

面向工程教育的本科计算机类专业系列教材

Introduction to
Discrete Mathematics

离散数学 导论 (第5版)

徐洁磐

高等教育出版社

面向工程教育的本科计算机类专业系列教材

Introduction to
Discrete Mathematics

离散数学 导论 (第5版)

徐洁磐

高等教育出版社·北京

内容提要

本教材是 1982 年问世的《离散数学导论》的第 5 版，本版基本上保持原第 4 版的风格与内容，并作了一定的修改，使内容更为简洁，难度更为降低，重点更为突出，学科体系性更为加强。

本版由六篇 14 章组成，内容包括绪言、集合论、代数系统、图论、数理逻辑及离散建模等，适合 54~72 学时的教学需要。

本教材的特色是：内容少而精、深入浅出、学以致用，突出学科体系。在本版教材中引入了数字课程资源，使得教材内容更为丰富。

本书可作为高等院校计算机有关专业本科“离散数学”课程的教材或参考书，也可供从事计算机工作的科研人员、工程技术人员以及其他有关人员参考。本教材并配有相应的辅导教材《离散数学导论（第 5 版）学习指导与习题解析》及电子教案等。

图书在版编目(CIP)数据

离散数学导论 / 徐洁磐编著. --5 版. --北京：
高等教育出版社, 2016. 12

ISBN 978-7-04-046667-6

I. ①离… II. ①徐… III. ①离散数学—高等学校—
教材 IV. ①O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 265854 号

策划编辑 张海波

责任编辑 张海波

封面设计 赵 阳

版式设计 马敬茹

插图绘制 杜晓丹

责任校对 陈旭颖

责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京中科印刷有限公司

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>

开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 18.25
字 数 410 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

版 次 1982 年 6 月第 1 版
2016 年 12 月第 5 版
印 次 2016 年 12 月第 1 次印刷
定 价 30.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 46667-00

与本书配套的数字课程资源使用说明

与本书配套的数字课程资源发布在高等教育出版社易课程网站，请登录网站后开始课程学习。

一、网站登录

1. 访问 <http://abook.hep.com.cn/1877010>，单击“注册”按钮。在注册页面输入用户名、密码及常用的邮箱进行注册。已注册的用户直接输入用户名和密码登录即可进入“我的课程”界面。
2. 单击“我的课程”页面右上方“绑定课程”，按网站提示输入教材封底防伪标签上的数字，单击“确定”完成课程绑定。

The screenshot shows the registration page for the digital course. At the top, the title '离散数学导论（第5版）' and author '徐洁磐' are displayed. Below the title, there are input fields for '用户名' (Username), '密码' (Password), and '验证码' (Captcha) with the code '2978'. A '进入课程' (Enter Course) button is next to the captcha field. To the right is a '注册' (Register) button. Below these fields, there are tabs for '内容介绍' (Content Introduction), '纸质教材' (Physical Textbook), '版权信息' (Copyright Information), and '联系方式' (Contact Information). Under '联系方式', contact details are listed:

- 内容编辑：张海波
- 电话：010-58581733
- e-mail：zhanghb@hep.com.cn
- 技术咨询：赵莉
- 电话：010-58581431
- e-mail：zhaoli@hep.com.cn

On the right side of the page, there is a QR code labeled '扫描下载移动版' (Scan to download mobile version) and a navigation bar with arrows pointing right labeled '注册 > 登录 > 绑定课程' (Register > Login > Bind Course). A note at the bottom states: '第一步：点击“注册”按钮，进行用户注册。已注册用户可直接登录。' (Step 1: Click the 'Register' button to register the user. Registered users can log in directly.)

