



波浪数学模型与 物理模型的确定性联合模拟



张海文 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

波浪数学模型与 物理模型的确定性联合模拟

· 张海文 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

· 北京 ·

内 容 提 要

本书是一部关于波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟的专著。书中系统地介绍了线性波和椭圆余弦波的造波理论，在此基础上阐述了一种特定统一造波理论的基本原理；详细介绍了应用特定统一造波理论实现波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟的方法和过程。

本书可供相关专业科学研究及工程技术人员使用，同时也可作为相关专业研究生和高年级本科生的教学参考书。

图书在版编目（C I P）数据

波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟 / 张海文著. — 北京：中国水利水电出版社，2017.1
ISBN 978-7-5170-5132-9

I. ①波… II. ①张… III. ①数学模型—波浪模型试验—模拟试验②物理模型—波浪模型试验—模拟试验
IV. ①TV139.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第019267号

书 名	波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟 BOLANG SHUXUE MOXING YU WULI MOXING DE QUEDINGXING LIANHE MONI
作 者	张海文 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	三河市鑫金马印装有限公司
规 格	170mm×240mm 16开本 9印张 172千字
版 次	2017年1月第1版 2017年1月第1次印刷
定 价	45.00元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前言

随着经济的不断发展，人类对海洋、海岸和近海地区的开发日益增多。波浪作为重要的物理现象和海洋、海岸工程中主要动力因素之一，一直受到广泛关注，对波浪复杂现象的正确描述和呈现也一直是学者研究的重点。通过对波浪数学模型与物理模型的确定性联合，为正确模拟波浪从大范围海域传播至近岸波浪破碎及结构物附近的复杂非线性波浪问题提供了一种有效的方法，在海岸工程应用中具有重要的实际意义。

作者在丹麦 DHI Water & Environment (DHI) 和丹麦技术大学 (Technical University of Denmark, DTU) 攻读博士学位期间对近岸波浪数学模型与物理模型的确定性联合方法进行了创新性的研究。本书以该研究内容为基础，对波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟进行了系统的介绍。全书共分为 8 章，第 1 章概述了波浪数学模型与物理模型确定性联合模拟的概况、背景和方法。第 2 章和第 3 章分别为线性造波理论和椭圆余弦波造波理论。第 4 章讲述丹麦 DHI 开发的 DHI (3D) AWACS 造波机控制系统的主动式波浪吸收理论。第 5 章讲述二维的特定统一造波理论 (ad hoc unified wave generation) 以及应用该理论在波浪水槽中实现波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟的实验验证。第 6 章是在第 5 章内容的基础上，将二维问题推广至三维，建立三维的特定统一造波理论，并应用三维理论在波浪水池中建立波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟。第 7 章讲述一种基于流函数波浪理论与二维特定统一造波理论相结合的近似流函数波造波理论。第 8 章分析了波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟的研究进展与发展趋势。

本书是作者在丹麦攻读博士学位期间学习和工作的结晶，书

中的相关研究得到了作者两位导师的指导和帮助，他们分别是丹麦 DHI 的 Hemming Schäffer 博士和 DTU 的 Harry B. Bingham 博士，在此向他们表示诚挚的谢意。同时，该研究还得到了丹麦国家技术研究基金的资助（STVF No. 26-01-0043）。此外还要感谢中国水利水电科学研究院的领导和同事对本书出版的大力支持和协助。

