

文淵閣

四庫全書

影印

文淵閣四庫全書

第七九九冊

北京出版集團公司
北京出版社

本冊目次

御製數理精蘊(一)

上 下

編 編

清 康熙五十二年敕撰：一

欽定四庫全書

子部
御製數理精蘊上編卷二

詳校官欽天監天文正臣賈德輔

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

騰錄監生臣劉士煌

繪圖監生臣周澹

欽定四庫全書

子部六

御製數理精蘊

天文算法類二算書之屬

提要

臣等謹案

御製數理精蘊五十三卷康熙五十二年

聖祖仁皇帝御定律厯淵源之第二部也上編五卷

曰立綱明體其別有五曰數理本源曰河圖

曰洛書曰周髀經解曰幾何原本曰算法原

欽定四庫全書

御製數理精蘊
提要

本下編四十卷曰分條致用其別亦有五曰

首部曰線部曰面部曰體部曰末部又表八

卷其別有四曰八線表曰對數開微表曰對

數表曰八線對數表皆通貫中西之異同而

辨訂古今之長短如舊傳方程分二色為一

法三色為一法四色五色以上為一法頭緒

紛然所立假如僅可施之本例而不可移之

他處至于正負加減法實並分母諸例率皆

謬誤今則約之為和數較數和較兼用和較
交變四例而和數不分正負較數任以一色
為正即以相當之一色為負皆以異名相併
同名相減實足正舊法之訛誤又割圓術古
以徑一圓三為周徑之率宋祖沖之用圓容
六邊起算元趙友欽用圓容四邊起算皆屢
求勾股得徑一者周三一四一五九六二五
泰西法亦同其率古今周率之密無逾于此
而舊所傳弧矢諸術周徑皆用古率又弧弦
弦背互求諸術立法極為疏舛今則以六宗
三要二簡法求得一象限內弦矢割切正餘
八線立為一表洵極勾股弧矢之變又幾何
原本止于測面七卷以下徐光啟李之藻後
無譯之者新法算書往往有難引之處讀者
未之能詳且理分中末線但有求作之法而
莫知所用今則求得各等面體及球內容外

切各等面體之積至十二等面及二十等面
之體皆以理分中末線為之比例足以補測
量全義量體諸率之簡畧至末部借根方法
即古人天元一之術唐宋諸算家咸用之至
明而失傳是以顧應祥唐順之于元李治測
圓海鏡一書所立天元一皆茫然不解今則
具明其加減乘除之例而後根與平方以下
諸乘方之多少者咸得其開法與古所云帶
縱立方三乘方諸變同歸一揆且線面體一
以貫之而本法所不能求者皆可以借根而
得至為精妙他若對數表以假數求真數比
例規解以量代算皆西法之迥異於中法者
咸為疏通證明繪圖立表繁簡備寔為從
古未有之書雖專門名家未能窺高深于萬
一也乾隆四十六年九月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

欽定四庫全書

御製數理精蘊
提要

四

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編卷一

數理本原

河圖

洛書

周髀經解

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編
卷一

一

數理本原

粵稽上古河出圖洛出書八卦是生九疇是敘數學亦於是乎肇焉蓋圖書應天地之瑞因聖人而始出數學窮萬物之理自聖人而得明也昔黃帝命隸首作算九章之義已啟堯命羲和治厯敬授人時而歲功已成周官以六藝教士數居其一周髀商高之說可考也秦漢而後代不乏人如洛下閎張衡劉焯祖冲之之徒各有著述唐宋設明經算學科其書頒在學宮令博士弟子肄習是知算數之學實格物致知

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編
卷一

二

之要務也故論其數設為幾何之分而立相求之法加減乘除凡多寡輕重貴賤盈朒無遺數也論其理設為幾何之形而明所以立算之故比例分合凡方圓大小遠近高深無遺理也溯其本原加減實出於河圖乘除殆出於洛書一奇一偶對待相資遞加遞減而繁衍不窮焉奇偶各分縱橫相配互乘互除而變通不滯焉徵其實用測天地之高深審日月之交会察四時之節候較晝夜之短長以至協律度同量衡通食貨便營作皆賴之以為統紀焉今匯集成編

