

Basic of
Quantum Mechanics
and
Solid State Physics

量子力学基础
与固体物理学

黄向东 编著

清华大学出版社

量子力学基础 与固体物理学

黄向东 编著



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书编写的主要目的是为强化材料学科本科生的物理基础,加强对微观物质认识的理论和处理问题的方式与方法,为学生进一步深入学习和研究材料科学打下坚实基础。本书分为两篇 11 章。上篇 7 章为量子力学部分,从第 1 章对量子理论发展史的回顾引出量子概念,到第 7 章近似法求解薛定谔方程,给出物理理论处理问题的基本思路,基本涵盖了量子力学中最基本的概念、处理问题的方式和典型问题的解法等;下篇 4 章为固体物理学部分,包括固体结构、晶格振动与晶体的热学性质、固体的结合、固体电子论,基本涵盖的固体物理学最基本的内容,重点在晶格振动和固体电子论两部分。

本书可以作为相关专业本科生、研究生学习量子力学和固体物理的入门教材和参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

量子力学基础与固体物理学/黄向东编著. —北京:清华大学出版社,2017
ISBN 978-7-302-46085-5

I. ①量… II. ①黄… III. ①量子力学 ②固体物理学 IV. ①O413.1 ②O48

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 308543 号

责任编辑:张占奎

封面设计:常雪影

责任校对:刘玉霞

责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市春园印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:14.25

字 数:343 千字

版 次:2017 年 5 月第 1 版

印 次:2017 年 5 月第 1 次印刷

印 数:1~2000

定 价:39.80 元

产品编号:067739-01

前言

FOREWORD

本书是编者根据在福州大学材料科学与工程学院多年讲授“量子力学基础与固体物理学”这门课程的讲义基础上扩展编著而成。2005 年福州大学材料学院为了加深学生的物理基础,提出要开设固体物理学这门课程,讨论中编者提出固体物理学课程的先修课程要有量子力学,不然学生很难理解有关概念和处理问题的方法。既然有了这个问题,后来的讨论就倾向于把量子力学的内容也加进来,于是福州大学材料学院开设了这门“量子力学基础与固体物理学”本科课程。全世界的高等学校都是把两部分作为两门课程分别开设的,但在福州大学材料学院由于学时限制,不可能作为两门课程来开设。2007 年春,这门课程作为选修课开始给 2004 级本科生开设,后来又变成必修课,再后来作为非高分子方向的必选课程。

材料是人类技术进步甚至是人类文明进化的标志。比如用石器时代、青铜器时代和铁器时代来表达人类文明史的不同阶段;近现代,从 19 世纪中叶到目前,人类又经历了从钢铁时代向以硅芯片为代表的电子时代的过渡。与此同时材料也是人类生存和发展的重要物质基础。

从材料的传统分类,有金属材料、陶瓷材料、玻璃、水泥、高分子材料、复合材料,而从使用特点分类有结构材料和功能材料,当今又有所谓环境材料、纳米材料等不一而足。材料分类与品种非常复杂,五花八门。

然而不论材料的分类与品种多么繁多复杂,所有材料都是由不同的原子组成的,而原子又是由不同数量的质子和中子形成的原子核与核外若干电子构成的,也就是说,所有材料的组成基础都是电子、中子、质子等基本粒子。描述这些基本粒子运动规律的理论就是量子力学,因此量子论的一些基本概念和研究方法也可以说是材料科学的基础。要想深刻认识和理解材料的有关性质和属性,就必须对组成材料的微观粒子的运动行为和规律有准确的了解和认识,这只能通过量子力学来实现。量子力学作为一种基本理论,内容深刻,内容覆盖也较多,本课程量子力学基础部分只占一半学时,着重讲授量子的概念、波粒二象性、波函数、薛定谔方程、一维定态问题、力学量算符、展开假定、中心力场、氢原子、微扰理论等基础内容,为进一步深入学习量子力学和其他如固体物理等课程打下基础。但作为教材出版,为了使量子力学的基础理论在本教材中显得更“完整”一点,量子力学的表象理论也作为一章加以介绍,以作为有兴趣的读者的扩展读物,但不作为课堂内容讲授。