虽然作者在编写过程中尽了最大努力来完善书稿，但书中不足之处仍在所难免，敬请广大读者批评指正。

作者

2016 年 11 月

本书主要符号介绍

abs	波浪吸收部分的上标		
A	复数形式的波面幅值		
A_j	复数形式行进波部分的波面幅值	F^{-1}	傅里叶逆变换
$A_{j,0}$	复数形式造波板前的波面幅值	F_{2D}	二维傅里叶变换
B	复数形式速度 U 的幅值	F_{2D}^{-1}	二维傅里叶逆变换
c	相速度	g	重力加速度
c_0	Biesel 传递函数	gen	生成目标行进波的上标
c_j	正向波衰减模态的传递函数	h	静水深
c_{sj}	对应衰减模态的实数的传递函数	H	波高
c, \bar{c}	共轭复数	H_{m0}	有效波高
cn	雅克比椭圆函数	i	虚数单位
dt	时间步长	I	目标、行进波、入射波的下标
dx	x 方向的空间步长	j	整数指数、下标、表示第 j 阶
dy	y 方向的空间步长	k	波数, $k = 2\pi/L$
e_0	斜向波的传递函数	k_0	波浪传播方向的波数
e_j	斜向波衰减模态的传递函数	k_j	波数矢量 \vec{k}_j 的长度
eva	衰减模态的上标	k_s	衰减模态的实数波数
E	第二类完全椭圆积分	k_x	x 方向的波数
Err_H	波高的相对误差	k_{xj}	\vec{k}_j 的 x 分量
Err_{RMS}	相对均方根误差	k_y	y 方向的波数
$E[x_k(t)]$	时间序列 $x_k(t)$ 的平均值	\vec{k}	波数矢量 (k_x, k_y)
f	造波板运动形态函数	\vec{k}_j	复数的波数矢量
f_d	衰减函数	K	第一类完全椭圆积分
f_r	斜坡函数	li	应用线性造波理论的下标
F	傅里叶变换或傅里叶空间	L	波长
		L_0	深水处波长
		L_x	x 方向的波长
		L_y	y 方向的波长

m	零和正整数的标志或椭圆积分的模数	X_a	傅里叶空间中造波板的复数形式位移
N	谐波的阶数	X^{sw}	浅水条件下造波板的运动位移
ODE	常微分方程	y	水平笛卡尔坐标
p	行进波的上标	z	垂向笛卡尔坐标
P	x 方向速度的水深积分	α	波向或衰减因子
\overline{P}	波周期内时间平均的 P 值	α_j	对应于衰减模态的复式波向
PDE	偏微分方程	γ	JONSWAP 波谱的相关参数
R	反射波的下标	γ_m	对应于 Γ_m 的脉冲响应函数
Re	实部	Γ	用于衰减模态修正的传递函数
RR	二次反射波的下标	Γ_m	Γ 的改进传递函数
R_{xy}	相关函数	η	波面高程
s	应用衰减模态的上标	η_I	行进波的波面高程
sw	应用浅水波理论的上标	$\eta_{I,0}$	造波板前的波面高程
t	时间	$\eta_{I,0}^p$	造波板前行进波的波面高程
t_0	脉冲响应函数的有效宽度	η_0^{sw}	造波板前衰减模态的波面高程
T	波浪周期	η_{\min}	波谷的高程
T_{\min}	波浪最小周期	λ_m	对应于 Λ_m 的脉冲响应函数
T_p	峰波周期	Λ	用于色散修正的传递函数
T_r	斜坡函数 f_r 中的参数	Λ_m	Λ 的改进传递函数
u	水质点 x 方向水平速度	ρ_{xy}	相关系数函数
U	水质点 x 方向水深平均速度	σ_a, σ_b	JONSWAP 波谱的相关参数
Ur	Ursell 数	σ_x, σ_y	标准偏差
v	水质点 y 方向水平速度	ϕ	速度势函数
V	水质点 y 方向水深平均速度	ω	角频率, $\omega = 2\pi/T$
w	水质点垂直方向速度	ω_c	高通滤波器的特征角频率
x	水平笛卡尔坐标		
\vec{x}	空间矢量 (x, y)		
x_0	复合模型中造波板平均位移的位置		
X	造波板的运动位移		
X_{0a}	物理空间中造波板的位移量		

目 录

前言

本书主要符号介绍

第 1 章 概述	1
1.1 概况及背景	1
1.2 确定性联合模拟方法	4
参考文献	5
第 2 章 线性造波理论	9
2.1 波浪物理模型域内控制方程	9
2.2 波浪物理模型域内的解	11
参考文献	18
第 3 章 椭圆余弦波造波理论	20
3.1 正向椭圆余弦波造波理论	20
3.2 斜向椭圆余弦波造波理论	22
参考文献	28
第 4 章 主动式波浪吸收理论	30
4.1 傅里叶空间的控制方程	31
4.2 单信号模式波浪吸收	32
4.3 双信号模式波浪吸收	32
4.4 双信号模式非线性波浪生成	33
参考文献	34
第 5 章 波浪水槽的确定性联合模拟	35
5.1 波浪水槽的特定统一造波理论	35
5.2 波浪水槽的确定性联合模拟实验验证	40
5.3 本章小结	67
参考文献	67
第 6 章 三维波浪水池的确定性联合模拟	69
6.1 三维波浪水池的特定统一造波理论	69

