力学性能或机械性能。在材料力学中,假设材料的力学性能与其在固体中的位置无关,认为在固体内到处都有相同的力学性能。

对于实际材料,其基本组成部分的力学性能往往存在不同程度的差异。例如,金属是由无数微小的晶粒所组成,各晶粒的力学性能不完全相同,晶粒交界处的晶界物质与晶粒本身的力学性能也不完全相同,但因构件或它的任意一部分中都包含为数极多的晶粒,而且这些晶粒无规则地排列,固体每一部分的力学性能都是众多晶粒力学性能的统计平均值,所以可以认为各部分的力学性能是均匀的。根据均匀性假设(homogenization assumption),从固体中内部任何部位所切取的微小单元体,都具有与构件完全相同的性能。同样,通过试样所测得的力学性能,也可用于固体内的任何部位。

有了连续、均匀性假设后,固体中的一些力学量(如各点的位移),即可用坐标的连续函数表示,从而有利于建立相应的数学模型,可采用无限小的数学分析方法求解问题,并可从固体中的任何地方取出微小部分来研究。

(3) **各向同性假设**。认为材料沿各个方向的力学性能都是相同的,具有这种属性的材料称为各向同性(isotropic)材料。就金属而言,每个晶粒在不同方向上的力学性能并不相同,即具有方向性。但晶粒的尺寸远小于构件的尺寸,而且各个晶粒呈随机取向,从统计学的观点来看,它们在各方向上的性能基本接近相同,认为是各向同性的材料。对于木材和纤维增强叠层复合材料等,其整体的力学性能具有明显的方向性,称为各向异性材料。

综上所述,在材料力学中,一般将实际材料看作是连续、均匀与各向同性的可变形固体。实践表明,在此基础上所建立的理论与分析计算结果符合工程要求。

实验表明,当外力不超过某一限值时,绝大多数材料制成的物体在外力消除后(称为卸载)能恢复原有的形状和尺寸,物体的这种性质称为弹性,随外力解除而消除掉的变形,称为弹性变形(elastic deformation)。当外力过大时,外力消除后,物体只能部分复原,残留下一部分变形,这部分不能恢复的变形称为塑性变形或残余变形(plastic deformation),材料能把变形保存下来的性质称为塑性。对于每一种材料,通常当载荷不超过一定的限度时,其变形是完全弹性的。多数构件在正常工作条件下,均要求其材料只发生弹性变形,若发生塑性变形,则认为材料的强度失效。所以,在材料力学中所研究的大部分问题,多局限于弹性变形范围内。

材料力学中所研究的构件在承受载荷作用时,其变形与构件的原始尺寸相比通常甚小,可以略去不计,称为小变形(small deformation)。认为无论是构件的变形或由变形引起的位移,其大小都远小于构件的原始几何尺寸,这就是小变形前提,材料力学所研究的问题通常就局限于这种小变形的情况。所以,在研究构件的平衡和运动以及内部受力和变形等问题时,均可按



