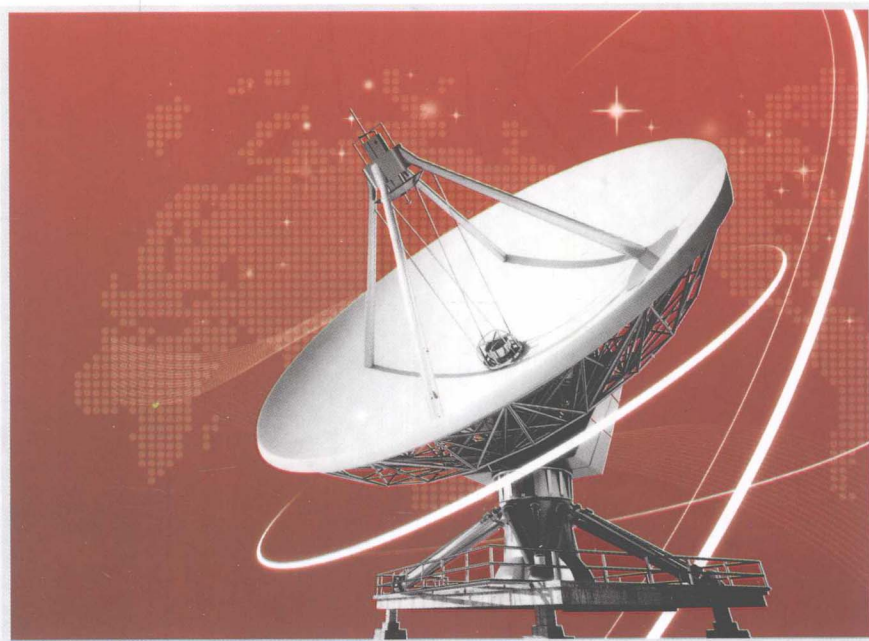


高性能小数 分频频率合成技术

High performance fractional-N frequency synthesis technology

刘祖深 著



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

高性能小数分频频率合成技术

刘祖深 著



西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书主要介绍高性能小数分频频率合成技术的基本原理和实现方法,重点介绍了模拟相位内插(API)和 $\Sigma\Delta$ 调制小数分频等核心技术,以及具体实现方案;也对实现小数频率的各种模型设计、结构寄生与随机化模型设计、剩余量化噪声抑制和充电泵失配误差成型等关键技术进行了深入讨论。

本书内容深入浅出,叙述通俗易懂,可为从事频率合成器技术与产品开发的工程技术人员、硕士和博士研究生提供参考。

图书在版编目(CIP)数据

高性能小数分频频率合成技术/刘祖深著. —西安:西安电子科技大学出版社, 2017.3
ISBN 978 - 7 - 5606 - 4403 - 5

I. ①高… II. ①刘… III. ①分频—频率合成技术 IV. ①TN772 ②TN74

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 039791 号

策 划 云立实

责任编辑 买永莲

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西华沐印刷科技有限责任公司

版 次 2017 年 3 月第 1 版 2017 年 3 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印 张 22

字 数 517 千字

印 数 1~1000 册

定 价 48.00 元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 4403 - 5/TN

XDUP 4695001 - 1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

序



由一个或多个频率精确、稳定的参考信号源，通过适当的操作，产生大量离散频率的过程，称为频率合成；而实现频率合成的电路则称为频率合成器。频率合成器是现代电子系统的重要组成部分，在通信、雷达、导航、电子对抗、精密测试等设备中几乎是不可或缺的。

频率合成技术大体上有直接模拟频率合成、锁相频率合成(或称间接频率合成)、直接数字频率合成等类型，它们各有优、缺点。实际应用中的重大需求之一是，希望输出频率的可调步长很短(甚至接近连续的调谐)，同时又能保持优良的转换时间、相位噪声、部件尺寸以及成本等。为了应对这种需求，在间接频率合成技术发展过程中，陆续提出了多环合成技术、小数分频技术等。多环合成技术、模拟相位内插 API 小数分频技术和 Σ - Δ 调制小数分频技术陆续成为业界的研究热点，大量的实用化技术方案与核心技术取得了突破，形成了庞大的频率合成技术专利池，并有相应的市场化产品问世。

为了进一步推动我国高性能频率合成技术的发展，工程技术人员必须了解小数分频技术的原理和多种实现方法，建立分析模型，掌握亟待突破的关键技术。为了实现低杂散频谱特性，必须了解高阶 MASH 模型输出序列的周期特性，掌握消除结构寄生的方法以及新型 MASH 随机模型的设计技巧。为了实现高纯频谱特性，还要进一步了解和掌握剩余量化噪声的抑制技术和充电泵线性化技术。