固体物理学是研究固体材料最基本规律的学科,是在量子论基础上描述原子规则排列形成晶体后体现出的一些基本规律的科学,是系统理解材料结构与性能相互关系的基础,是

材料科学与工程专业最应该学透的基础学科。同样由于学时限制,本课程中也只讲授最基本的内容。主要有晶体结构、晶体的结合、晶格振动、能带理论基础等内容,为学生进一步深入学习固体物理课程和其他材料有关学科打下良好的理论基础。

本教材量子力学部分大部分参考了姚玉洁老师的结构体系,固体物理学部分主要参考了黄昆老师最早的教材。在此编者向两位前贤表达崇高的敬意。

目 录

CONTENTS

上篇 量子力学基础

第 1 章 量子理论发展史的简单回顾	3
1.1 量子力学诞生的背景	3
1.1.1 “科学世纪”的辉煌	3
1.1.2 世纪末的挑战	5
1.2 黑体辐射和普朗克能量量子假说	6
1.3 光电效应和爱因斯坦光量子假说	11
1.4 原子结构与玻尔的量子论	14
1.5 实物粒子的波动-粒子二象性	16
习题	17
第 2 章 波函数和薛定谔方程	19
2.1 德布罗意波的统计解释	19
2.2 状态及状态的描述	21
2.3 薛定谔方程	24
2.4 概率流密度与粒子数守恒定律	28
习题	30
第 3 章 定态薛定谔方程及一维定态问题	32
3.1 定态薛定谔方程	32
3.1.1 定态薛定谔方程的建立	32
3.1.2 定态的特点和实现定态的条件	34
3.2 梯形位	37
3.2.1 方程的解	37
3.2.2 物理讨论	38
3.3 一维势垒——隧道效应	39