3. 在“正在学习”列表中选择已绑定的课程，单击“进入课程”即可浏览或下载与本书配套的课程资源。刚绑定的课程请在“申请学习”列表中选择相应课程并单击“进入课程”。

账号自登录之日起一年内有效，过期作废。

使用本账号如有任何问题，请发邮件至：ecourse@pub.hep.cn。

二、资源使用

与本书配套的易课程数字课程资源按照篇、章、节知识树的形式构成，包括以下内容，可供教师下载使用，也可供学生课前预习或课后复习使用。

1. 电子教案：教师上课使用的与课程和教材配套的教学 PPT。

2. 教师教学建议：为教好本课程给教师的一些具体建议。

3. 学生学习建议：为学好本课程给学生的一些具体建议。

4. 知识的进一步解释：由于离散数学的抽象性，因此须对其中的一些概念、思想与方法作进一步的解释。

5. 知识补充：为使学生对所学知识有更深层次了解须补充一些知识以增强理解。

第 5 版序言

《离散数学导论》自 1982 年出版至今已有 34 年,中间已经 4 次改版,这次已是第 5 版了,这表明了这本教材生命力的所在。而其原因是它在保持原有内容基础上能不断改进、不断提高、与时俱进,使之能与计算机科学技术的迅速发展、现代数学发展及计算机教学事业的发展保持同步,能不断满足广大学生教学之需。

本版的修改原则是:保持第 4 版的基本面貌与内容不变,在此基础上作了一定的修改与补充,使教材内容更为简洁、特色更为明显、学科体系性更为增强。

本版的不变性主要表现在以下三个方面。

(1) 定位不变:即面向普通高等院校计算机科学技术及软件工程专业本科“离散数学”课程且学时数为 54~72 学时。

(2) 结构体系不变:全书的篇、章结构、顺序及主要内容不变。即保持第 4 版中原有的六篇 14 章结构及内容组成。

(3) 特色不变:保持第 4 版中原有的教材特色不变,并有所增强。
在保持三个不变的基础上作了如下三个方面的调整。

(1) 降低难度:对教材中抽象性高、内容烦琐的概念、证明及例子做必要的修改及调整,使学生更能理解与接受。

(2) 减少篇幅:在保持原有结构体系基础上对某些内容作必要的删减,以减轻学生过重负担。

(3) 增强学科体系性:突出离散数学各门分支学科的特色又保持其关联性,并致力于组成一个完整、系统的学科体系。

在具体修改中,我们对其中的每一篇作了如下调整。

- (1) 第一篇绪言:重新改写了绪言以增强学科特色。
- (2) 第二篇集合论:对该篇增加综合性介绍,对其中某些概念作了进一步的说明,简化了部分定理证明。
- (3) 第三篇代数系统:对 5.2 节作了更系统性的介绍;对第 6 章中节的设置作了调整,6.1 节作了一定的删减,6.2~6.5 节中的部分概念与定理证明作了重写与进一步的简化;7.1 节作了

删减。

(4) 第四篇图论:对 9.4 节作了部分的重写。

(5) 第五篇数理逻辑:对 11.1 节与 11.2 节中部分内容作了进一步的说明与简化,12.2 节及 12.3 节作了一定的补充说明,12.4 节作了一定的删减。

(6) 第六篇离散建模:对 14.1 节中的图作了修改,对 14.3 节内容作了简化,对 14.4 节中的例子作了重新更换。

最后,对第 4 版中的一些错误作了订正,对其中部分节名作了更为确切的命名。

在本版教材中引入了数字课程资源的使用,使得教材在降低难度、减少篇幅的同时增强了学科的体系性。

修订后的教材更为精练易懂,特色更为突出,学科的体系得到了加强。

一本有生命力的教材一定要有特色,本教材的特色如下。



课时安排建议

(1) 把握少而精原则

在内容选材上坚持少而精,选取具有代表性的核心内容,通过精讲精练达到举一反三的效果。

在篇幅上本版教材比上版减少近 4 万字,适合 54~72 学时的教学需要。这在当今高校教学中课时减少的情况下,是一种理性的回归。

(2) 把握深入浅出原则

教材是面向学生的,为使学生接受数学抽象思维与计算思维,培养相应能力,在教材中须对离散数学的基本概念与性质作详细的讲解,从具体例子出发以达到抽象的目的。同时,在了解数学的抽象表示同时,更要注重其实际的形式语义,使学生能掌握它们的精髓并能灵活地应用。