本书的作者刘祖深研究员早年就读于南京大学，聪颖勤奋、成绩优秀，给我以很深的印象。转眼 30 多年过去了，我很高兴地看到，他在电子测试技术与仪器方面造诣精深、卓然成家，是中国电子科技集团公司的首席专家。他把自己对于频率合成技术独到而深入的认识与理解整理成书，学术思想新颖，内容具体翔实，有很大的实用价值，是一本密切结合装备现代化需要的高新技术专著。我相信，本书的出版对于从事频率合成技术与开发的工程技术人员和研究生是大有裨益的。

吴培亨

中国科学院院士、南京大学教授

2016 年 9 月

前 言



在频率合成器的发展历程中，人们一直围绕高分辨率、低相位噪声、高频谱纯度和快速频率转换等核心性能指标的提升而展开着深入的研究。频率合成技术经历了模拟直接频率合成、间接频率合成、数字直接频率合成和混合频率合成等几个重要的发展阶段，与其它科学技术一样都是从实际需求中产生，并在实践中不断得到提高和发展的。

模拟直接频率合成技术能实现快速频率变换，可以实现较高的频率分辨率、较低的相位噪声，以及很高的输出频率。但是，它的构成需要很多的振荡器、混频器和带通滤波器等硬件设备，不仅体积庞大、造价高，而且输出拥有大量的杂波分量，频率范围越宽杂波往往也就越多，这是模拟直接频率合成的一个致命缺点。因此，几乎在所有的场合，都被采用锁相技术的间接合成技术所取代。随着百纳秒量级频率捷变的军事应用，在微波、毫米波波段上的直接频率合成技术又重新充满活力。

随着高速数字电路技术水平的提高，从相位概念出发直接合成所需波形的 DDS 频率合成技术得到了迅速发展，以有别于其它频率合成方法的优越性能而在现代频率合成技术中占有一席之地。除了输出杂散性能之外，DDS 在相对带宽、频率转换时间、相位连续性、正交输出、频率分辨率等性能指标方面都远远超过了传统频率合成技术所能达到的水平，特别是它与锁相环技术相结合构成的所谓混合频率合成器，可以实现向微波频段的进一步扩展。由于 DDS 具有纳秒级的频率捷变特性，以及 mHz 甚至 μHz 的频率分辨特性，所以在频率捷变和跳频通信设备中得到了广泛应用。目前，采用混合方式设计的频率合成器产品指标已达到：频率范围为 DC~40 GHz、频率分辨率为 0.01 Hz、频率捷变时间为 100 ns。窄带应用时，频率可以做到更高。

间接频率合成技术是利用锁相环相位负反馈原理将振荡器的输出频率锁定在参考频率上，保持固定的剩余相差，以频率再生的形式实现频率合成。随着大规模集成电路技术的发展，集成锁相环路的发展极为迅速，实现了数字化、小型化和通用化，其优越的性能又促使频率合成技术得以飞速发展。它在电子技术的各个领域都有广泛的应用，已经成为电子设备常用的基本部件。从 1968 年到 2013 年期间的频率合成器发明专利的检索情况来看，全球的频率合成专利申请超过了 5500 多项，主要集中在美国、

中国、德国、日本、韩国、欧盟等六个国家和地区，约占据总申请量的 96%。在 DAS、DDS、PLL 和混合型等四种频率合成技术中，PLL 频率合成技术专利的数量高居榜首，西方发达国家对频率合成技术的研究也处于领先地位。

从 20 世纪 80 年代末和 90 年代初起，小数分频技术成为业界的研究热点，采用两个整数分频模，按照一定规律进行切换，利用统计原理实现平均意义上的小数分频比 $N.F$ 。在突破模拟相位内插 (API) 小数频率合成技术之后，10 MHz~50 GHz 的频率合成扫源产品诞生了，它具有 1 Hz 的频率分辨率，载频 10 GHz、频偏 100 Hz 处的单边带相位噪声优于 -65 dBc/Hz，杂散优于 70 dB，并可以配合系列毫米波倍频器，将频率上限扩展到 110 GHz。在“锁滚”扫频技术的基础上增加了终止频率校准，在追求高功率、大范围、低谐波的同时，综合优化了频率转换时间、调制功能、功率平坦度的设计，使频率合成器的设计技术上上了一个新的台阶。

这个时期，宽带频率合成器设计技术在我国电子测量仪器行业才刚刚起步，产品水平与国外的差距是巨大的。对于 10 MHz~18 GHz、频率分辨率为 1 Hz 的频率合成器来说，即便是国外已经成熟的多环频率合成器结构方案，国内也没有一个仪器厂家有信心触及，这不只是多环结构杂散性能和环路优化难度大的问题，还存在着诸多的宽带微波器件需要突破。而小数分频技术还处于原理性的消化阶段，一直到 20 世纪 90 年代末才解决了 API 小数分频技术，推出了 10 MHz~20 GHz 频率合成扫源，产品实现了 1 Hz 频率分辨率。