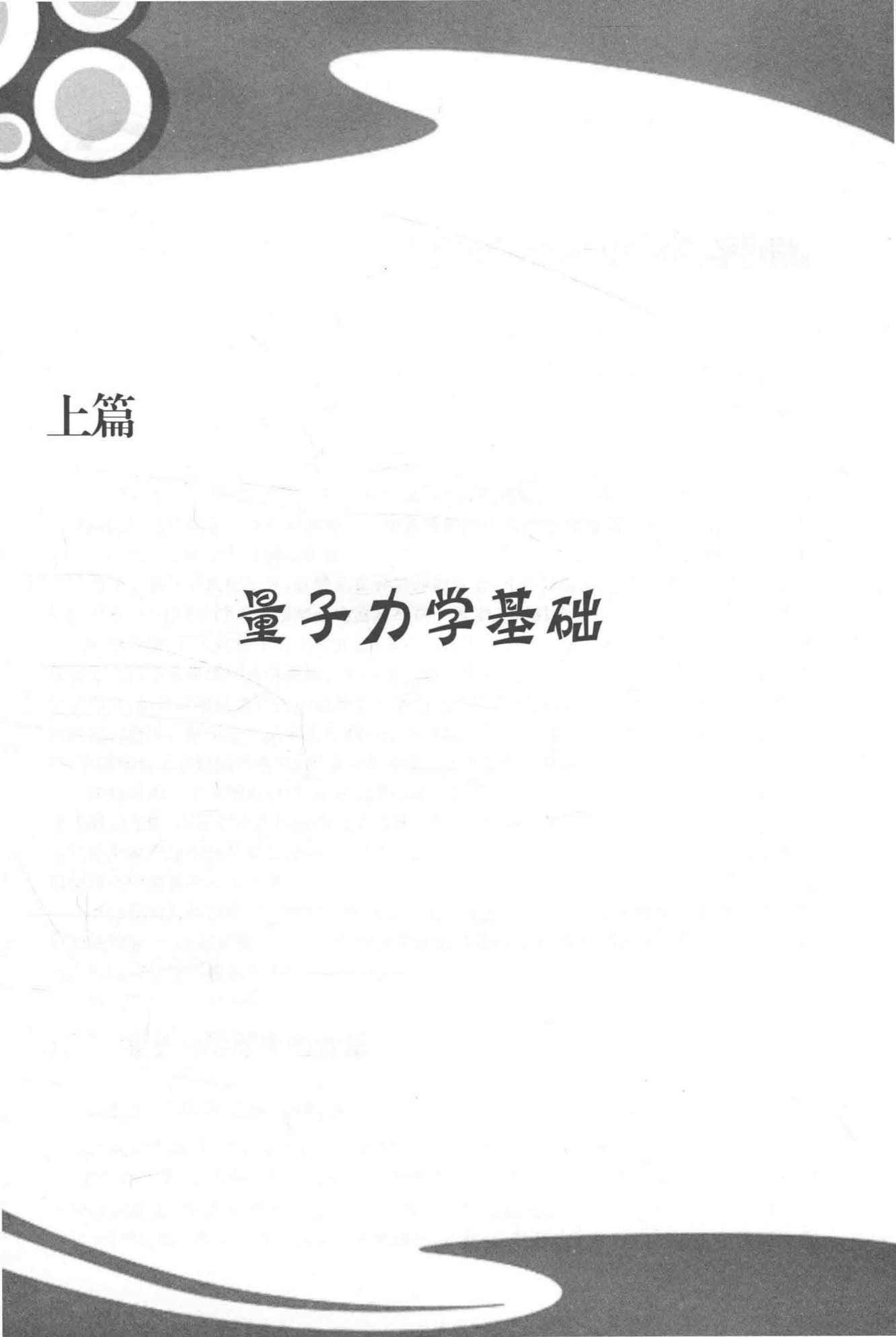
3.3.1	问题的提法	39
3.3.2	定量描述	40
3.3.3	隧道效应(势垒贯穿)	41
3.4	一维无限深势阱	42
3.5	线性谐振子	45
3.5.1	问题的提出	45
3.5.2	定量求解	45
3.5.3	物理讨论	48
3.6	定态薛定谔方程的定性讨论	49
3.6.1	定态薛定谔方程的定性讨论	49
3.6.2	束缚态与非束缚态	51
3.6.3	一维运动波函数的特点	52
3.6.4	束缚态能量取值特征	53
3.6.5	三维定态问题和一维定态问题的关系	54
	习题	55
第4章	量子力学中的力学量	58
4.1	力学量和线性厄米算符	58
4.2	力学量取确定值的态	65
4.2.1	坐标算符	65
4.2.2	动量算符	66
4.2.3	角动量算符	69
4.3	展开假定 测量和连续谱	74
4.3.1	展开假定	74
4.3.2	测量概念初步	77
4.3.3	连续谱	78
4.4	平均值和测不准关系	79
4.4.1	平均值及方差平均值	79
4.4.2	测不准关系	81
4.5	力学量随时间的变化	85
4.5.1	力学量平均值随时间的变化	85
4.5.2	概率分布随时间的变化	86
4.5.3	公式“ $\frac{d\hat{F}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{F}] + \frac{\partial \hat{F}}{\partial t}$ ”的应用	87
4.5.4	维里(Virial)定理	89
4.5.5	费曼-海尔曼(Feynman-Hellmann)定理	91
4.6	完整力学数量组	92
4.7	守恒量及对称性	94
	习题	96

第 5 章 中心力场问题和氢原子	98
5.1 粒子在中心力场中运动的一般描述	98
5.1.1 径向方程的建立	98
5.1.2 径向方程的讨论	100
5.2 氢原子	101
5.2.1 两体问题化为单体问题	101
5.2.2 讨论	103
习题	109
第 6 章 表象理论	110
6.1 态的表象	110
6.1.1 任意力学量算符 $\hat{A}$ 表象	110
6.1.2 讨论	111
6.2 力学量算符的表象(矩阵表示)	112
6.3 量子力学公式的矩阵表示	115
第 7 章 近似法求解薛定谔方程	118

下篇 固体物理学

第 8 章 固体结构	125
8.1 晶体结构	125
8.2 晶格周期性	130
8.3 晶向 晶面和它们的标志	134
8.4 倒格子	137
8.5 晶格的对称性	140
习题	141
第 9 章 晶格振动与晶体的热学性质	142
9.1 一维单原子链	143
9.2 一维双原子链 声学波和光学波	146
9.3 三维晶格的振动	149
9.4 黄昆方程	152
9.5 确定晶格振动谱的实验方法	153
9.6 晶格热容的量子理论	155
9.7 晶格振动模式密度	161
9.8 晶格的热传导	162
习题	163