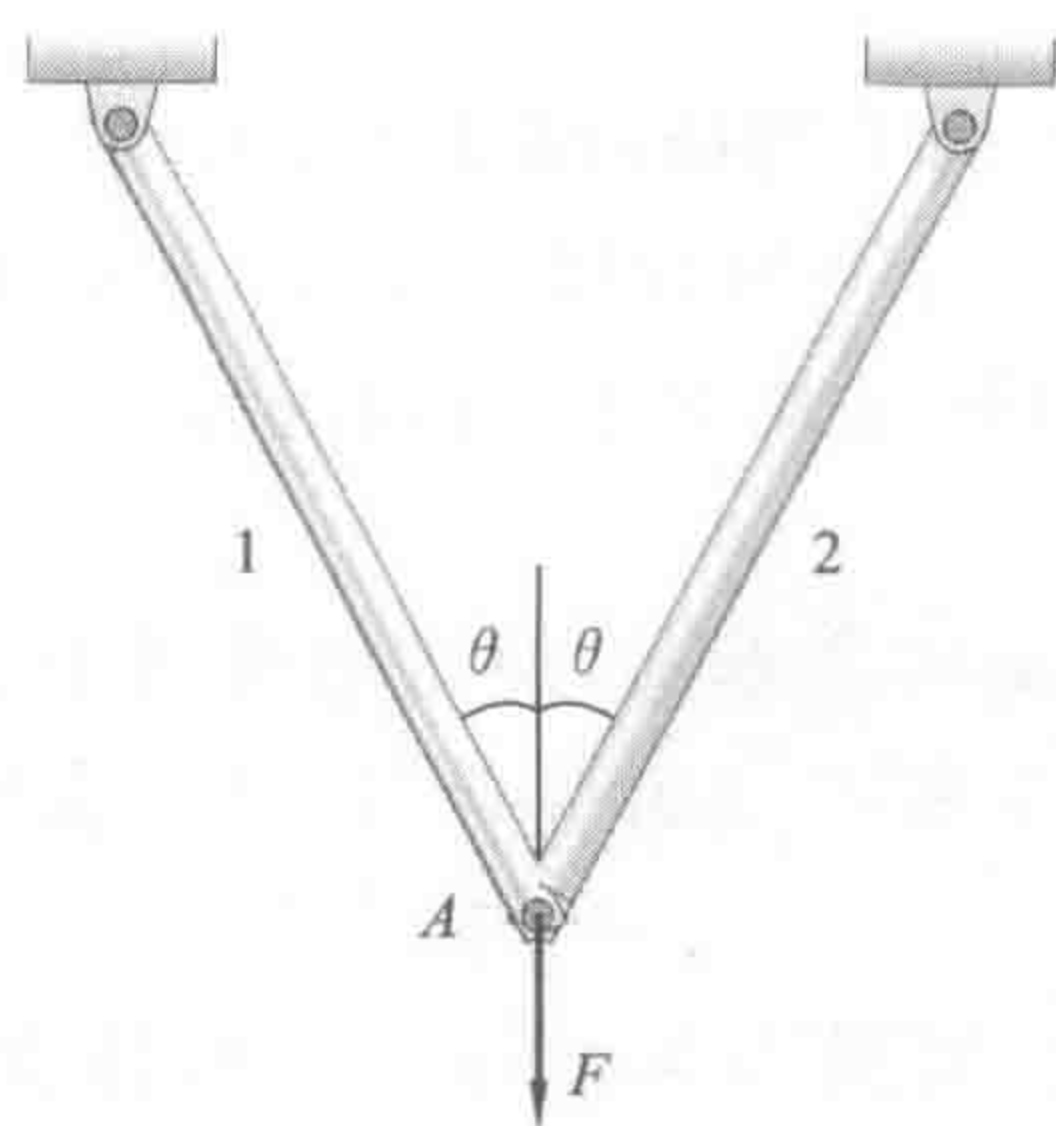


图 1-5

构件的原始尺寸和形状进行计算,这种方法称为原始尺寸原理。如图 1-5 所示,杆 1、2 在变形前与铅垂线的夹角为  $\theta$ 。为求解此结构在力  $F$  的作用下点 A 的铅垂位移,关键是要求解出杆 1、2 的伸长量,而伸长量取决于杆 1、2 受到的拉力。本应按变形后的尺寸计算杆 1、2 的拉力,但变形后杆 1、2 与铅垂线的夹角也不再是  $\theta$ ,而是未知的。如果假设是小变形,则可按变形前的原始尺寸计算杆 1、2 的拉力,以保证问题在几何上是线性的。这种变形微小及按原始尺寸和形状进行计算的概念,在材料力学中将经常用到,它使计算得到很大的简化。

概括起来讲,在材料力学中是把实际材料看作均匀、连续、各向同性的可变形固体,且大多数场合下局限在弹性变

形范围内和小变形条件下进行研究。

### 1.3 外力及其分类

对于所研究的构件来说,其他构件与物体作用于其上的力均为外力(external force),包括载荷和约束力。外力按其作用方式可分为体积力和表面力。作用在构件各质点上的外力称为体积力(body force),例如构件的重力和惯性力均为体积力。作用在构件表面上的外力,称为表面力,例如作用在高压容器内壁的气体或液体压力。

按照表面力在构件表面的分布情况,又可分为分布力和集中力。连续分布在构件表面某一范围的力,称为分布力(distributed load)。如果分布力的作用面积远小于构件的表面面积,或沿杆件轴线的分布范围远小于杆件长度,则可将分布力简化为作用于一点处的力,称为集中力(concentrated load)。