20 世纪 90 年代中后期，以数字化 Σ - Δ 调制技术实现小数频率合成器引起了世界各国的关注，在多次国际频率年会上都有相关研究报道，在国际期刊上也发表了相当数量的论文。一种基于数字化校正的小数 N 频率合成器技术获得了应用，环路分频比在 $N+4 \sim N-3$ 范围内抖动，实现了频率分辨率优于 1 Hz 的核心环路。利用这个高分辨率环路与取样环、YTO 环和偏置环搭配，成功推出了 10 MHz~20 GHz 宽带基波频率合成器，频率分辨率为 1 Hz，载波 10 GHz、频偏 1 kHz 处的单边带相位噪声优于 -98 dBc/Hz，最大输出功率为 +20 dBm，形成了一个崭新的频率合成器家族。

在锁相频率合成技术中，实现高分辨率频率合成器的技术手段主要有 API 技术和 Σ - Δ 调制技术。API 技术是利用小数分频原理模型与累加器余量对尾数调制进行实时补偿的，它需要研究小数分频的暂态干扰与固有非线性，以及高精度 API 补偿模型；需要解决大动态范围的 API 补偿模型设计、内插定时与控制，以及避免暂态干扰和提高温度稳定性等关键技术。 Σ - Δ 调制技术采用噪声成型技术实现量化噪声的频谱扩展和搬移，使得量化噪声随机化，并将大部分能量推到频率高端，这种成型后的有色噪声最后依赖于 PLL 闭环传递函数的低通特性加以滤除。我们需要研究 Σ - Δ 调制小数分频线性化模型和小数 N 设计技术，需要解决多级噪声成型 MASH 模型中的结构寄生问题，包括基于抖动的 MASH 模型设计、新型 MASH 模型设计等。对于高频谱纯度

的频率合成器来说,还需要解决大范围分频比抖动与环路非线性相结合所导致的噪声低频折叠问题。其中包括剩余量化噪声获取、抑制通路设计,以及环路充电泵线性化等关键技术。基于上述锁相频率合成器的技术发展脉络和急需突破的关键技术,本书的章节内容安排如下:

第一章为锁相环与频率合成器技术基础。本章主要包括锁相环基本工作原理、基本性能、线性相位模型、噪声过滤、电荷泵型锁相环的 z 域模型,以及振荡器相位噪声模型、相位噪声与时间抖动的转换关系、环路输出抖动的 z 域分析和频率合成技术基础等内容。这部分内容的书籍和参考资料比较多,有基础的读者可以略过。

第二章为模拟相位内插(API)小数分频技术。本章介绍了小数分频原理模型,并给出了尾数调制的来源,接下来的通用DAC的基本结构与工作原理可为API内插DAC设计打下基础。基于API补偿的PFD与充电泵系统设计方案、基于脉宽调制的API补偿方案、小数分频的暂态干扰与固有非线性、基于采样-保持的时分API补偿设计方案等是API小数分频频率合成器的核心技术。本章最后介绍了两点调制与数字化调频技术。

第三章为 Σ - Δ 调制小数 N 频率合成技术。本章从 Σ - Δ 调制A/D转换器基本原理出发,构建了数字化 Σ - Δ 调制器MASH模型,分析了小数分频 Σ - Δ 调制模型与环路输出相位噪声,给出了小数分频器MASH结构设计与实现的方法。同时,本章还介绍了前馈式单环 Σ - Δ 调制器结构方案、混合型和多环结构 Σ - Δ 调制器方案、基于多种级联组合的高阶MASH模型等多种调制器结构,并给出了多种 Σ - Δ 调制器的噪声成型特性与结构寄生性能对比,最后介绍了基于HK-EFM与SP-EFM模型的新型高阶随机MASH模型,以及半周期 Σ - Δ 调制器结构方案。

第四章为 Σ - Δ 调制器的结构寄生与随机模型。本章首先回顾了近代数学与数论基础知识,为量化器结构寄生的数学描述和MASH模型的序列长度分析打下必要的基础。其次,研究了量化器的结构寄生,详细分析了 Σ - Δ 调制器MASH模型的序列长度,得到避免极短周期的有用设计结论,获得最大序列长度的有效方法。再次,对HK-EFM-MASH模型和SP-EFM-MASH模型的序列长度进行了详细分析,证明了它们是能够获得极长周期的新型MASH模型。最后,对多电平量化器EFM模型与序列长度也进行了分析,在常用的几种初始条件下,给出了周期长度结论。

第五章为基于抖动的SDM模型与输出序列长度。本章首先回顾了伪随机序列基础知识,给出了三种抖动序列和序列多重求和的奇偶性分析,可为序列的长度分析打下基础。其次,详细分析了基于三种抖动信号的高阶MASH模型的输出序列长度,同时,也对注入 ± 1 方波调制抖动的SDM模型与序列长度进行了分析讨论。最后,介绍了伪随机抖动信号的成型处理方法。