(3) 把握学以致用原则

离散数学是计算机专业的核心课程,它与高等数学有所不同。学习离散数学必须与计算机相结合,为计算机应用服务,其主要内容是计算思维能力的培养与离散建模能力的训练,通过对它们的学习,使学生掌握以离散数学作为工具来解决实际问题的方法。

(4) 增强学科体系性

离散数学是一门学科,各分支学科均有极强的特色,但相互间又紧密关联,这就是离散数学的“离散性”与“关联性”。两者有机结合,组成一个完整、系统的学科体系。

本教材可作为高等院校计算机本科相关专业“离散数学”课程的教材或参考书,也可供从事计算机工作的科研人员、工程技术人员以及其他有关人员参考。



教师要求

本教材配有相应的辅助教材《离散数学导论(第 5 版)学习指导与习题解析》及电子教案以配合主教材的使用。

在书中凡标有“*”之章节可略去不讲,这为学时较少的课程提供了更大的选择空间。

在本版修订过程中得到了南京大学计算机软件新技术国家重点实验室的支持,同时还得到南京大学计算机科学与技术系的徐永森教授及朱怀宏副教授的支持,特此表示感谢。

徐洁磐

南京大学计算机软件新技术国家重点实验室

南京大学计算机科学与技术系

2016.03

第4版序言

本书第1版出版至今已近30年,现在已经是第4版了,它仍在保持原有风格的基础上继续改进和提高,以不断满足计算机专业广大师生的教学之需。

在这一版的修改中,作者坚持如下的编写方针。

1. 保持本书一贯的风格,坚持三个编写原则,即取材少而精的原则、编写简明易懂的原则、读者群体以计算机应用型本科学生为主的原则。

2. 为适应目前课程学时减少及学以致用的发展趋势,对教材内容作适当调整,进一步突出了重点。具体说来,在六篇内容中重点突出数理逻辑。此外,集合论突出集合的基本概念与关系;代数系统突出系统的整体性与群论;图论突出图的结构性与树;而数理逻辑则突出形式化推理。为适应离散数学在计算机学科中的地位与作用,本书还增加了“离散建模”的内容。

3. 一本好的教材不但需要不断增添新的内容,同时也需要不断淘汰落后、过时的内容,只有这样不断地新陈代谢与吐故纳新,教材才具有生命力。在本书此次改版中,我们对内容不但作了一定的增添,而且作了大胆的删减,并保持了总体上的平衡。

4. 离散数学是一门数学课程,因此要有严谨的抽象思维与逻辑推理训练,同时离散数学又是为计算机专业学生开设的课程,重在如何将其应用于计算机领域的实际中。因此本书一方面注重让学生建立严密的逻辑推理思维,另一方面却不追求过于烦琐的定理证明,这两者的有机结合,使得本书既能突出数学特色,又不过分强调数学的非本质性细节,使离散数学真正成为计算机专业所需的核心课程。

在具体修改的过程中,我们对书中的每一篇进行了如下的增、删、改。

1. 第一篇——绪言:重新改写了绪言。
2. 第二篇——集合论:适当调整了篇中部分章节内容,简化了部分定理证明。
3. 第三篇——代数系统:增添了代数系统整体性的部分内容,大量删减了环论中的内容,对格论中的内容作了部分修改,强调了它的代数性质,并加强了对布尔代数的介绍。
4. 第四篇——图论:保留了图论原理与树这两部分内容,删除了平面图与两步图的全部内容。
5. 第五篇——数理逻辑:增加了部分形式推理内容,删除了非经典逻辑介绍的全部内容及

数理逻辑的公理化理论的部分内容。

6. 最后,增加了新的一篇,即第六篇——离散建模。

同时,对第3版中存在的错误作了全面的校正。

一本有生命力的教材一定要有特色,本书的特色是:

1. 内容简洁——篇幅短小,这是为了符合取材少而精的原则,也是为了适应目前课程学时的需要;

2. 重点突出——突出数理逻辑,因为数理逻辑是研究形式推理的学科,它对计算机专业的学生特别重要;