按照载荷随时间变化的情况,可分为静载荷(static load)和动载荷(dynamic load)。前者是指载荷缓慢地由零增加到一定值,以后保持不变或变动很小,其特征是在加载过程中,构件的加速度很小可以忽略不计。例如,物体在静止状态所受的重力,建筑物中的支柱、房梁在正常情况下所承受的载荷,均属静载荷;后者是指大小或方向随时间而变化的载荷,例如,锻造时汽锤锤杆受到的冲击力为动载荷。如图 1-6 所示的连杆,其所受压力  $F$  随时间变化,也属于动载荷。材料在动载荷与在静载荷下的力学性能颇不相同,分析方法也有差异,在所分析的问题中,应当重视载荷的性质。静载荷问题相比动载荷问题较为简单,掌握静载荷的理论和分析方法,又是解决动载荷问题的基础,所以首先重点研究静载荷问题,本书将在第 13 章专门研究动载荷问题。

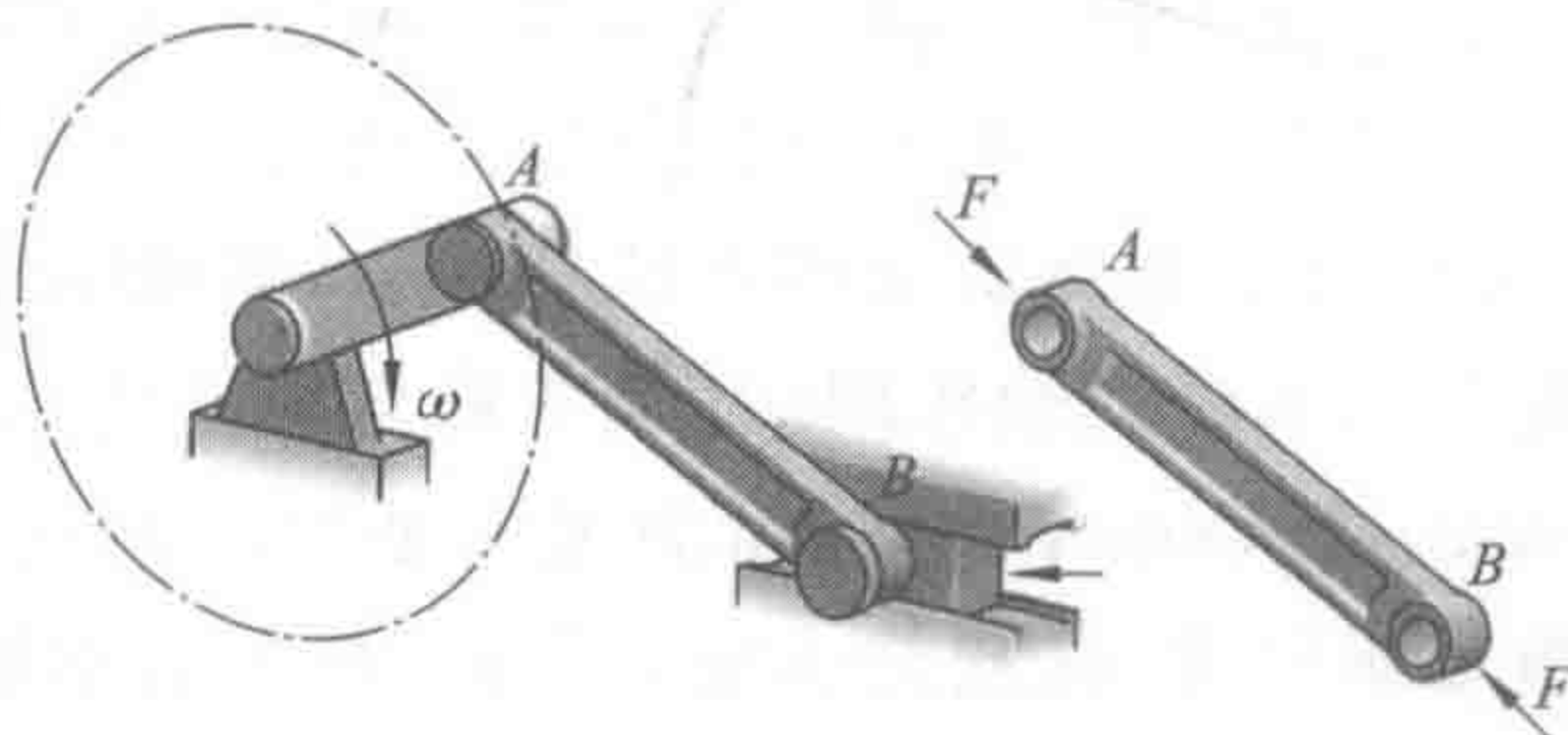


图 1-6



## 1.4 内力与截面法

### 1.4.1 内力的概念

在外力作用下,构件发生变形,同时构件内部相连各部分之间产生相互作用力,称为内力(internal force)。由物理学可知,即使不受外力作用,构件内部各质点之间也存在着相互作用力,它用来维持物体各部分之间的联系并保持其原有的形状,但这不属于材料力学研究的范畴。材料力学中所要研究的内力是指构件受到外力作用时,其内部各部分之间因相对位置发生变化,从而引起的相互作用力的改变,其改变量称为内力。