第六章为剩余量化噪声抑制与CP泵失配误差成型技术。本章首先介绍了对 Σ - Δ

调制器成型噪声的获取和抑制技术,该技术一是减轻了对 PLL 设计的苛刻要求;二是减小了由于环路非线性导致的噪声低频折叠,提升了近端频谱纯度;三是等效拓宽了 PLL 环路带宽,有利于更高速率的环内数字调制的实现。其次,介绍了充电泵失配误差成型技术,包括动态单元匹配(DEM)技术和分段失配成型技术。其中涉及 Pedestal 充电泵线性化技术、NMES 失配误差成型技术、PMES 失配误差成型技术,这些都是提高频谱纯度、实现高性能频率合成器的关键技术。

第七章为微波毫米波频率合成信号发生器技术方案。为使其具有代表性,本章选取了射频、微波和毫米波三种频段的频率合成信号发生器进行分析,它们分别是射频捷变频信号发生器、250 kHz~67 GHz 微波毫米波频率合成信号发生器、75~110 GHz /110~170 GHz BWO 基波频率合成信号发生器。其中涵盖了模拟相位内插 API 技术、 Σ - Δ 调制小数分频技术,以及延时线鉴频技术,读者可以充分了解和掌握频率合成信号发生器的整机工作原理和设计方案,特别是小数分频的实际应用。

特别感谢中国电科仪器仪表有限公司对出版该书所给予的资助,尤其感谢我的夫人所给予的大力支持,也感谢高铁给了我良好的写作环境,使得许多资料的整理、消化和大多数章节的撰写能够在出差的路上得以完成。

限于作者的水平,书中难免有不足之处,敬请广大读者批评指正。

编 者

2016 年 7 月

目 录

第一章 锁相环与频率合成器技术基础	1
1.1 锁相环基本工作原理与线性相位模型	1
1.2 锁相环的基本性能	6
1.2.1 窄带滤波特性	6
1.2.2 环路的同步与捕获特性	8
1.2.3 环路的暂态响应特性	11
1.3 环路对各种噪声的线性过滤	13
1.4 CP-PLL 的 s 域线性相位模型	17
1.5 电荷泵型锁相环的 z 域模型	20
1.6 振荡器相位噪声模型	24
1.6.1 噪声电压功率谱密度与相位噪声功率谱密度的关系	24
1.6.2 反馈型振荡器与相位噪声功率谱密度	26
1.6.3 负阻型振荡器与小信号非时变相位噪声模型	31
1.6.4 差分 LC 振荡器与大信号线性时变模型	36
1.7 相位噪声与时间抖动的转换关系	44
1.8 环路输出抖动的 z 域分析	47
1.8.1 VCO 造成环路输出的抖动	48
1.8.2 输入白噪声造成环路输出的抖动	49
1.8.3 参考信号造成环路输出的抖动	50
1.9 频率合成技术基础	52
1.9.1 直接模拟频率合成技术	52
1.9.2 直接数字频率合成技术	53
1.9.3 锁相环间接频率合成技术	56
1.9.4 DDS+PLL 混合频率合成技术	60
1.9.5 频率合成技术专利统计	61
第二章 模拟相位内插(API)小数分频技术	63
2.1 小数分频原理模型与尾数调制	63
2.2 几种通用 DAC 的基本结构与工作原理	72
2.2.1 电压定标型 DAC	73
2.2.2 电荷定标型 DAC	74
2.2.3 电流定标型 DAC	74
2.2.4 $\Sigma\text{-}\Delta$ 调制型 DAC	78
2.3 基于 API 补偿的 PFD 与充电泵系统设计方案	79