第 10 章 固体的结合	165
10.1 离子性结合	165
10.2 共价结合	168
10.3 金属性结合	171
10.4 范德瓦耳斯结合	172
10.5 元素和化合物晶体结合的规律性	174
习题	176
第 11 章 固体电子论	177
11.1 布洛赫定理	178
11.2 自由电子近似	180
11.3 一维周期场中电子运动的近自由电子近似	185
11.4 三维周期场中电子运动的近自由电子近似	193
11.5 赝势	199
11.6 紧束缚近似-原子轨道线性组合法	201
11.6.1 模型与微扰计算	201
11.6.2 原子能级与能带的对应	204
11.7 周期场对能态密度的影响	205
11.8 电子的准经典运动	206
11.9 恒定电场作用下电子的运动	210
11.10 导体、绝缘体和半导体的能带理论解释	212
11.10.1 满带电子不导电	212
11.10.2 未满带电子导电	213
11.10.3 导体和非导体的能带模型	213
11.10.4 近满带和空穴	214
习题	215
参考文献	217



上篇

量子力学基础

第1章

量子理论发展史的简单回顾

20 世纪初,人类科学发展史上诞生了两个划时代的理论——量子论和相对论,至今,这两个理论依然是现代科技的基础理论。前者是人类认识微观世界奥秘的理论钥匙,后者是人类了解宏观宇宙信息的理论基础。

量子论和相对论的出现,就像是在科学的舞台上,几乎同时演出了两台生动精彩的史诗般的戏剧,但这两出戏的剧情和演出方式有很大差别。相对论基本上是由大明星爱因斯坦一人领衔主演,此人在科学史上的地位,只有牛顿堪与媲美。量子论则不同,它是 20 世纪初许多杰出科学家集体创作的硕果。大明星爱因斯坦在这出戏里,虽说也扮演了一个相当重要的角色,但却很难说谁是这出戏的最主要角色。这出戏的精彩之处就在于它是群星灿烂的名角大会串。量子论产生和发展的历史可以看成是一出多幕连续剧,幕与幕之间相互衔接,有时剧情又多路同时发展,而每一幕里又有它独特的情节和主要人物。

在短短的二十多年时间里,如此之多杰出的科学家,各自以不同的风格,从不同的途径,用不同的方法,集中创造出如此重大的科学成就,这在科学史上是极其引人注目的。他们在方法论上的创造则更是奥秘无穷,不仅集自古以来物理学研究方法之大成,而且体现了当代科学研究中最新的思维方式。

下面我们简单回顾一下波澜壮阔的量子论发展史,使同学们能够感受一下科学理论发展的独特魅力,以此来激发同学们对量子力学这门课的兴趣,为今后的学习打好“兴趣”的基础。可以说没有兴趣是学不会量子力学的!

1.1 量子力学诞生的背景

1.1.1 “科学世纪”的辉煌

19 世纪曾被称为“科学世纪”,人类取得了一系列令人惊叹的辉煌的科学成就。在化学上,道尔顿(John Dalton, 1766—1844)把古希腊一些哲学家们的天才猜测与化学这门经验科学结合起来,重新提出了原子论,这是继 18 世纪拉瓦锡(Antoine Laurent Lavoisier, 1743—1794)建立氧化学说以后又一重大成就,从此,化学开始了新时代。1869 年俄国科学

家门捷列夫(Dmitri Ivanovich Mendeleev, 1836—1907)发现元素周期律,列出了元素周期表,使化学超越了单靠经验摸索的阶段。

在生物学上,细胞学说的提出,使人们认识到世界上千奇百怪的生物,在结构上原来都有一个相同的基础。达尔文(Charles Robert Darwin, 1809—1882)进化论的发表,又使人们了解到古往今来,生物生生息息、繁衍变化原来都有一条普遍的规律,那就是物竞天择,适者生存!它不仅打破了上帝造人的神话,摧毁了神学在自然科学领域的最后一个堡垒,而且使生物学终于形成为一门完整、系统的科学。