3. 学以致用——增加离散建模内容,因为学习离散数学的根本目的是为了解决应用中的问题。

这三个特色也可以作为本序言的小结。

为使教材更适应教学需要,本书还配有相应的辅导教材——《离散数学导论(第4版)——学习指导与习题解析》以及电子教案。

经过修改后的版本,其内容重点更为突出,适用性也更强,特别适合于50~70学时的离散数学课程的需要。在书中凡标有“*”之章节可以略去不讲,这些章节可为学时较少的课程提供更多的选择空间。在第4版修订过程中得到了南京大学计算机软件新技术国家重点实验室的支持,同时还得到了南京大学计算机科学与技术系的徐永森教授及朱怀宏副教授的支持,在此表示感谢!

徐洁磐

南京大学计算机软件新技术国家重点实验室

南京大学计算机科学与技术系

2010.10

目 录

第一篇 离散数学概论

第二篇 集 合 论

第1章 集合论基础	7	2.8 等价关系	34
1.1 集合的基本概念	7	习题2	37
1.2 集合运算	9	第3章 函数	39
1.3 幂集	14	3.1 函数的基本概念	39
习题1	15	3.2 复合函数、反函数、多元函数	41
第2章 关系	17	* 3.3 常用函数介绍	43
2.1 关系的预备知识—— n 元有序组与笛卡儿乘积	17	习题3	43
2.2 关系的基本概念	18	第4章 有限集与无限集	45
2.3 关系的运算	20	4.1 有限集与无限集基本概念	45
2.4 关系的五个重要性质	23	* 4.2 有限集	46
2.5 关系上的闭包运算	25	4.3 无限集的性质	48
2.6 次序关系	28	习题4	52
* 2.7 相容关系	32	第二篇复习指导	53
		第二篇总复习题	57

第三篇 代 数 系 统

第5章 代数系统基础	63	第6章 群论	82
5.1 代数系统的基本概念	63	6.1 群的基本概念	82
5.2 代数系统九个基本性质	65	6.2 变换群	85
5.3 同构与同态	68	6.3 有限群	87
5.4 代数系统分类	78	6.4 循环群	90
习题5	80	6.5 子群	93

* 6.6 正规子群	97
习题 6	99
第 7 章 环论、格论与布尔代数	101
* 7.1 环论	101

7.2 格论与布尔代数	102
习题 7	109
第三篇复习指导	110
第三篇总复习题	112

第四篇 图 论

第 8 章 图论原理	116
8.1 图的基本概念	116
8.2 通路、回路与连通性	123
8.3 图的矩阵表示法	127
习题 8	133

第 9 章 常用图——树与欧拉图	135
9.1 树的基本性质	135

9.2 有向树	136
9.3 二元树	139
9.4 生成树	142
9.5 欧拉图	145
习题 9	147

第四篇复习指导	149
第四篇总复习题	152

第五篇 数理逻辑

第 10 章 命题逻辑	157
10.1 命题与命题联结词	157
10.2 命题变元与命题公式	162
10.3 重言式	164
10.4 命题逻辑的基本等式及 等式推理	165
10.5 命题逻辑的基本蕴涵式及 蕴涵推理	170
10.6 范式	175
10.7 命题联结词的扩充与归约	180
习题 10	183

第 11 章 谓词逻辑	185
11.1 谓词与个体	185
11.2 量词	187
11.3 函数	189
11.4 谓词逻辑公式	190

11.5 自由变元与约束变元	191
11.6 谓词逻辑的永真公式	193
11.7 谓词逻辑的等式推理	196
11.8 谓词逻辑的蕴涵推理	197
11.9 谓词逻辑范式	199
习题 11	201

* 第 12 章 数理逻辑的公理化理论	202
12.1 公理化理论的基本思想	202
12.2 命题逻辑、谓词逻辑的公理化 理论	203
12.3 数理逻辑应用公理系统	211
12.4 谓词逻辑的自动定理证明	214
习题 12	222