可见,内力是构件各部分之间相互作用力因外力而引起的附加值,即“附加内力”。这样的内力,随外力的增长而增大,达到某一限度时将引起构件破坏。构件的强度、刚度及稳定性,与内力的大小及其在构件内的分布情况密切相关。因此,内力分析是解决构件强度、刚度与稳定性问题的基础。

### 1.4.2 截面法

由刚体静力学可知,为了分析两物体之间的相互作用力,必须将该二物体分离。同样,要分析构件在外力作用下  $m$ - $m$  截面上的内力,可假想通过该截面把构件分为 I, II 两部分,设法把内力转化为外力的形式,就可用理论力学的方法来分析。例如,要分析如图 1-7(a)所示杆件横截面  $m$ - $m$  上的内力,先假想地沿该截面将杆件切开,将构件分为 I, II 两部分,任取其中一部分为研究对象(如 I 部分),弃去另一部分(如 II 部分)。要使 I 部分保持原平衡,除了有  $F_1, F_2$  作用外,  $m$ - $m$  截面上还有 II 部分作用于 I 部分的力,如图 1-7(b)所示。根据作用与反作用定律, I 部分也有大小相等、方向相反的力作用于 II 部分。I, II 两部分之间的相互作用力,就是构件  $m$ - $m$  截面上的内力。根据连续性假设,内力在截面  $m$ - $m$  上各点处都存在,故为分布力系。