在物理学领域,更是一片欣欣向荣。由伽利略(Galileo Galilei, 1564—1642)和牛顿(Isaac Newton, 1642—1727)等人奠基的经典力学,经过欧拉(Leonhard Euler, 1707—1783)、拉格朗日(Joseph Louis Lagrange, 1736—1813)和哈密顿(William Rowan Hamilton, 1805—1865)等人的工作已经建立了严格数学形式。

由法拉第(Michael Faraday, 1791—1867)和麦克斯韦(James Clerk Maxwell, 1831—1879)建立的电动力学,用一组极其优美的方程,把当时已知的电、磁和光学现象都统一起来。

能量守恒和转化定律的发现,不仅为建立热力学奠定了基础,同时也使世界上一切物质的运动,不管是以热、声、光、电、机械、化学等什么形式出现,都有一个统一的度量标准——能量。

人们对物质运动过程的探索,已经从宏观现象进入到分子运动的领域,通过麦克斯韦、玻耳兹曼(Ludwig Edward Boltzmann, 1844—1906)、吉布斯(Josiah Willard Gibbs, 1839—1903)等人的努力建立起了经典物理学的另一分支学科——经典统计力学。

可以说,在19世纪末期,经典物理学的各个分支——力学、光学、热力学、统计力学、电磁学等,都已经高度发展并且几乎完备成熟了。

在当时大多数科学家们的眼里,人类对自然的认识似乎已经非常清楚了:

(1) 世间万物都是由八十几种元素的原子组成的,原子是不可再分的最小微粒。大至星球、小到原子的运动都服从牛顿力学运动定律。

(2) 一切自然过程都是连续的。任何一个给定的状态只能由紧接在它前面的那个状态来决定,如果前后两个状态之间出现间隙,那就破坏了事物的“因果性”联系。因此,“自然无飞跃”。实际上,在牛顿力学中,只要给定初始条件和边界条件,就可以根据牛顿运动方程推断出物体过去和未来任何时刻的运动状态。由于能量是物质运动的一种度量形式,因此能量的变化转化也应该是连续的。

(3) 不同原子之间的结合与分解就产生了化学反应。分子是原子组成的,它保持着物质运动的最基本物理属性。

(4) 热现象是大量分子作混乱的机械运动的表现,用统计力学的方法可以解释气体、液体、固体等物理体系的性质。

(5) 存在两种电荷,电荷在周围的空间建立电场,电荷的运动产生磁场,电磁场的运动就是电磁波。热辐射、可见光、紫外线等都只不过是不同波长的电磁波。

(6) 无论力、热、声、光、电、磁等现象多么复杂,一切都要服从能量守恒和转化定律。

(7) 任何生物的最基本构成单元都是细胞,而生物的繁衍和进化遵守物竞天择,生存斗争的普遍规律。即使是被认为是万物之灵的人类,也不过是生物进化链条中的一个环节。

多么美丽的图景啊!似乎所有的基本问题都已经研究清楚了,科学受到人们从来没有过的崇敬。

尤其是物理学,在几乎各分支学科里都建立了严密的数学形式,发展成为当时最完美的学科。经典物理学宏伟的大厦眼看就要竣工了。物理学家们怀着无比自豪的心情进入了20世纪。1900年元旦,著名的英国物理学家开尔文(Lord Kelvin)勋爵(即 William Thomson)在新年献词中十分满意地宣布:“在已经基本建成的科学大厦中,后辈物理学家主要做一些零碎的修补工作就行了。”

普朗克(Max Planck, 1858—1947)1924年在一次公开演讲中回忆道,当他刚开始研究物理学时,他的老师菲利浦(Philipp Von Jolly)曾对他说:物理学是一门高度发展的,几乎尽善尽美的科学。这门学科将很快地具备自己终极的稳定形式。虽然在某个角落里还可能有一粒灰尘或一个气泡,但作为整体的体系却是足够牢固可靠了。理论物理学正在明显地接近于几何学一百年来已经具有的那种完善程度。

1.1.2 世纪末的挑战

新世纪即将开始,虽然很多物理学家们坚信经典物理的大厦即将完工,但他们也认识到还有一些不和谐需要解决。开尔文勋爵在那篇著名的新年献词中也提到:在经典物理学的晴朗的天空中,天际边也有几小块乌云——那就是黑体辐射、物质的放射性、光电效应、固体比热问题、Michelson-Morley 实验等。