第五篇复习指导	223
第五篇总复习题	225

第六篇 离散建模

第 13 章 离散建模概念与方法	230
13.1 离散建模概念	230
13.2 离散建模方法	230

13.3 离散建模方法的五个步骤	233
习题 13	234

第 14 章 离散建模应用实例	236	14.4 操作系统中死锁检测的离散建模	257
14.1 数字逻辑电路中的离散建模	236	习题 14	260
14.2 电话线路故障影响分析中的离散建模	241	第六篇复习指导	262
14.3 数据库中关系数据模型的离散建模	245	第六篇总复习题	264
附录一 常用符号一览表	265		
附录二 中英文名词对照表	267		
参考文献	275		

第一篇 离散数学概论

本篇主要介绍离散数学基本概貌,包括它的特征、内容、组成及它和计算机科学与技术间关系等,使读者对离散数学有一个全面、系统的了解.

1. 离散数学特征

离散数学是数学的一大类,它以离散量作为其研究对象,如自然数、整数、字母表、代码表、符号串及真假值等,而数学分析则以连续量为其研究对象.这两种数学在研究对象上的明显差异,构成了数学的两大类——离散数学与连续数学.

离散数学有以下几个特征.

(1) 离散性——离散数学以离散量为其研究对象,并以介绍离散量间关系为其主要内容.

(2) 可构造性——问题求解是数学研究的重要内容,离散数学特别重视求解中的可构造性.所谓可构造性即是在求解中注重其过程与步骤,且这些步骤是有限的、有规则的.可构造性为问题求解中算法建立奠定了理论基础.

(3) 抽象性——离散数学具有比传统数学更高的抽象性.传统数学研究的基础对象是“数值”,而离散数学研究的基础对象是抽象的“元素”;传统数学研究的是数值间的“运算”关系,而离散数学研究的是元素间的多种“抽象”关系;传统数学中不研究推理的形式化,而离散数学中强调并研究推理的抽象性与形式化.离散数学的抽象性使它具有对实际应用更高与更广的指导意义.

2. 离散数学与计算机科学技术

在计算机科学与技术的研究中需要有一定的方法与手段,常用的是数学与实验,而当用数学作为手段时,由于计算机科学与技术的研究对象多为



本篇介绍



授课建议



学习建议



本篇 PPT

离散量,因此多选用离散数学.

在计算机的发展历史中,离散数学起着至关重要的作用,在计算机产生前,图灵机理论对冯·诺依曼计算机的出现起到了理论先导作用;布尔代数对数字逻辑电路分析与设计的指导价值;自动机理论对编译系统开发具有理论意义;谓词逻辑推理理论对程序正确性证明以及软件自动化理论的产生都起到了奠基性的作用.此外,将代数系统、数理逻辑与关系理论相结合所开发的关系数据库开创了理论引导产品的先例.同时,离散数学在人工智能及专家系统中均起到了直接的或指导性的作用.

以上的历史已充分说明,离散数学作为一种强有力的工具在计算机科学与技术的研究及应用中起到了重要作用.它已成为学习、掌握、研究计算机科学与技术所必需的理论基础.

近年来,它在信息技术领域等多个学科中也越来越起到重要的作用.如利用代数系统所开发的编码理论已应用于数据通信领域中,利用数论所开发的密码技术已广泛应用于信息安全领域中.

3. 离散数学内容组成分析

凡一切以离散量为对象的数学均称为离散数学.因此离散数学的内容与领域非常广泛,如目前最为流行的集合论、数理逻辑、代数系统及图论等.此外,如组合数学、数论、离散概率、有限自动机理论、图灵机理论及递归函数论等均属离散数学内容.

但就学科而言则有轻重不同,在离散数学的多个分支中均涉及以下三个基本问题:

- 学科的研究对象
- 学科的研究内容
- 学科的研究方法

而在离散数学中,集合主要研究学科“对象”的公共规律,关系主要研究学科“内容”的一般性规则,而学科的研究“方法”主要有三种:“运算”、“推理”与“抽象结构”.其中代数系统是以抽象运算规则为研究方法,数理逻辑以推理方法为研究方法,最后,图论是以离散对象上的二元关系抽象结构规则为其研究方法.因此,在离散数学各分支中,集合论(包括关系)、代数系统、图论与数理逻辑无疑是最重要的,它们各具特色,构成了离散数学的核心.