6.2	三维特定统一造波理论实验验证	73
6.3	三维波浪水池的确定性联合模拟实验验证	85
6.4	本章小结	104
	参考文献	105
第7章	二维强非线性波浪生成的近似流函数波造波理论	106
7.1	近似流函数波造波理论	106
7.2	波浪水槽实验验证	107
7.3	本章小结	124
	参考文献	125
第8章	波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟的研究进展与 发展趋势	126
8.1	研究进展	126
8.2	发展趋势	126
	参考文献	127
附录A	MIKE 21 BW 的数值模型简介	129
附录B	椭圆余弦波相关的椭圆函数	131
附录C	流函数波浪理论简介	132

第 1 章 概 述

1.1 概况及背景

随着经济的不断发展,人类对海洋、海岸和近海地区的开发日益增多。波浪作为重要的物理现象和海洋、海岸工程中主要动力因素之一,一直受到广泛关注,对波浪复杂现象的正确描述和呈现也一直是学者研究的重点。通常波浪的物理模型试验与数学模型计算是解决各种海岸工程中的波浪问题、研究波浪传播过程以及波、流和结构物之间相互作用的两个主要工具,各自有其优势和弱点。

数学模型主要的优势包括适用于大尺度海域,不需要昂贵的结构物、场地和设备,不受模型比尺影响,在应用、修改和维护等方面具有很强的灵活性。但是由于数学模型的控制方程对真实物理现象描述存在近似,对于波浪破碎及结构物附近的复杂非线性波浪问题难以准确模拟。而物理模型主要的优势在于能够模拟数学公式难以表达的复杂非线性波动过程,同时不存在对真实物理现象近似造成的误差。但其缺点是受场地、设备尺寸限制;人力、物力和财力耗费大;模型修改和变换的灵活性差(Oumeraci, 1999)^[1]。此外,由于受模拟范围的限制,一般物理模型的外海边界处的水深相对较浅,当地可能存在波浪的折射和绕射的影响。目前,最常用的人射波边界条件的方式是用标准参数的波谱表达,而该方式只有在水深达到足够深时才能较好地波浪进行描述。因此,通常情况下物理模型设备尺寸和场地的影响使得模型的边界条件难以体现波浪的折射和绕射等局部重要的现象。而将数学模型与物理模型有效地联合,既能克服两种模型各自的缺点,又能充分发挥各自优势。一种恰当的联合方式是采用数学模型模拟大范围海域内波浪的传播过程,而在近岸或结构物附近采用物理模型重点关注波浪的复杂现象。

海岸工程中 Boussinesq 方法广泛应用于对非线性波浪传播过程的预报。Boussinesq 类型方程模型的基本思想是在考虑非静压影响的同时,通过引入垂向流场分布的多项式近似来消去垂向坐标,使三维问题简化为二维问题。这种方法最早是由 Boussinesq 于 1872 年首次提出^[2]。在过去的 20 多年里, Boussinesq 类型方程不断改进、发展,同时基于该方程的商业软件开发使其在国际上实际工程中的应用更加广泛。Boussinesq 类型方程从最初的浅水近似逐渐向



全色散性和非线性方面深入。Padé 逼近概念的引入也大大提高了方程的色散性和浅水变形特性,使其成为海岸工程应用中极具吸引力的工具 (Madsen 和 Schäffer)^[3,4]。Madsen 等^[5], Madsen 和 Sørensen^[6]以及 Nwogu^[7]在模型中对 Stokes 线性色散关系中无量纲水深 kh 采用 Padé [2, 2] 阶展开来增强色散关系的准确性,使得相速度误差在 5% 以内的应用范围上升到 $kh \approx \pi$ 。随后, Schäffer 和 Madsen^[8]采用 Padé [4, 4] 阶展开来增强色散关系的准确性,使其应用范围进一步上升到 $kh \approx 6$ 。随着色散关系、浅水变形特性的改进和非线性项精度的提高,模型应用范围的相对水深越来越大。Madsen 等^[9]将其完全非线性模型的使用范围提升至 $kh \approx 40$ 。但对于高精度 Boussinesq 方程,随着方程形式的复杂化,其计算量随之增加,限制了其在实际工程中的应用。