正是这几小块乌云,在20世纪初的几年中很快发展成席卷经典物理学的风暴,最终诞生了现代自然科学的两大支柱学科——量子力学和相对论理论。

事实上,经历了亿万年发展的宇宙和人类迄今赖以生存的自然界,是不会轻易公开它们的奥秘的。自然科学自文艺复兴时代开始以来才经历了短短几百年的发展,怎么可能穷尽对自然的认识呢?正当人们准备庆祝经典物理学大厦落成典礼的时候,一系列新的实验发现向这幅刚刚形成的世界图景接二连三地提出了有力的挑战。

1895年11月8日,德国人伦琴(Wilhelm Konard Röntgen, 1845—1923)偶然发现了一种射线。它不同于人们熟知的热辐射、可见光和紫外线等一般的电磁波,伦琴只好把它称为X射线。X射线的发现一时成了轰动世界的新闻,科学界掀起了一股探索新射线的热潮。

1896年法国人贝克勒尔(Edmond Alexandre Becquerel, 1820—1891)受到著名物理学家彭加勒(Julas Henri Poincaré, 1854—1912)的启发,开始研究磷光物质的放射现象。他也是在偶然的会里,发现了铀盐能自发地不断放射出某种射线。这个发现同样使科学家们感到莫名其妙。后来居里夫妇(Pierre Curie, 1859—1906; Marie Sklodowska Curie, 1867—1934)又发现了放射性更强的镭。

一种物质放射出射线是需要能量的,但镭和铀既没有任何明显的物理和化学变化,又没有从任何其他地方获取任何能量,那么它放出射线所需要的能量是从哪里来的呢?难道能量守恒和转化定律被推翻了吗?一时科学界议论纷纷。一些有识之士开始认识到,要解开放射性的奥秘,必须深入到物质原子内部结构中去。当时英国科学家克鲁克斯(William Crookes, 1832—1919)评论道:“十分之几克的镭就破坏了化学中的原子论,革新了物理学的基础,复原了炼金术士的观念,给某些趾高气扬的化学家以沉重的打击。”

1897年,英国人汤姆孙(Joseph John Thomson, 1856—1940)证实了阴极射线是一种带电粒子——电子(微粒)。电子的发现,打破了原子是不可再分的最小微粒的传统观念,揭示出原子同样是有结构的实体。1901年德国人考夫曼(Wazter Kaufman, 1871—1947)进一步

发现,电子在以接近光速的速度运动时,其质量急剧增加。这又打破了过去认为质量“守恒”,与物质的运动无关的思想。

X射线、天然放射性和电子这19世纪末的三大发现,猛烈地冲击着经典物理学中关于质量、能量、运动等基本概念,使人们对已经形成的科学图景产生了怀疑。

人们为了寻找这些新的实验现象的理论解释,不得不回过头来,对已有的理论做出新的检验。一时间,物理学界大有“山雨欲来风满楼”的架势!

一个新的未知领域——微观世界已经在向人类招手了,物理学正面临着革命的前夜!

但突破口到底在哪儿呢?

1.2 黑体辐射和普朗克能量子假说

普法战争之后,德国迅速地由一个农业国变成钢铁工业国。由于精炼钢铁需要高温,要改进加热技术,就必须要有方便的方法测量铁的温度,为此需要知道铁在什么温度下发出什么颜色的光。光由频率(或波长)标志,这样工业生产本身就提出了一个重大的理论问题:光的频率与温度有什么关系?

这就给了德国科学家创造历史的机会!正当19世纪末期以英法科学家为主体的科学家们集中优势兵力向X射线、元素放射性现象、原子结构问题发起正面强攻的时候,大自然却在一个并没有引起多大轰动的、炼钢工业遇到的问题领域里,悄悄地展示出了通往微观世界的大门,让一个置身于探索各种射线的热潮之外的德国物理学家拿到了开启微观世界大门的钥匙。