但是离散数学又并不“离散”,离散数学四大核心内容间紧密关联,相互配合构成一个逻辑上的整体,这就是离散数学的“关联性”.

4. 离散数学四大核心内容的特征

离散数学四大核心内容各有其研究特性,主要表现在以下四个方面.

(1) 集合论(与关系):集合论是数学的基础,也是离散数学的基础,它研究数学中学科分支的关注对象与内容的一般性规则.其中集合研究数学中各学科分支所关注对象的一般性规则;关系则研究数学中各学科分支所研究内容要素的一般性规则;而函数则是一种规范、标准的关系,它研究这种特殊关系的一般性规则.

(2) 数理逻辑:数理逻辑是以形式逻辑为其研究目标,以形式化推理为其研究方法的一个数学分支.它以个体集为研究对象,以关系的另一种表示形式——谓词为研究内容要素,而以形式化推理为研究方法.因此,数理逻辑是研究关系的形式推理理论的一个数学分支.

(3) 代数系统:代数系统是以集合为研究对象,以关系的又一种表示形式——抽象运算为研究内容,以运算规则所组成的系统为其研究方法.因此代数系统也是一个研究特定关系的数学分支.

(4) 图论:图论是以结点为元素所组成的集合为研究对象,以图结构形式表示关系作为其研究内容,以抽象世界中事物间的某些固定结构规则为其研究特色,其主要的抽象结构有路、树、图等.图论也是一个研究特定关系的数学分支.



篇章顺序安排



离散数学与高等数学的区别

5. 离散数学与计算机科学技术

离散数学是计算机专业的核心课程,它与计算机科学与技术关系紧密,主要表现为下面两点.

(1) 计算思维能力的培养

计算思维能力的培养主要表现在如下几个方面:

- 抽象思维与符号化能力的培养
- 形式化的逻辑推理能力的培养
- 可构造性能力的培养

(2) 离散建模

离散数学课程设置的目的是作为工具,用于计算机相关领域的应用与研究,构造抽象数学模型,称之为离散模型.而构建离散模型的过程称离散建模.进一步,用离散数学的方法对离散模型进行求解并获得结果,称之为离散模型的解.

实际上,离散建模也是计算思维能力的一个主要内容,但由于它的的重要性因此将其作为独立部分专门介绍.

6. 小结

从整体看,离散数学由五层结构组成,它们构成了一个完整、系统的体系.

- 对象层——集合
- 内容层——关系
- 方法层——代数系统、图论与数理逻辑
- 应用层——离散建模
- 求解层——可构造性

它可用图 0.1 表示之.这个图也组成了本教材的内容框架.

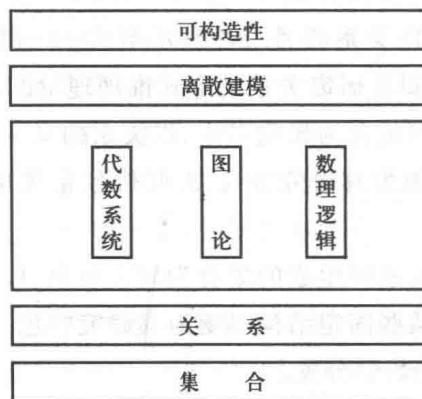


图 0.1 离散数学五层结构体系图

本教材一共六篇,除本篇外,分别是:集合论、代数系统、图论、数理逻辑及离散建模.在这六篇中分别介绍了五层体系结构内容,其中:

- 对象层由集合论介绍;
- 内容层由集合论介绍;
- 方法层分别由代数系统、图论、数理逻辑介绍;
- 应用层由离散建模介绍;
- 求解层(即可构造性层)分别由代数系统中运算组合表、代数运算规则、图论中的矩阵表示法及相关算法、数理逻辑中消解原理介绍.