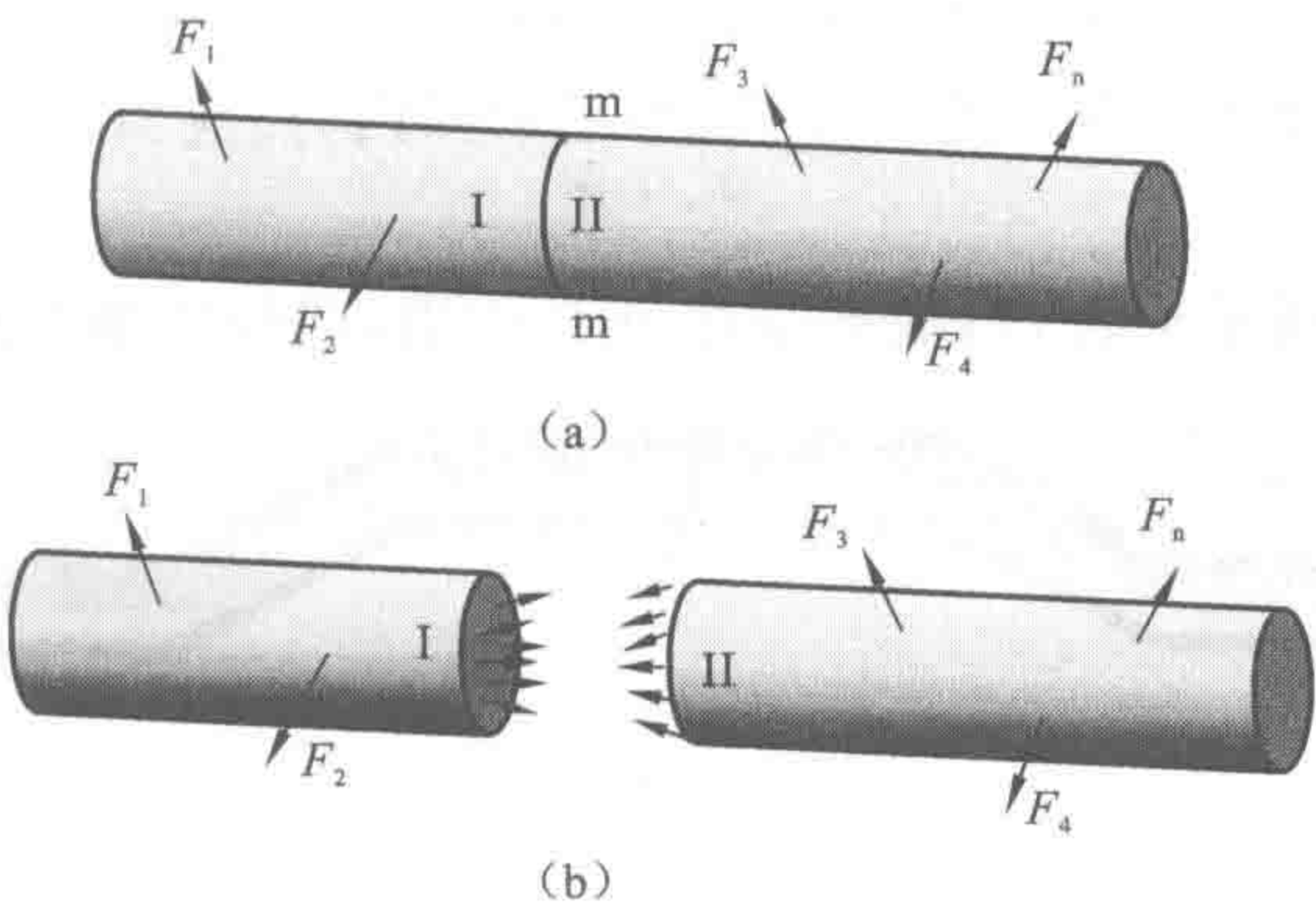


图 1-7

应用力系简化理论,将上述分布内力向横截面的任一点,例如形心  $C$  简化得主矢  $F_R$  与主矩  $M$ (图 1-8(a))。为便于分析内力,沿截面轴线方向建立坐标轴  $x$ ,在所切横截面内建立坐标轴  $y$  与  $z$ ,并将主矢与主矩沿上述三轴分解,得内力分量  $F_N, F_{Sy}$  与  $F_{Sz}$ ,以及内力偶矩分量  $M_x, M_y$  与  $M_z$ ,如图 1-8(b) 所示。