在波浪物理模型的研究中,造波是一个非常关键的问题,可参阅的相关文献包括,Dean 和 Dalrymple 于 1984 年出版的文献^[10]的第六章, Svendsen 于 1985 年发表的综述性文献^[11],以及 Hughes 于 1993 年出版的文献^[12]的第七章,等。Have-lock^[13]于 1929 年提出了用于机械造波机的造波理论基础。之后, Biesel 和 Suquet 在 1951 年^[14]和 1954 年^[15]在理论上基于线性化 Stokes 理论进行了研究,并针对不同造波机类型进行了实用性分析,为今天水力实验室的波浪造波技术奠定了基础。

对于单一方向非线性波造波理论,许多学者对其理论的推导进行了研究。Fontanet^[16]在 1961 年首次提出了二阶造波理论,该理论基于 Lagrangian 坐标通过正弦运动的平板造波机实现,但该理论形式复杂,难以在实际中应用。Madsen^[17]提出了一种适用于浅水规则波的近似方法得以抑制伪和频 (superharmonic) 谐波的生成。Flick 和 Guza^[18]基于一阶理论发展了二阶规则波造波理论。Hudspeth 和 Sulisz^[19]基于欧拉理论方法推导出了波浪水槽中规则波的全色散二阶造波理论,另参见文献 Sulisz 和 Hudspeth^[20]。Moubayed 和 Williams^[21]在此基础上扩展到双色造波板运动,为后续的不规则二阶理论研究打下了基础。Schäffer^[22,23]在 1993 年和 1996 年提出了一种完全的二阶造波理论,该理论解基于复数的表达形式,考虑和频 (superharmonic) 与差频 (subharmonic) 作用以及波浪的传播和衰减模态,并适应于推板式和摇板式造波机的统一模式,是目前为止最完整、有效和准确的二阶造波理论。

对于非线性规则长波, Hammack 和 Segur^[24]于 1974 年提出了综合理论分析和实验研究的孤立波生成方法。Goring^[25]、Goring 和 Raichlen^[26]通过对海啸传播的研究发展了椭圆余弦波造波理论,并通过匹配造波板的速度与造波板运动时理想的波浪水质点速度的途径提出了一种具有普遍意义的长波生成方法,该方法是浅水波造波理论的基础。一直以来,二阶造波理论和椭圆余弦波造波理论是两个分别在非浅水和浅水中应用的主要非线性造波理论,然而他们不适用于强非线性波浪的生成。流函数波理论是一种完全非线性波的数值高阶



波浪理论, 1961年首次被 Chappellear^[27]应用。之后 Dean^[28]在 20 世纪 60 年代, Chaplin^[29]、Rienecker 和 Fenton^[30]以及 Fenton^[31]在 80 年代对该方法进行了发展。目前, 流函数波理论已经成为一种广泛应用于等水深条件下非线性稳定波浪的理论。基于流函数波理论, Zhang (本书作者) 和 Schäffer^[32]于 2007 年首次提出了一种适用于浅水和中等水深的近似流函数波造波理论, 并在实验水槽中成功生成了具有稳定波态的高阶非线性规则波。

对于具有一定方向的波浪生成, 通常是在实验室的波浪水池中利用多块造波板排列成一定形状进行不同相位的往复运动得到具有一定方向的三维波浪, 这种造波机被称为分段式造波机。Madsen^[33]于 1974 年通过两块造波板构成的三维造波机研究了斜向波的一阶造波理论。Gilbert^[34]在 1976 年通过分段式造波机对斜向波的生成做了进一步研究。研究发现, 当造波机具有有限宽度的造波板片段时, 会产生伪谐波。随后, Takayama^[35]、Takayama 和 Hiraishi^[36]、Dalrymple 和 Greenberg^[37]采用不同方法分析了由单个有限宽度的造波机生成的单频波。1987 年 Suh 和 Dalrymple 的研究^[38]跨出了二阶方向波造波理论研究的第一步。21 世纪初, Steenberg 和 Schäffer^[39]、Schäffer 和 Steenberg^[40]基于波浪水槽的二阶非线性造波理论发展了半无限波浪水池的完整二阶造波理论。