1. 辐出度

热的物体会发出热辐射,热辐射是一种电磁波。物体温度越高,发出的热辐射越强。同时,热的物体发出的辐射(电磁波)的波长不是单一的,几乎包含各种波长的电磁波,只不过不同的波长辐射波的强度不同。为了准确描述物体在温度 T 下辐射出某波长电磁波的强度,我们定义了一个物理量——单色辐出度 $M_\lambda(T)$ 。物体表面单位面积、单位时间内所发射的波长在 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 范围内的辐射能 dM_λ 与波长间隔之比,即

$$M_\lambda(T) = \frac{dM_\lambda}{d\lambda} \quad (1-1)$$

这一物理量反映了不同温度下物体的辐射能按波长分布的情况。

把单色辐出度对所有波长范围积分,即把物体表面单位面积,单位时间内所发射的所有波长能量加起来就得到物体的另一个物理量——辐出度 $M(T)$,有

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda \quad (1-2)$$

辐出度 $M(T)$ 反映了不同温度下物体单位面积发射的所有辐射总功率的大小。

当波长为 λ 的热辐射(电磁波)照射到物体上会发生什么情况呢?如图1-1所示, P_λ 为入射波的功率, $P_{\lambda\rho}$ 为物体表面反射波的功率, $P_{\lambda\alpha}$ 为被物体吸收的功率, $P_{\lambda\tau}$ 为

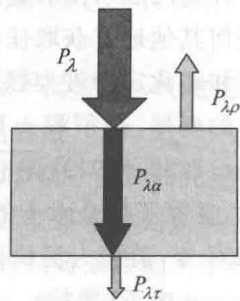


图1-1 入射、反射、吸收、透射示意图

透射出来的辐射(透射波)的功率。

根据能量守恒原理有如下等式

$$P_{\lambda} = P_{\lambda\rho} + P_{\lambda\alpha} + P_{\lambda\tau} \quad (1-3)$$

等式两边分别除以入射功率 P_{λ} 得到下式

$$1 = \frac{P_{\lambda\rho}}{P_{\lambda}} + \frac{P_{\lambda\alpha}}{P_{\lambda}} + \frac{P_{\lambda\tau}}{P_{\lambda}} \quad (1-4)$$

定义单色反射率 $\rho_{\lambda} = \frac{P_{\lambda\rho}}{P_{\lambda}}$, 单色透射率 $\tau_{\lambda} = \frac{P_{\lambda\tau}}{P_{\lambda}}$, 单色吸收率 $\alpha_{\lambda} = \frac{P_{\lambda\alpha}}{P_{\lambda}}$, 由式(1-4)可得到

$$1 = \rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda} + \tau_{\lambda} \quad (1-5)$$

当物体是非透明时,没有透射波, $\tau_{\lambda} = 0$, 于是有 $1 = \rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda}$ 。

如果对于一个物体 $\alpha_{\lambda} = 1$, 即辐照在其上的所有辐射能量都被该物体吸收, 既没有反射也没有透射。那么我们把其称为黑体。黑体实际是一种物理研究上的理论模型, 即把能吸收所有辐射(电磁波)的物体称为黑体。而事实上任何具体的物体其吸收率都不会严格等于 1。

2. 基尔霍夫定律

基尔霍夫(Gustav Robert Kirchhoff, 1824—1887)最早研究了空腔辐射的问题。如图 1-2 所示, 一个与外界隔绝的真空腔体, 内有 1、2、3、…、B 多个物体, 其中 B 是黑体。当达到热平衡时, 即空腔里所有物体的温度达到一致, 温度不会再发生变化, 都是 T , 此时, 对于每一个物体都有

发射辐射能量 = 吸收辐射能量

吸收辐射能量等于空腔里面的空间中存在的辐射强度乘以物体的吸收率。即

$$\text{发射辐射能量} = \text{空腔辐射强度} \times \alpha \quad (1-6)$$

想象一下, 由于我们没有特指空腔中的物体处于某一个特殊的位置, 那意味着空腔中的任意物体在空腔里面的任意地方, 其温度都应该是 T , 否则就不是热平衡了! 现在假设我们讨论其中的物体 1, 由于物体辐射能量只取决于物体的温度, 由公式(1-6), 可以得出空腔中的任意地方其辐射强度都相同的结论。也就是说, 热平衡时空腔里面的辐射处处相等。