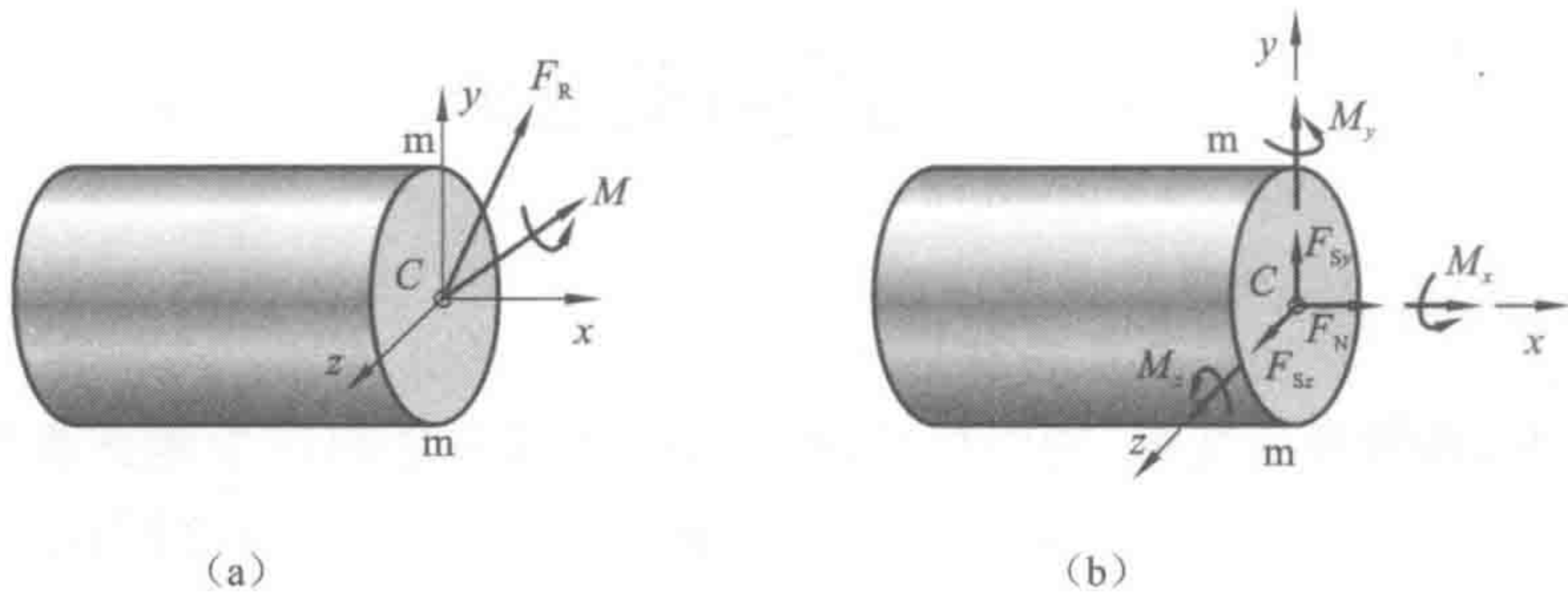


图 1-8

作用线垂直所切横截面并通过其形心的内力分量  $F_N$ , 称为轴力; 作用线位于所切横截面的内力分量  $F_{Sy}$  与  $F_{Sz}$ , 称为剪力; 矢量沿轴线的内力偶矩分量  $M_x$ , 称为扭矩; 矢量位于所切横截面的内力偶矩分量  $M_y$  与  $M_z$  称为弯矩。上述内力及内力偶矩分量与作用在切开杆段上的外力保持平衡, 因此, 由平衡方程

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0, & \sum F_y &= 0, & \sum F_z &= 0 \\ \sum M_x &= 0, & \sum M_y &= 0, & \sum M_z &= 0 \end{aligned}$$

即可建立内力与外力间的关系。为叙述简单, 以后将内力分量与内力偶矩分量统称为内力分量。很多情况下, 杆件横截面上仅存在一种、两种或三种内力分量。以上关于内力分量的定义与坐标轴的选取, 将在以后的章节中进一步论述。

将杆件假想地切开以显示内力, 并由平衡方程建立内力与外力间的关系或由外力确定内力的方法, 称为截面法 (method of section)。截面上的内力是由外力引起的, 与脱离体上的外力组成平衡力系, 满足平衡方程, 这就是截面法计算内力的依据。截面法是分析杆件内力的基本方法, 可将其归纳为以下三个步骤:

- (1) 截开。在欲求内力的截面处, 假想地把构件截为两部分, 保留其中任一部分作为研究对象;
- (2) 代替。画出保留部分的脱离体受力图, 将弃去部分对保留部分的作用以内力代替;
- (3) 平衡。对保留部分建立静力平衡方程, 确定未知内力。应当注意, 截开面上的内力对保留部分而言已属外力了。