以類相從提點線面體以為綱分和較順逆以為目法無論巨細惟擇其善者由淺以及深執簡以御繁使理與數協務有裨於天下國家以傳於億萬世云

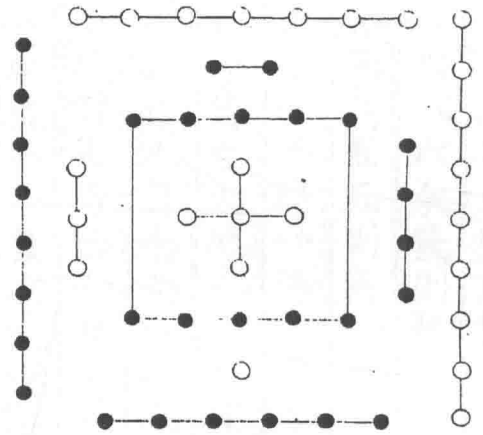
爾

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編
卷一

三

河圖



欽定四庫全書

御製數理精蘊上編

四

易繫辭曰天一地二天三地四天五地六天七地八
天九地十天數五地數五五位相得而各有合朱子
曰河圖以五生數統五成數而同處其方蓋揭其全
以示人而道其常數之體也考其數始於一中於五
終於十陽奇陰偶而數之加減由是生焉自一而二
自二而三自三而四自四而五皆遞加一以相生自
五復加一而成六六加一而七七加一而八八加一
而九九加一而十十則仍歸於一故至十而天地之
數全矣天數陽也地數陰也言天地即所以言陰陽

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編

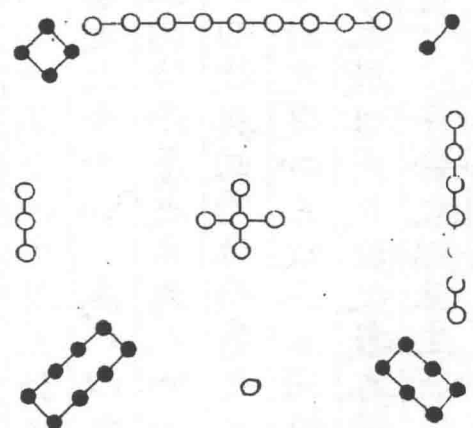
五

也五位相得而各有合以五行之序而定位也邵子
曰天之陽在南而陰在北地之陰在南而陽在北故
河圖之數一陽位於北二陰位於南其即五行質具
於地之義而言之歟今以陰陽相生之數論之一為
陽天一生水而位北一加一為二為陰地二生火而
位南二加一為三為陽天三生木而位東三加一為
四為陰地四生金而位西四加一為五為陽天五生
土而位中至五而五行之數已周此生數之極也自
一至五則五又為一體矣於是以五為中數而復加
一則為六六陰也因五中數與一相加故與一同位
而屬之水焉六加一為七以中數五計之實加二故
與二同位而屬之火焉七加一為八以中數五計之
實加三故與三同位而屬之木焉八加一為九以中
數五計之實加四故與四同位而屬之金焉九加一
為十以中數五計之復加五故與五同位而屬之土
焉至十而五行之數再周天地之數已備此成數之
極也以陰陽運行之序論之以五生數統十成數位
居於中而奇數則始於北一次東三次南七次西九

偶數則始於南二次西四次北六次東八此數之陰與陰陽與陽各從其類者也以奇偶相得之數論之一與六合二與七合三與八合四與九合五與十合此又奇偶相得而各有合者也邵子謂圓者河圖之數又曰歷紀之數其肇於此然則所謂數者即一陰一陽一奇一偶循環無間表裡相維百千萬億總由此推之以成其變化河圖者豈非天地自然生成之數也哉

洛書之數戴九履一左三右七二四為肩八六為足五居其中朱子謂以五奇數統四偶數而各居其所蓋主於陽以統陰而肇其變數之用也邵子曰數學雖多乘除盡之矣夫洛書者數之源也乘除之所以生也易說卦傳曰參天兩地而倚數三天數也二地數也天地相合而萬物育焉一者太極之體其數不行故數行於二三起於三以三參之則三九七一之數生焉起於二以二兩之則二四八六之數生焉其序列之位則天居四正取以陽統陰之義地居四維

洛書



取以陰從陽之義其三九七一乘數則旋而左除數則返而右也其二四八六乘數則旋而右除數則返而左也二三相合而為五五則無對居中者立其體也二五相合而為十十仍歸一洛書不用者藏其用也是故三始於東方發生之地而位於左自東而南三而三之是為九故戴九自南而西九而三之為二十七去成數餘七故右七自西而北七而三之為二十一去成數餘一故履一奇數左旋以三參之即天道左行之說也如轉而右行以三除之仍復其原數