对于空腔里的任意物体, 任意波长的辐射, 同样有公式(1-6), 于是可以得到下面的公式

$$\frac{M_{1\lambda}(T)}{\alpha_1(\lambda, T)} = \frac{M_{2\lambda}(T)}{\alpha_2(\lambda, T)} = \dots = \frac{M_{B\lambda}(T)}{\alpha_B(\lambda, T)} = \text{空腔辐射}(T) \quad (1-7)$$

黑体的吸收率是 1。由式(1-7)可知, 任一物体的单色辐出度除以同波长的吸收率, 都等于空腔辐射, 也即是黑体的单色辐出度。这就是基尔霍夫定律, 空腔辐射也称基尔霍夫函数。

由式(1-7)可知, 物体的吸收率高, 其辐出度也高, 即好的吸收体, 必然是好的辐射体。对任何波长的辐射能, 绝对黑体所发射的能量都要比相同温度下其他物体发射的能量多。

3. 黑体的辐射定律

如前所述, 热平衡时空腔辐射等于黑体辐射, 于是实际的黑体就可以用开小孔的空腔来

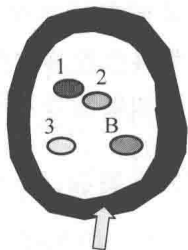


图 1-2 真空绝热腔体里面的物体

模拟。如图 1-3 所示,保持空腔的温度等于 T ,从其小孔中发出的辐射就等于黑体辐射。

由这个黑体模型出发,我们可以按图 1-4 的结构制造出实际的黑体。



图 1-3 黑体模型

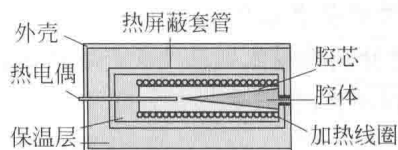


图 1-4 实际用黑体的制备示意图

有了实际的黑体,就可以实际测量黑体在不同温度下的辐射情况。

1879 年奥地利物理学家斯特藩(Joseph Stefan, 1835—1893)审查了当时所有能够利用的测量结果后发现,热辐射的总能量和热力学温度的四次方成正比。1884 年他的学生玻耳兹曼从麦克斯韦电磁理论出发,并且把空腔辐射与热力学的压力、温度等概念联系起来,从理论上进一步推导出来上述结论,即所谓的斯特藩-玻耳兹曼定律。

$$M_B(T) = \sigma T^4 \quad (1-8)$$

$\sigma = 5.67051 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$,称为斯特藩常数。

1893 年德国物理学家维恩(Wilhelm Wien, 1864—1923)根据电磁理论和热力学理论得到

$$\lambda_m T = b \quad (1-9)$$

称为维恩位移定律,其中, $b = 2.897756 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ 。

如果测量不同温度下不同波长的单色辐出度,可以得到如图 1-5 的黑体辐射规律的实测曲线,

$T_4 > T_3 > T_2 > T_1$ 。由图 1-5 可见:

(1) 曲线随 T 的升高而提高,即 $M_{B\lambda}(T)$ 随 T 升高而增大。

(2) $M_{B\lambda}(T)$ 随 λ 连续变化,每条曲线有一峰值。不同曲线除无穷小和无穷大两点外没有交点。

(3) 随 T 的升高,峰值波长 λ_m 减小,就是维恩位移定律。

为什么黑体辐射具有这样的实验规律?既有的物理理论能给出满意的解释吗?这些问题显然是当时的理论物理学家们必须面对的一个课题。

1896 年维恩在黑体辐射能谱分布类似于麦克斯韦速率分布的假设上,利用当时的实验数据推导出黑体辐射的理论公式:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \quad (1-10)$$

维恩曲线在短波区间与实验曲线符合很好,但在长波区间就与实验曲线有所偏差,波长越长差别越大。如图 1-6 所示的维恩线。

后来,英国物理学家瑞利(Lord Rayleigh)和金斯(J. H. Jeans)从电磁理论出发结合经典统计物理中的能量均分定律,推导了另外一个公式

$$M_{B\lambda} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^2} \quad (1-11)$$

但这个公式也只是在长波范围与实验曲线符合,如图 1-6 所示瑞利-金斯线。至此,经典物理学理论对黑体辐射问题已经是无能为力了!