2.4	基于脉宽调制的 API 补偿方案	83
2.5	小数分频的暂态干扰与固有非线性	86
2.5.1	实时补偿的暂态干扰	86
2.5.2	小数分频的固有非线性	88
2.6	基于采样-保持的时分 API 补偿设计方案	92
2.6.1	采样-保持单元与环路线性模型	92
2.6.2	时分 API 补偿模型设计	94
2.6.3	N 计数器与定时触发电路原理	98
2.7	两点调制与数字化调频	99
2.7.1	基于相位调制器的两点调频	99
2.7.2	基于参考调制的两点调频	100
2.7.3	基于滤波器前后注入的两点调频	101
2.7.4	数字化调频	102
第三章	$\Sigma\Delta$ 调制小数 N 频率合成技术	105
3.1	$\Sigma\Delta$ 调制 A/D 变换器基本原理	105
3.2	$\Sigma\Delta$ 调制器 MASH 模型	107
3.3	小数分频 $\Sigma\Delta$ 调制模型与环路输出相位噪声	112
3.4	基于 MASH 模型的小数分频器结构设计与实现	117
3.4.1	3 阶 $\Sigma\Delta$ 调制小数 N 分频器	117
3.4.2	$\Sigma\Delta$ 调制小数分频器的工作时钟考虑	122
3.4.3	$\Sigma\Delta$ 调制器与 PFD 干扰考虑及环路测试	122
3.5	前馈式单环 $\Sigma\Delta$ 调制器结构方案	124
3.5.1	具有前馈和反馈的过采样内插调制 A/D 变换器原理与结构	125
3.5.2	前馈式单环 $\Sigma\Delta$ 调制器	127
3.5.3	几种典型的前馈系数与传递函数	129
3.6	混合型和多环结构 $\Sigma\Delta$ 调制器	134
3.6.1	混合型结构 $\Sigma\Delta$ 调制器	134
3.6.2	多环结构 $\Sigma\Delta$ 调制器	135
3.6.3	切比雪夫型 $\Sigma\Delta$ 调制器	138
3.7	基于多种级联组合的高阶 MASH 模型	139
3.7.1	MASH 2-1 型 3 阶 $\Sigma\Delta$ 调制结构模型	140
3.7.2	MASH 2-2 型 4 阶 $\Sigma\Delta$ 调制结构模型	140
3.7.3	MASH 2-1-1 型 4 阶 $\Sigma\Delta$ 调制结构模型	141
3.7.4	具有定标的 MASH 2-1-1 型 4 阶 $\Sigma\Delta$ 调制结构模型	141
3.8	几种 $\Sigma\Delta$ 调制器的噪声成型特性与结构寄生对比	143
3.9	基于 HK-EFM 与 SP-EFM 模型的高阶 $\Sigma\Delta$ 调制器	146
3.9.1	HK-EFM 模型	146
3.9.2	HK-EFM-MASH 模型与传递函数	147
3.9.3	HK-EFM-MASH 的定标与修正	148
3.9.4	SP-EFM 模型	150
3.9.5	SP-EFM-MASH 模型与传递函数	151
3.10	半周期 $\Sigma\Delta$ 调制器结构方案	152
第四章	$\Sigma\Delta$ 调制器的结构寄生与随机模型	155

4.1	近代数学与数论基础	155
4.2	量化器结构寄生的数学描述	167
4.3	$\Sigma\Delta$ 调制器 MASH 模型序列长度分析	171
4.3.1	1 阶 EFM 模型和输出序列长度分析	171
4.3.2	2 阶 MASH 1-1 模型序列长度分析	173
4.3.3	3 阶 MASH 1-1-1 模型序列长度分析	177
4.4	基于素数模量化器的 HK-EFM-MASH 模型序列长度分析	188
4.4.1	单级 HK-EFM 的序列长度	188
4.4.2	2 阶和高阶 HK-EFM-MASH 模型输出序列长度	190
4.5	基于量化输出参与运算的 SP-EFM-MASH 模型序列长度分析	193
4.5.1	高阶 SP-EFM-MASH 模型输出序列长度	193
4.5.2	基于位数扩展的 SP-EFM-MASH 模型输出序列长度	197
4.6	多电平量化器 EFM 模型与序列长度分析	198
4.6.1	1 阶 EFM 模型输出序列长度	198
4.6.2	2 阶 EFM 模型输出序列长度	199
4.6.3	3 阶 EFM 模型输出序列长度	202
4.6.4	4 阶 EFM 模型输出序列长度	205
第五章	基于抖动的 SDM 模型与输出序列长度	208
5.1	伪随机序列基础	208
5.1.1	基于 LFSR 的伪随机序列发生器	208
5.1.2	m 序列的特性	210
5.2	抖动序列与多重求和的奇偶性	212
5.2.1	抖动序列 K 值的奇偶性	213
5.2.2	抖动序列 K' 值的奇偶性	215
5.3	基于抖动的 MASH 模型序列周期分析	217
5.3.1	基于 $d_{m1}[n]$ 抖动的 MASH 1-1-1 模型序列周期分析	217
5.3.2	基于 $d_{m2}[n]$ 抖动的 MASH 1-1-1 模型序列周期分析	226
5.3.3	基于 $d_{m3}[n]$ 抖动的 MASH 1-1-1 模型序列周期分析	233
5.3.4	注入 ± 1 方波调制抖动的 SDM 模型与序列长度	239
5.3.5	伪随机抖动序列成型处理	244
第六章	剩余量化噪声抑制与 CP 泵失配误差成型技术	245
6.1	剩余量化噪声的获取和抑制技术	245
6.1.1	小数环中的剩余量化噪声	245
6.1.2	MASH 结构中剩余量化噪声的获取与抵消方案	247
6.1.3	多环结构中剩余量化噪声的获取与抵消方案	249
6.2	动态单元匹配 (DEM) 技术	252
6.2.1	并行多比特 DAC 结构原理与失配误差	252
6.2.2	动态单元匹配原理与失配成型	254
6.3	分段失配成型技术	257
6.3.1	段失配及成型原理	257
6.3.2	1 阶段失配噪声成型	261
6.3.3	2 阶段失配噪声成型	264
6.3.4	3 阶段失配噪声成型	264