焉二立於西南二陰始生之地而位於右肩自西南而東南二而二之是為四位於左肩自東南而東北四而二之為八位於左足自東北而西北八而二之為十六去十餘六位於右足偶數右旋以二兩之即地道右行之說也如轉而左行以二除之仍復其原數焉此乘除之數見於運行者如此若以對待者觀之一與九對一為數之始九為數之終互乘互除其數不變也二與八對二八互乘俱得十六二除十六得八八除十六仍得二此二與八之相倚也三與七

對三七互乘皆二十一三除二十一得七七除二十一仍得三此三與七之相倚也四與六對四六互乘皆二十四四除二十四得六六除二十四仍得四此四與六之相倚也至五為二三之合天地之交陰陽之會位於洛書之中以建人極配上下而為三才故斜直四圍皆得十五合之得四十有五為九五之數要之運行者其序也對待者其位也進退循環縱橫交錯總不外於乘除故曰乘除之本原自洛書生也

周髀經解

數學之失傳久矣漢晉以來所存幾如一綫其後祖冲之郭守敬輩殫心象數立密率消長之法以為習算入門之規然其法以有盡度無盡止言天行未及地體是以測之有變更度之多盈縮蓋有未盡之餘蘊也明萬歷間西洋人始入中土其中一二習算數者如利瑪竇穆尼閣等著為幾何原本同文算指諸書大體雖具實未闡明理數之精微及我朝定鼎以來遠人慕化至者漸多有湯若

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編
卷一

十

望南懷仁安多閔明我相繼治理歷法間明算學而度數之理漸加詳備然詢其所自皆云本中土所流傳粵稽古聖堯之欽明舜之濬哲歷象授時閔餘定歲璿璣玉衡以齊七政推步之學孰大於是至於三代盛時聲教四訖重譯向風則書籍流傳於海外者殆不一矣周末疇人子弟失官分散嗣經秦火中原之典章既多缺佚而海外之支流反得真傳此西學之所以有本也古算書存者獨有周髀周公商高問答其本文也榮方陳子以下

所推行也而漢張衡蔡邕以為術數雖存考驗天狀多所違失按榮方陳子始言晷度衡邕所疑或在於是若周髀本文辭簡而意該理精而用博實言數者所不能外其圓方矩度之規推測分合之用莫不與西法相為表裏然則商高一篇誠成周六藝之遺文而非後人所能假託也舊註義多舛訛今悉詳正弁於算書之首以明數學之宗使學者知中外本無二理焉爾

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編
卷一

十一

昔者周公問於商高曰竊聞乎大夫善數也請問古者包犧立周天歷度

周天歷度者分周天三百六十度為推求歷日之用也按通鑑載包犧作甲歷天干地支相配六甲一轉天度一周年以是紀而歲功成月以是紀而朔望定晝夜以是紀而時日分易大傳言包犧仰以觀於天文俯以察於地理其觀察之時必有度數以紀其法象則歷度始於包犧無疑矣

夫天不可階而升地不可將尺寸而度請問數從安出

天之高明地之博厚非人力所能及其歷度之數不知從何而得也

商高曰數之法出於圓方

萬物之象不出圓方萬象之數不離圓方河圖者方之象也洛書者圓之象也太極者圓之體奇也四象者方之體偶也奇數天也偶數地也有天地而萬物於是乎生有圓方而萬象於是乎定有奇偶而萬數於是乎立矣