波浪物理模型试验中, 入射波经结构物反射或波浪水槽/水池尾端反射回来的波浪至造波板后会造成二次反射, 干扰实验及数据分析。因此, 用于减小波浪反射影响的波浪吸收是波浪物理模型试验中的另一个主要问题。通常被动式吸收方式是指为避免反射波的产生, 在波浪水槽或水池的尾端设置波浪吸收装置; 而主动式波浪吸收是指将造波机作为一种动边界, 通过对造波机的控制, 在生成目标波浪的同时抵消传播至造波机的反射波, 以避免二次反射的产生。与传统的被动式吸收方式相比, 主动式吸收具有明显优势。Milgram^[41]于 1970 年首次在波浪水槽实验中采用了主动式吸收方法。多年来主动式吸收技术不断发展, 相关的参考文献主要包括 Schäffer 和 Klopman 在 2000 年发表的综述性文献^[42], 以及 Hughes 在 1993 年出版文献^[12]的第七章, 等。在国外的波浪实验室中, 主动式吸收技术的应用也越来越广泛, 如荷兰 Deltares、加拿大 NRC、丹麦 DHI 等。丹麦 DHI 的主动式吸收技术的应用始于 20 世纪 80 年代中期。它是通过在造波板前安置一个或多个浪高仪, 将其测量的板前波面高程作为水动力反馈来修正对造波板运动的控制, 实现主动式吸收。最初的想法是使用一种电路用于吸收回路。随后, Schäffer 等人^[43,44]采用递归数字滤波器开发了一套用于波浪水槽的主动式波浪吸收控制系统 (DHI AWACS), 之后又将其发展至用于波浪水池的三维主动式波浪吸收控制系统 (DHI 3D AWACS)^[45,46]。2003 年 Schäffer 和 Jakobsen^[47]又提出了一种适用于非线性波浪造波和主动式吸收的方法。该方法是利用造波板运动位移及其对应的造波板



处波面高程作为控制信号来实现。

波浪数学模型与物理模型的联合模拟方法通常又称为波浪“复合模型”(composite modelling)或“混合模型”(hybrid modelling)。Kamphuis^[48-50]、Watts^[51]、Schäffer^[52]及其他学者在20世纪90年代末及21世纪初先后从理论角度对此进行了一系列的研究讨论,其中一些研究将波浪数学模型与物理模型的联合模拟应用于工程实际中。通常情况下联合模拟的方法是应用数学模型来确定物理模型边界处的波浪条件。传统的联合模拟方法是基于统计水平,通过波谱或一些参数(如有效波高,峰波周期等)实现数学模型和物理模型之间的数据传递,如Kofoed-Hansen等^[53]在2000年及Gierlevsen等在2003年^[54]的研究。造波机沿线波浪被认为均匀分布且采用线性造波理论进行波浪物理模型模拟。因此,传统的联合模拟方法忽略了物理模型边界处波浪的非线性和非均匀性,掩盖了波浪近区的折射、绕射等复杂现象。Zhang(本书作者)和Schäffer^[55-57]在2004—2007年创新性地提出了针对二维和三维波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟方法。该方法基于一种特定统一造波理论(ad hoc unified wave generation),将全色散线性造波理论和一般的非线性浅水波造波方法相结合。利用该理论建立的波浪数学模型与物理模型确定性联合模拟方法,能够通过时间和空间的变化完全确定性地将数学模型的波浪数据传递至物理模型边界,达到波浪数学模型与物理模型的确定性联合模拟。该方法对浅水及相对浅水的非线性波和小振幅波问题具有良好的适用性。Yang等^[58-60]于2013—2014年在不考虑主动波浪吸收的前提下以上述特定统一造波理论为基础拓展了二阶非线性项,实现了二阶的复合模型(文献中称为coupling)。

1.2 确定性联合模拟方法

本书在介绍波浪数学模型与物理模型确定性联合模拟方法的应用中,考虑到数学模型的准确性及计算的耗费,选取丹麦DHI开发的MIKE 21 BW数值模型(模型简介参见附录A及Madsen和Sørensen的文献^[6])用于远区的数值波浪计算。该模型属于Boussinesq方程模型。它是目前波浪数学模型中世界范围内应用最多、最广的商业模型之一。波浪数学模型及物理模型之间的数据传递是基于确定性联合模拟方法,将造波板处数学模型的包括时间、空间的详细波浪信息传递至物理模型。推板式造波机及其具有主动式吸收的控制系统提供了波浪数学模型及物理模型间的接口。该确定性联合模拟方法实现了单一方向的联合,即波浪从数学模拟区域传递至物理模型区域,没有考虑物理模型中被造波板吸收的反射波对数学模型的反馈。物理模型试验在丹麦DHI水力实验室的波浪水槽及波浪水池中完成。水槽及水池中的二维及三维推板式造波