**例 1.1** 图 1-9(a) 所示杆件, 两端承受载荷  $F$  作用, 试分析横截面 m-m 上的内力。

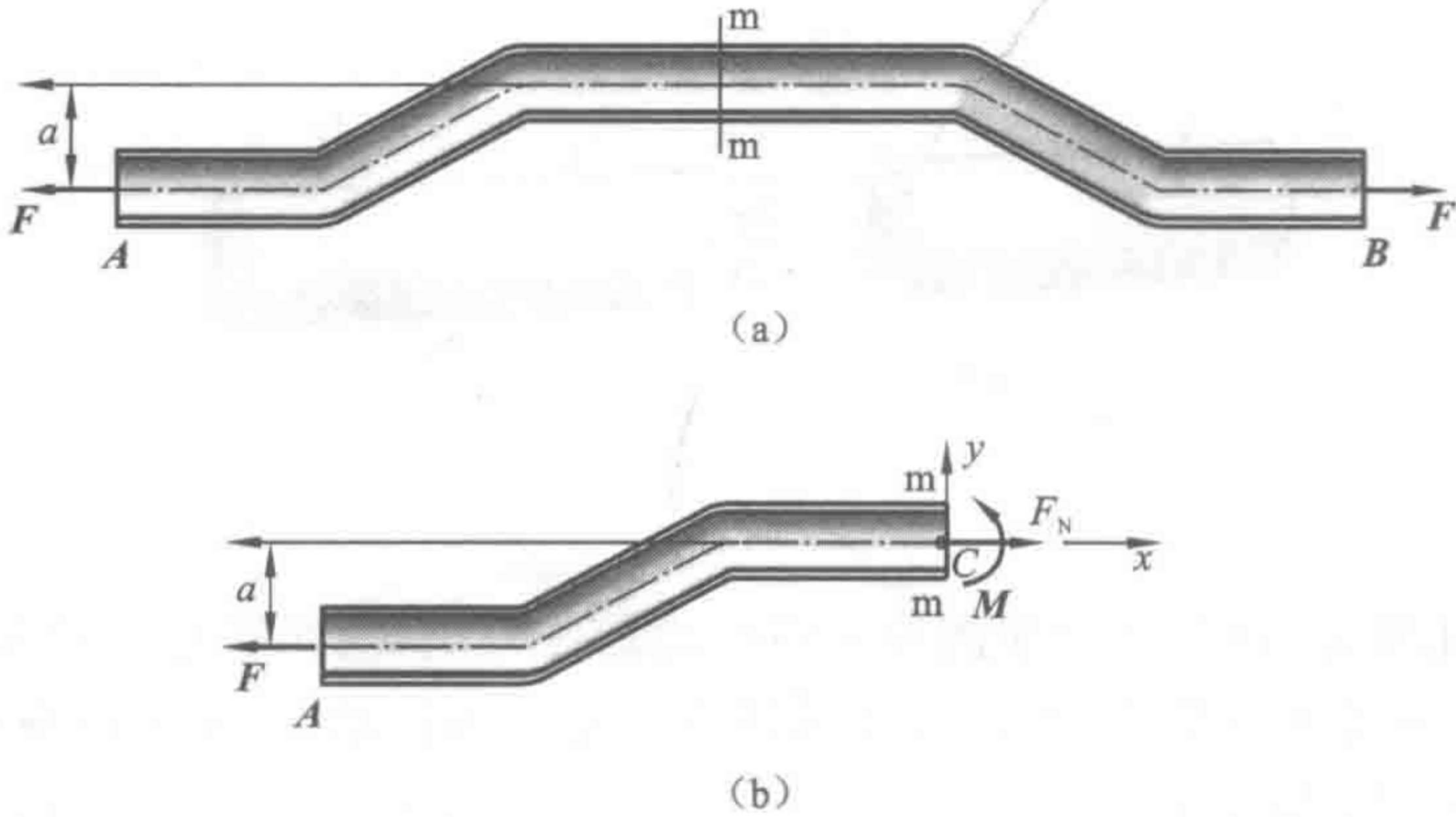


图 1-9



**解** 利用截面法,沿截面 m-m 假想地将杆切开,并选切开后的左段为研究对象(图 1-9b)。

首先可以看出,在截面 m-m 上,存在一个通过截面形心  $C$  的轴向内力,即轴力  $F_N$ ;其次,由于轴力  $F_N$  与外力  $F$  平行但不共线,从而构成一个位于  $x-y$  平面的力偶,因此,在截面 m-m 上,还将存在一个矢量位于所切横截面上的内力偶矩,即弯矩,并用  $M$  表示。