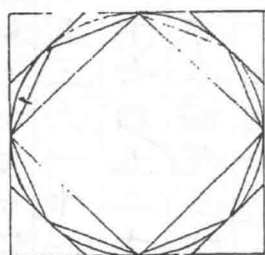
圓出於方

欽定四庫全書

即製數理精蘊上編

十三

以數而論出於圓方以圓方而論則圓出於方蓋

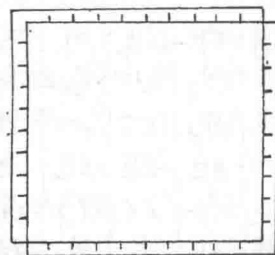


方易度而圓難測方有盡而圓無盡故推圓者以方度之以有盡而度無盡也是以圓周內弦外切屢求勾股為無數多邊形以切近圓界將合而為一而圓

周始得故曰圓出於方也

方出於矩

孟子曰不以規矩不能成方圓夫規所以成圓而



矩所以成方也故凡方形必出於二矩相合如矩之二股均者合之即為正方形矩之二股一大一小者合之則為長方蓋因矩之為形其角直其線正所以能成方體此又直內方外之理故曰方出於矩也

矩出於九九八十一
度圓方者遞歸於矩而矩之形總不外乎二數相乘九九者數之終而一一乃數之始言九九而不

欽定四庫全書

即製數理精蘊上編

十三

及他數者以九九之內他數俱該也是以一一為

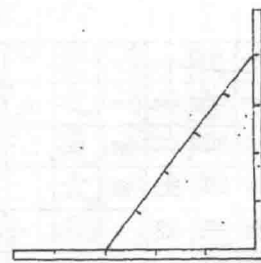
一二二為四三三為九四四為一十六五五為二十六六六為三十六七七為四十九八八為六十四九九為八十一乃矩之二股均平所成之正方也一二為二二三

為三一四為四一五為五一六為六一七為七一
 八為八一九為九形雖未方而其理猶存也二三
 為六二四為八二五一十二六十一十二二十七一
 四二八一十六二十九一十八三十一十二三五一
 十五三六一十八三十七二十一三八二十四三九
 二十七四十五二十四六二十四四七二十八四八
 三十二四九三十六五六三十五七三十五五八
 四十五九四十五六七四十二六八四十八六九
 五十四七八五十六七九六十三八九七十二乃

矩之一股小一股大所成之長方也至於一百之
 類雖為正方乃十之相乘十則仍歸於一也又如
 八十四九十六之類乃六七四十二六八四十八
 之倍不得自立為數之本又或十一十三十七十
 九之類十一為二五一十之奇十三為二六一十
 二之奇十七為四四一十六之奇不得成正方亦
 不得成長方故不入九九之數也是以九九之數
 為方之本而方之形必合以矩故曰矩出於九九
 八十一也

故折矩以為勾廣三股修四徑隅五

前言圓方之形此言勾股生成之正數也以二矩



合之既為方形今以一矩折之
 則為一方之兩邊是以折矩之
 橫者為勾之廣折矩之縱者為
 股之長於勾股之末以斜弦連
 之是為徑隅徑直也隅角也言

自兩角相對直連之也勾之廣必三股之修必四
 而徑隅始得五此乃自然生成之正分也易曰參

天兩地而倚數天數一參之則為三地數二兩之
 則為四三二合之則為五此又勾三股四弦五之
 正義也

既方其外半其一矩

此言勾股之面積也勾股以弦連之不得為方形
 必再合一矩乃為一長方所謂方其外者言弦之
 外復加一矩以成方也勾三股四相乘得一十有
 二即為兩矩合成之數半之得六乃勾股之面積
 所謂半其一矩者也

環而共盤得成三四五

此言勾股弦相和之數也環而共盤者環繞盤旋於勾股弦之周圍得成三四五共之為一十有二乃三數相和之總數也

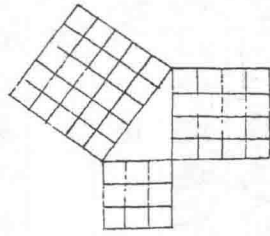
兩矩共長二十有五為積矩

此言勾股相求之法也兩矩者勾與股也其所以相求者以勾股弦各面積彼此加減以立法也勾三自乘為九股四自乘為一十有六合而計之為二十有五是勾股各自乘之積相併而與弦自乘

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編

卷一



之積等故曰積矩也弦之自乘積內減勾自乘之積得股自乘之積弦之自乘積內減股自乘之積得勾自乘之積故為勾股弦相求之法也

故禹之所以治天下者此數之所由生也

言禹之平成之功昭垂萬古揆厥所以奏績者必藉勾股以審高下始得順水之性而告厥成功也然則禹之所以治水者非此勾股之數所由生乎

周公曰大哉言數請問用矩之道

商高曰平矩以正繩

此言用矩立法必以正且直也平矩以正繩有兩義平置其矩使矩之角直以此直角之一股或橫或平橫以度遠平以度高復自一股引繩以度其分則此分為我所知故以所知推所不知此繩引長時必使與直角對正不論其分之幾何引之亦必令直方能得測度之準故為平矩以正繩又平者均平整齊之謂用矩之道矩之角正即直角說也然後二股得