机分别由主动式吸收造波控制系统 DHI AWACS 以及 DHI 3D AWACS^[45-47] 进行控制, 在生成波浪的同时可以实现主动式波浪吸收。将全色散线性造波理论和一般的非线性浅水波造波方法相结合的特定统一造波理论为波浪数学模型和物理模型之间的连接提供了确定性的连接方式。

在波浪物理模型实验进行期间, DHI (3D) AWACS 的造波机控制系统能够提供三种不同的控制方式。第一种为定位模式 (position mode), 其控制信号为造波板运动位移的时间序列。该模式与常用的非线性波造波方法兼容, 但不包含主动式波浪吸收。第二种为单信号模式 (single mode)。该模式是一种传统的主动式波浪吸收方法, 其控制信号为入射行进波的波面高程时间序列, 其缺点是不适用于非线性波浪的生成。第三种方式为双信号模式 (dual mode)^[47]。该模式同时适用于非线性波浪造波和主动式吸收。主动式吸收是通过在非线性波浪造波之上的线性扰动来实现的。双信号模式的控制信号有两个, 一个是造波板运动位移的时间序列, 另一个是对应的运动造波板处的波面高程时间序列。这两种控制信号可通过特定统一造波理论计算获得。

参 考 文 献

- [1] Oumeraci H. Strengths and limitations of physical Modelling in coastal Engineering - synergy effect with numerical modelling and field measurement [C]. Proceedings of HYDRALAB - workshop in Hannover. Germany: Forschungszentrum Küste, 1999.
- [2] Boussinesq J. V. Theory of wave and swells propagated in long horizontal rectangular canal and imparting to the liquid contained in this canal [J]. Journal de Mathematiques pures et appliquees, 1872, 17 (2): 55 - 108.
- [3] Madsen P. A., Schäffer H. A. A review of Boussinesq - type equations for surface gravity waves. In: Philip L - F Lin (Ed.), Advances in Coastal and Ocean Engineering, Vol. 5 [M]. Singapore: World Scientific, 1999.
- [4] Madsen P. A., Schäffer H. A. Higher - order Boussinesq - type equations for surface gravity waves: derivation and analysis [J]. Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, 356 (1749): 3123 - 3184.
- [5] Madsen P. A., Murray R., Sørensen O. R. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics [J]. Coastal Engineering, 1991, 15 (4): 371 - 188.
- [6] Madsen P. A., Sørensen O. R. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly - varying bathymetry [J]. Coastal Engineering, 1992, 18 (3 - 4): 183 - 204.
- [7] Nwogu O. Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation [J]. Journal of Waterway Port Coastal & Ocean Engineering, 1993, 119 (6): 618 - 638.