于是,由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_N - F = 0$$

$$\sum M_C = 0, \quad M - Fa = 0$$

解得

$$F_N = F, \quad M = Fa$$

如果选择切开后的右段为研究对象,所得计算结果相同。

## 1.5 应 力

如上所述,内力是构件内部相连部分之间的相互作用力,并沿截面连续分布。为了描述内力的分布在截面上一点处的强弱程度,引入内力分布集度即应力(stress)的概念。

为求得受力构件横截面上任一点  $C$  处的内力分布集度,围绕  $C$  点取一微面积  $\Delta A$ ,如图 1-10(a) 所示。假设其微面积上的合力为  $\Delta P$ ,则  $\Delta P$  与  $\Delta A$  的比值称为  $\Delta A$  上的平均应力,用  $\bar{p}$  表示

$$\bar{p} = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1-1)$$

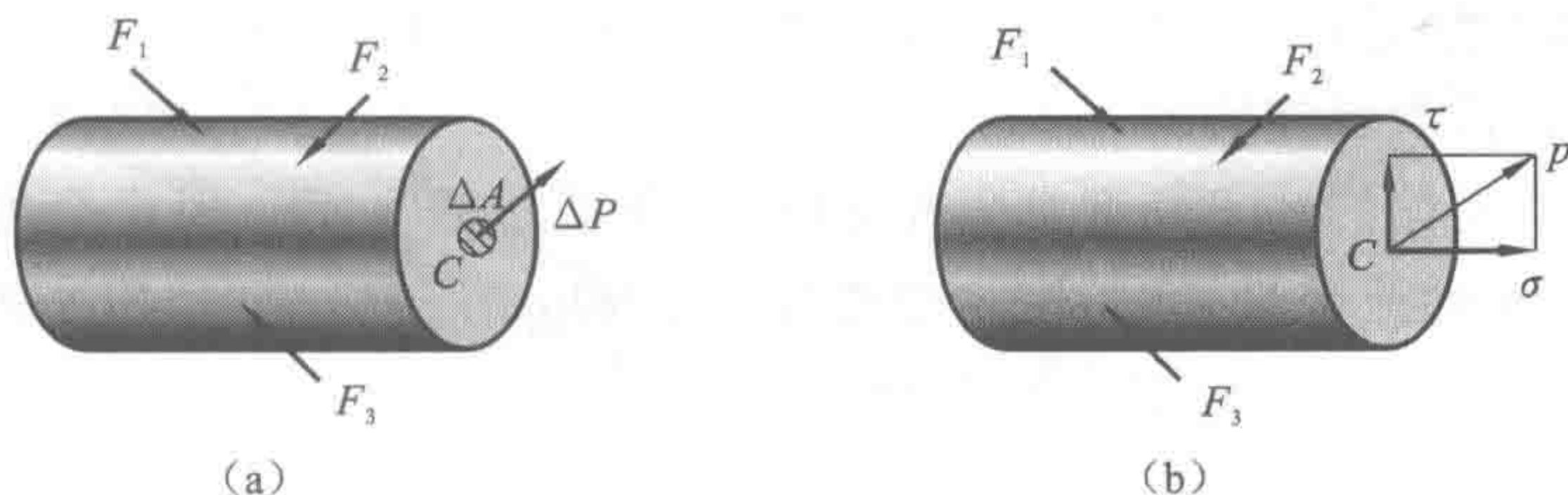


图 1-10

一般情况下,内力并不是均匀分布的,平均应力  $\bar{p}$  的大小和方向将随所取微面积  $\Delta A$  的大小而异,所以它并不能真实地表明内力在  $C$  点的强弱程度。为了更精确地描述内力的分布情况,应使  $\Delta A$  趋近于零,由此所得平均应力的极限值,即为  $C$  点处的内力集度,称为  $C$  点处的应力或总应力,并用  $p$  表示。

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-2)$$

应力  $p$  是一个矢量,它的方向是  $\Delta P$  的极限方向。一般情况下,既不与截面垂直,也不与截面相切。为了分析方便,通常将应力  $p$  沿着截面的法向与切向分解为两个分量。沿截面法向的应力分量,称为正应力(normal stress),并用  $\sigma$  表示;沿截面切向的应力分量,称为切应力(shearing stress),并用  $\tau$  表示。显然有

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1-3)$$

在国际单位制中,力与面积的基本单位分别为  $N$  与  $m^2$ ,应力的单位为  $Pa$ (帕),称为“帕斯