6.4 剩余量化误差抵消通道的信号处理模型	265
6.4.1 抵消通道的增益失配	265
6.4.2 抵消 DAC 电流脉冲持续时间的误差	268
6.4.3 再量化和段失配噪声的影响	270
6.5 基于 FIR 滤波技术的剩余量化噪声抑制	272
6.5.1 基于 FIR 滤波器的剩余量化噪声抑制原理与框图	272
6.5.2 一种降低延时误差的改进型实现方案	276
6.6 小数 N 锁相环中充电泵的误差与非线性效应	278
6.6.1 充电泵的误差及来源	278
6.6.2 失配误差的非线性效应	280
6.7 充电泵线性化技术	282
6.7.1 Pedestal 充电泵线性化技术	282
6.7.2 NMES 失配误差成型技术	285
6.7.3 PMES 失配误差成型技术	286
第七章 微波毫米波频率合成信号发生器技术方案	290
7.1 信号发生器的主要技术参数	290
7.1.1 频率特性	291
7.1.2 输出特性	292
7.1.3 调制特性	293
7.1.4 扫描特性	295
7.2 基于 FLL+PLL 的射频捷变频信号发生器	296
7.2.1 整机基本工作原理	296
7.2.2 延时鉴频器及传递函数	299
7.2.3 FLL+PLL 方案设计及相位噪声传递函数	301
7.2.4 频率捷变特性	304
7.3 250 kHz~67 GHz 微波毫米波频率合成信号发生器	307
7.3.1 整机基本工作原理	308
7.3.2 3~10 GHz 波段频率合成器设计方案	309
7.3.3 低频段和微波毫米波频段的扩展	316
7.4 75~110 GHz/110~170 GHz BWO 基波频率合成信号发生器	321
7.4.1 系列化 BWO 频率合成信号发生器整机方案	321
7.4.2 毫米波频率合成相位噪声传递模型	328
7.4.3 高分辨率毫米波频率合成信号发生器整机方案	330
参考文献	337

第一章

锁相环与频率合成器技术基础

1.1 锁相环基本工作原理与线性相位模型

在无线电技术中,自动控制技术包括的自动增益控制、自动频率控制和自动相位控制在无线电设备中都有广泛的应用。锁相技术是实现相位自动控制的一门学科,是专门研究系统相位关系的新技术。

锁相的概念可以追溯到 17 世纪,霍金斯在观察肩并肩挂在墙上的两座钟摆的运动时,发现两个钟摆通过空气媒质相互影响,时钟的速度一样,达到了相互间相位长期锁定。这是锁相原理的第一手观察资料,也给出了两个振荡器之间出现相位锁定的物理解释。锁相原理的数学理论始于 20 世纪 30 年代,法国工程师贝尔赛什(Bellesize)采用电真空管实现了用于相干解调的第一个锁相环路,公开发表了锁相环路的数学描述,提出了同步检波理论。40 年代锁相技术第一次成功地应用于电视机行同步装置中,有效抑制外界噪声干扰,使电视图像的同步性能得到极大改善,获得了稳定清晰的图像。50 年代,杰费和里希廷利用锁相环路作为导弹信标的跟踪滤波器获得成功,发表了包含有噪声效应的锁相环路线性理论分析的文章,一定程度上解决了锁相环路最佳化设计的问题。60 年代,维特比(Viterbi)研究了无噪声锁相环路的非线性理论问题,出版了《相干通信原理》一书。70 年代,林特塞(Lindsey)和查利斯(Charles)进行了有噪声的 1 阶、2 阶和高阶锁相环路的非线性理论分析,并且做了大量实验来充实其理论分析。至今,锁相技术已经形成为一门比较系统的理论学科,锁相技术的应用遍及整个无线电领域。

锁相就是自动完成相位同步。实现两个信号相位同步的自动控制系统叫做锁相环路(PLL),通常简称为锁相环。锁相环路种类较多,如果按环路组成部件进行分类,大致可以分为:① 模拟锁相环路,环路部件全部采用模拟电路;② 采样锁相环路,采用采样-保持鉴相器的锁相环路;③ 数字锁相环路,环路部件部分或全部采用数字电路;④ 集成锁相环路,环路部件全部做在一个单片集成电路中。PLL 是一个相位负反馈系统,它通常由鉴相器(PD)、环路滤波器(LF)和压控振荡器(VCO)三个基本部件组成,基本框图如图 1.1 所示。

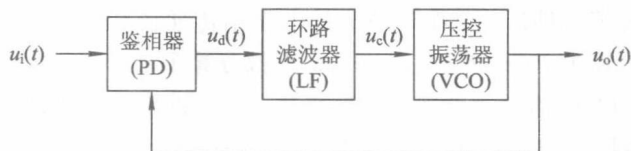


图 1.1 PLL 的基本框图

鉴相器是将 VCO 输出信号 $u_o(t)$ 与输入参考信号 $u_i(t)$ 进行相位比较, 输出一个正比于两个信号相位差的误差电压 $u_d(t)$, 完成了一个相位差转化为电压的变换器功能。鉴相器输出的误差电压 $u_d(t)$ 经过环路滤波器将高频成分和噪声滤除之后形成控制电压 $u_c(t)$, $u_c(t)$ 控制 VCO 的输出信号 $u_o(t)$ 的频率和相位, 使它朝着减小两个信号的频率和相位差方向变化。当 $u_o(t)$ 信号的频率等于 $u_i(t)$ 信号的频率, 且相位差等于一个固定常数时, 环路达到了锁定状态。在理想情况下, 鉴相器输出相位差应保持恒定。但是, 实际上环路受到噪声和输入信号寄生调制等因素的影响, 会使相位同步产生一定的误差。