- [8] Schäffer H. A. , Madsen P. A. Further enhancements of Boussinesq - type equations [J]. *Coastal Engineering*, 1995, 26 (1 - 2): 1 - 14.
- [9] Madsen P. A. , Bingham H. B. , Liu H. A new Boussinesq method for fully nonlinear waves from shallow to deep water [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, 462: 1 - 30.
- [10] Dean R. , Dalrymple R. A. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists* [M]. Singapore: World Scientific, 1984.
- [11] Svendsen I. A. Physical modelling of water waves. In: Dalrymple R. A. (Ed.), *Physical Modelling in Coastal Engineering* [M]. Rotterdam: A. A. Balkema, 1985: 13 - 48.
- [12] Hughes S. A. *Physical Models and Laboratory Techniques in Coastal Engineering* [M]. Singapore: World Scientific, 1993.
- [13] Havelock T. H. Forced surface wave on water [J]. *Philosophical Magazine*, 1929, 7 (51): 569 - 576.
- [14] Biesel F. , Suquet F. Les Appareils Generateurs de houle en laboratoire [J]. *La houille blanche*, 1951, 6: 152 - 165.
- [15] Biesel F. , Suquet F. *Laboratory wave - generating apparatus* [R]. Minnesota: St. Anthony falls hydraulic laboratory, 1954.
- [16] Fontanet P. Theorie de la generation de la houle cylindrique par un batteur plan [J]. *La Houille Blanche*, 1961, 16: 3 - 31 (part 1), 174 - 196 (part 2) .
- [17] Madsen O. S. On the generation of long waves [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1971, 76 (36): 8672 - 8673.
- [18] Flick R. E. , Guza R. T. Paddle generated waves in laboratory channels [J]. *Journal of the Waterway Port Coastal & Ocean Division*, 1980, 106 (1): 79 - 97.
- [19] Hudspeth R. , Sulisz W. Stokes drift in two dimensional wave flumes [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1991, 230: 209 - 139.
- [20] Sulisz W. , Hudspeth R. Complete second - order solution for water waves generated in wave flumes [J]. *Journal of Fluids & Structures*, 1993, 7 (3): 253 - 268.
- [21] Moubaved W. I. , Williams A. N. Second - order bichromatic waves produced by a generic planar wavemaker in a two - dimensional wave flume [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1994, 8 (1): 73 - 92.
- [22] Schäffer H. A. *Laboratory wave generation correct to second order* [C]. Wave kinematics and environmental forces. London, 1993.
- [23] Schäffer H. A. Second - order wavemaker theory for irregular wave [J]. *Ocean Engineering*, 1996, 23 (1): 47 - 88.
- [24] Hammack J. L. , Segur H. The KdV equation and water waves. Part 2. Comparison with experiment [J]. *Journal of Fluid mechanics*, 1974, 65 (2): 289 - 314.
- [25] Goring D. G. Tsunamis - the propagation of long waves onto a shelf [D]. California: W. M. Keck laboratory of hydraulics and water resources, 1979.
- [26] Goring D. G. , Raichlen F. The generation of long waves in the laboratory [C]. *Proceedings of the 17th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, Sydney, 1980, 1: 763 - 783.
- [27] Chappellear J. E. Direct numerical calculation of wave properties [J]. *Journal of Geo-*



- physical Research, 1961, 66: 501-508.
- [28] Dean R. G. Stream function representation of nonlinear ocean waves [J]. Journal of Geophysical Research, 1965, 70 (18): 4561-4572.
- [29] Chaplin J. R. Developments of stream function theory [J]. Coastal Engineering, 1980, 3 (3): 179-206.
- [30] Rienecker M. M., Fenton J. D. A Fourier approximation method for steady water waves [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1981, 104: 109-137.
- [31] Fenton J. D. The numerical solution of steady water wave problems [J]. Computers and Geosciences, 1988, 14 (3): 357-368.
- [32] Zhang H., Schäffer H. A. Approximate stream function wavemaker theory for highly nonlinear waves in wave flumes [J]. Ocean Engineering, 2007, 34 (8-9): 1290-1302.
- [33] Madsen O. S. A three-dimensional wavemaker, its theory and application [J]. Journal of Hydraulics Research, 1974, 12 (2): 205-222.
- [34] Gilbert G. Generation of oblique waves [R]. Technical Report 18, Hydraulic Research Station, Wallingford, England, 1976.
- [35] Takayama T. Theory of oblique waves generated by serpent-type wavemaker [J]. Coastal Engineering in Japan, 1984, 27: 1-19.
- [36] Takayama T., Hiraishi T. Fundamental characteristics of oblique regular waves and directional random waves generated by a serpent-type wave generator [R]. Report of Port and Harbor Research Institute, Japan, 1987.
- [37] Dalrymple R. A., Greenberg M. Directional wave makers [M]//Dalrymple, R. A. Physical Modelling in Coastal Engineering. Rotterdam: A. A. Balkema, 1985: 67-81.
- [38] Suh K., Dalrymple R. Directional wavemaker theory: a special approach [C]. Proceedings of 22th IAHR conference, Lausanne, Switzerland, 1987: 389-395.
- [39] Steenberg C. M., Schäffer H. A. Second-order wave generation in laboratory basins [C]. Proceedings of the 27th International Conference on Coastal Engineering, Sydney, Australia, 2000.
- [40] Schäffer H. A., Steenberg C. M. Second-order wavemaker theory for multidirectional waves [J]. Ocean Engineering, 2003, 30 (10): 1203-1231.
- [41] Milgram J. H. Active water wave absorbers [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1970, 42 (4): 845-859.
- [42] Schäffer H. A., Klopman G. Review of multidirectional active wave absorption methods [J]. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 2000, 126 (2): 88-97.
- [43] Schäffer H. A., Stolborg T., Hyllested P. Simultaneous generation and active absorption of waves in flumes [C]. Proceedings of waves - physical and numerical modelling. University of British Columbia, Vancouver, Canada, 1994: 90-99.
- [44] Schäffer H. A., Hyllested P. Reflection analysis using an active wave absorption control system [C]. Proceedings of the International Conference on Coastal Structures '99, Santander, Spain, 1999.
- [45] Schäffer H. A. Some design aspects of an absorbing 3D wavemaker [C]. Proceedings