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編

卷一

直以之測高測遠乃得度其大小之分此矩既正而所測之度亦正矣孟子曰規矩準繩以為方圓平直繩者即準之之意規矩所以度圓方而準繩所以考平直故準之以平繩之以直始得立法之精微故曰平矩以正繩也

偃矩以望高

此用矩測高之法也偃者仰也仰矩方可測高矩之一股植立在前一股定平在下然後比例推之蓋平股與立股之比即所知之遠與所測之高之

比也故仰測之而得高

覆矩以測深

此用矩測深之法也覆者俯也俯矩方可測深矩之一股立者在前一股平者在上平股與立股之比即所知之遠與所測之深之比也故俯測之而得深

臥矩以知遠

此用矩測遠之法也臥者平也平矩方可測遠以矩之一股為橫向內一股為縱向前是以橫與縱之比即所知之度與所求之遠之比也故平測之而得遠

環矩以為圓

此用矩為圓之法也以矩之一端為樞一端旋轉為圓則成一圓環矩者即旋規之說也

合矩以為方

此用矩為方之法也矩二股也兩矩相合乃成一方即前方出於矩之說也

方屬地圓屬天天圓地方

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編

卷一

十八

前言用矩以測高深廣遠復用矩以為圓方此以

圓方屬之天地者非以形體言蓋以陰陽動靜之理言也樂記云著不息者天也著不動者地也不息故運而不積圓之象也不動故靜而有常方之理也且圓之數無盡而方之數有盡天不可階而升測天者恆於地上度之是仍以方度圓也凡數之不盡者必奇數之可盡者必偶是以陽為奇陰為偶此方圓之理數所以屬乎天地也

方數為典以方出圓

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編

卷一

十九

典則也言圓之數奇零不盡不可為則故惟方數可為典則以方出圓者以方之形度圓之分從方數中生出圓數即前圓出於方之說也如圓徑求積則以徑自乘之為正方形而以方率圓率比例推之即得圓積是皆以方出圓之理也

笠以寫天天青黑地黃赤天數之為笠也青黑為表丹黃為裏以象天地之位

此即儀象以表天地之形色也笠形圓故以象天寫象也青黑天之色黃赤地之色天數之為笠形

則以青黑為表丹黃為裏以象天地之位蓋取天包地之象也

是故知地者智知天者聖智出於勾勾出於矩夫矩之於數其裁制萬物惟所為耳

天地之高深廣遠非聖智不能知然聖智非由理之自然亦不能無所憑藉而知也故明勾股之數即可以知地而為智知地之數即可因地以知天而為聖矣故曰智出於勾也然勾股之形又賴矩以成故矩為勾股之本而天地之高深廣遠皆賴矩以測況萬物之大小巨細豈能外於矩之度分乎故矩之於數其裁制萬物惟其所為而無不可也

周公曰善哉

以周公之聖而與之曰善哉則其得數之本立法之妙可謂至矣至是而周髀之義盡矣

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編

三

御製數理精蘊上編卷一

欽定四庫全書

御製數理精蘊上編卷二

幾何原本一

幾何原本二

幾何原本三

幾何原本四

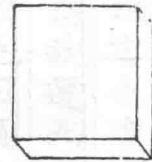
幾何原本五

欽定四庫全書

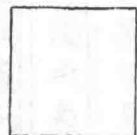
御製數理精蘊上編

一

體



面



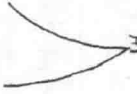
線



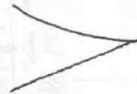
點



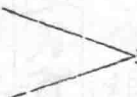
曲線角



直線角



直線角



幾何原本一

第一

凡論數度必始於一點自點引之而為線自線廣之而為面自面積之而為體是名三大綱是以有長而無闊者謂之線有長與闊而無厚者謂之面長與闊厚俱全者謂之體惟點無長闊厚薄具間不能容分不可以數度然線之兩端即點而線面體皆由此生點雖不入於

數實為衆數之本

第二

線有直曲兩種其二線之一端相合一端漸離必成一角二線若俱直者謂之直線角一線直一線曲者謂之不等線角二線俱曲者謂之曲線角

第三

凡角之大小皆在於角空之寬狹出角之二線即如規之兩股漸漸張去自然