锁相环是一个相位负反馈系统, 是输入信号 $u_i(t)$ 的相位在起作用, 输出信号 $u_o(t)$ 的相位受到 $u_i(t)$ 相位的控制。假设输入和输出信号分别为

$$u_i(t) = U_i e^{j[\omega_i t + \Phi_i(t)]} \quad (1.1)$$

$$u_o(t) = U_o e^{j[\omega_o t + \Phi_o(t)]} \quad (1.2)$$

式(1.1)中, $\omega_i t + \Phi_i(t)$ 是输入信号 $u_i(t)$ 的瞬时相位, $\Phi_i(t)$ 是以 $\omega_i t$ 为参考的瞬时相位。如果 $u_i(t)$ 是未调制信号, 则 $\Phi_i(t)$ 是 $u_i(t)$ 的初始相位, 是一个常数。如果 $u_i(t)$ 是调频或调相信号, 则 $\Phi_i(t)$ 是一个时间的函数。式(1.2)中, $\omega_o t + \Phi_o(t)$ 是输出信号 $u_o(t)$ 的瞬时相位, $\Phi_o(t)$ 是以 $\omega_o t$ 为参考的瞬时相位。在开环状态下, $\Phi_o(t)$ 是一个常数; 在闭环受控状态下, $\Phi_o(t)$ 跟踪 $\Phi_i(t)$ 的变化, 也是一个时间的函数。

通常我们定义瞬时相位差为

$$\begin{aligned} \Phi_e(t) &= [\omega_i t + \Phi_i(t)] - [\omega_o t + \Phi_o(t)] \\ &= \Delta\omega_o t + \Phi_i(t) - \Phi_o(t) \end{aligned} \quad (1.3)$$

式中, $\Delta\omega_o = \omega_i - \omega_o$, 是环路的固有频差。我们统一 $\Phi_i(t)$ 和 $\Phi_o(t)$ 的参考相位, 通常假设以 $\omega_o t$ 为参考相位, $u_i(t)$ 的瞬时相位为

$$\omega_i t + \Phi_i(t) = \omega_o t + \Delta\omega_o t + \Phi_i(t)$$

上式表明, $u_i(t)$ 以 $\omega_o t$ 为参考的瞬时相位是 $\Delta\omega_o t + \Phi_i(t)$, 记为 $\Phi_1(t)$ 。考虑到 $u_o(t)$ 以 $\omega_o t$ 为参考的瞬时相位是 $\Phi_o(t)$, 记为 $\Phi_2(t)$ 。关系式(1.3)可以表示为

$$\Phi_e(t) = \Phi_1(t) - \Phi_2(t) \quad (1.4)$$

在后续的相位模型建立和公式推导中均是以 $\Phi_1(t)$ 和 $\Phi_2(t)$ 为变量进行的。

鉴相器分为两大类: 一类是乘法器电路, 输出是两个信号相位差的函数, 也包括一些高频分量, 其中的高频分量将被后面的低通滤波器滤除; 另一类是数字时序电路, 输出是两个信号过零点的时间差的函数。

当使用正弦鉴相器时, 在滤除高频分量之后的输出电压为

$$u_d(t) = K_m u_i(t) \cdot u_o(t) = U_d \sin\Phi_e(t)$$

其中, K_m 为乘法器的乘法系数, $U_d = 0.5 K_m U_i U_o$ 是鉴相器输出的最大电压。

锁相环路的滤波器通常采用低通滤波器, 有 RC 积分滤波器、无源比例积分滤波器、有源比例积分滤波器等多种形式。在频域分析中常用传递函数 $F(s)$ 表示, s 为复频率。在时域分析中常用传输算子 $F(p)$ 表示, $p = d/dt$ 为微分算子。

压控振荡器(VCO)的输出频率随着控制电压 $u_c(t)$ 的变化而线性地变化, 通常有很多种类, 例如石英晶体振荡器、LC 振荡器和环形振荡器等。其中, LC 振荡器又分为反馈型 LC 振荡器、负阻型 LC 振荡器等。反馈型 LC 振荡器的三种典型拓扑结构分别为 Colpitts

振荡器、Hartley 振荡器和 Clapp 振荡器，它们之间的区别主要是谐振电路的结构不同。负阻型 LC 振荡器的两种基本类型是串联型负阻振荡器和并联型负阻振荡器。不管哪种形式的 VCO，在其控制线性范围之内，它的输出相位都可以表示为

$$\Phi_2(t) = \frac{K_v}{p} u_c(t)$$

之所以采用输出相位的形式来表示，是因为 VCO 的输出反馈到鉴相器上产生误差电压的不是它的频率，而是其相位 $\Phi_2(t)$ 。相位是频率的积分，因此，分母上出现一个 p 微分算子。