- of the 26th International Conference on Coastal Engineering, Copenhagen, Denmark, 1998: 1082 - 1095.
- [46] Schäffer H. A. Active wave absorption in flumes and 3D basins [C]. Proceedings of Waves 2001, San Francisco, USA, 2001.
- [47] Schäffer H. A. , Jakobsen K. P. Nonlinear wave generation and active absorption in wave flumes [C]. Long Waves Symposium, In parallel with XXX IAHR Congress, Thessaloniki, Greece, 2003.
- [48] Kamphuis J. W. Composite modelling - an old tool in a new context [C]. Proceedings of the 26th Congress of International Association of Hydraulic Research, London, 1995, 2: 230 - 235.
- [49] Kamphuis J. W. Physical modelling of coastal processes. In: Advances in Coastal and Ocean Engineering, Vol. 2 [M]. Singapore: World Scientific, 1996.
- [50] Kamphuis J. W. Designing with Models [C]. Proceedings of the 27th International Conference on Coastal Engineering. Sydney, Australia, 2000: 19 - 32.
- [51] Watts S. Hybrid hydrodynamic modelling [J]. Journal of Offshore Technology, 1999, 7 (1): 13 - 17.
- [52] Schäffer H. A. On hybrid modeling in coastal and ocean engineering [C]. Proceedings of Hydralab - workshop in Hannover, Germany, 1999.
- [53] Gierlevsen T. , Vargas B. M. , Pires V. P. L. et al. Numerical and physical modelling of storm waves at Rio de Janeiro yacht club [C]. COPEDEC VI, Colombo, Sri Lanka, 2003: 15 - 19.
- [54] Kofoed - Hansen H. , Sloth P. , Sørensen O. R. et al. Combined numerical and physical modelling of seiching in exposed new marina [C]. Proceedings of the 27th International Conference on Coastal Engineering, Sydney, Australia, 2000: 3601 - 3614.
- [55] Zhang H. , Schäffer H. A. Waves in numerical and physical wave flumes - a deterministic combination [C]. Proceedings of the 29th International Conference on Coastal Engineering, Lisbon, Portugal, 2004, 1: 43 - 55.
- [56] Zhang H. , Schäffer H. A. Waves in numerical and physical wave basins - a deterministic combination [C]. Proceedings of the 5th International Symposium on Ocean Wave Measurement and Analysis, Madrid, Spain, 2005.
- [57] Zhang H. , Schäffer H. A. , Jakobsen K. P. Deterministic combination of numerical and physical wave modes [J]. Coastal Engineering, 2007, 54 (2): 171 - 186.
- [58] Yang Z. , Liu S. , Bingham H. B. et al. Second - order theory for coupling 2D numerical and physical wave tanks; Derivation, evaluation and experimental validation [J]. Coastal Engineering, 2013, 71: 37 - 51.
- [59] Yang Z. , Liu S. , Bingham H. B. , Li J. Second - order coupling of numerical and physical wave tanks for 2D irregular waves. Part I: Formulation, implementation and numerical properties [J]. Coastal Engineering, 2014, 92 (4): 48 - 60.
- [60] Yang Z. , Liu S. , Bingham H. B. , Li J. Second - order coupling of numerical and physical wave tanks for 2D irregular waves. Part II: Experimental validation in two - dimensions [J]. Coastal Engineering, 2014, 92 (4): 61 - 74.