图 1.1 所示的基本锁相环的时域相位模型如图 1.2 所示。环路的输入相位 $\Phi_1(t)$ 和反馈的输出相位 $\Phi_2(t)$ 进行相位比较，得到误差相位 $\Phi_e(t)$ ，由误差相位产生误差电压 $u_d(t)$ ，经过环路滤波器 $F(p)$ 的过滤后得到控制电压 $u_c(t)$ ，控制电压 $u_c(t)$ 调整 VCO 产生频率偏移，跟踪输入频率的变化。环路锁定后，VCO 的频率和输入频率相同，两者维持一定的稳态相差。

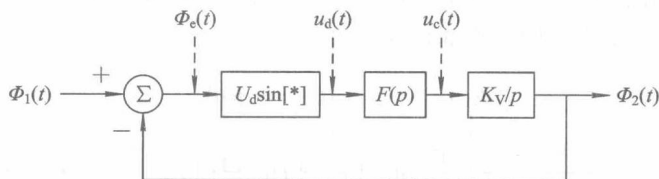


图 1.2 锁相环时域相位模型

根据图 1.2 所示的相位模型，可以得到环路的动态方程为

$$p\Phi_e(t) = p\Phi_1(t) - KF(p)\sin\Phi_e(t) \quad (1.5)$$

其中， $p = d/dt$ 是微分算子， $F(p)$ 是环路滤波器的传输算子， $K = K_v U_d$ 是环路增益。

我们利用近似线性鉴相特性 $K_d \Phi_e(t)$ 来取代正弦鉴相器 $U_d \sin\Phi_e(t)$ ，这样不拘泥于正弦鉴相特性，适合于任何鉴相器形式。只要在鉴相器工作的线性范围内，在复频域上的动态方程可以表示为

$$s\Phi_e(s) = s\Phi_1(s) - KF(s)\Phi_e(s) \quad (1.6)$$

其中， $\Phi_e(s)$ 和 $\Phi_1(s)$ 是 $\Phi_e(t)$ 和 $\Phi_1(t)$ 的拉普拉斯(Laplace)变换， $F(s)$ 是环路滤波器的传递函数。

在复频域上的锁相环线性 s 域相位模型如图 1.3 所示。在研究锁相环时，采用复频域上的线性相位模型是非常方便的，它已经将一个线性微分方程简化为线性代数方程。我们常常将环路的开环传递函数 $H_o(s)$ 、闭环传递函数 $H(s)$ 和误差传递函数 $H_e(s)$ 定义为

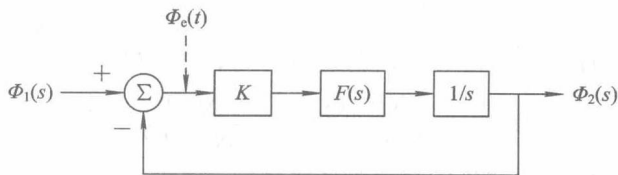


图 1.3 锁相环线性 s 域相位模型

$$\left. \begin{aligned} H_o(s) &= \left. \frac{\Phi_2(s)}{\Phi_1(s)} \right|_{\text{开环}} = \frac{KF(s)}{s} \\ H(s) &= \left. \frac{\Phi_2(s)}{\Phi_1(s)} \right|_{\text{闭环}} = \frac{KF(s)}{s + KF(s)} \\ H_e(s) &= \left. \frac{\Phi_e(s)}{\Phi_1(s)} \right|_{\text{闭环}} = \frac{s}{s + KF(s)} \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

很容易得出 $H_o(s)$ 、 $H(s)$ 和 $H_e(s)$ 三个传递函数之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} H(s) &= \frac{H_o(s)}{1 + H_o(s)} \\ H_e(s) &= \frac{1}{1 + H_o(s)} \\ H_e(s) &= 1 - H(s) \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

在频率合成器的设计中,总是将锁相环设计成一个倍频环路,以便扩大输出频率范围。因此,大多数情况下在反馈通路中都设置一个 N 分频器,如图 1.4 所示。此时的环路输出频率 $\omega_2 = N\omega_1$, 线性相位模型如图 1.5 所示。

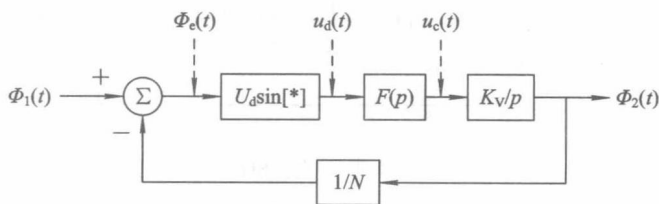


图 1.4 具有反馈的锁相环时域相位模型

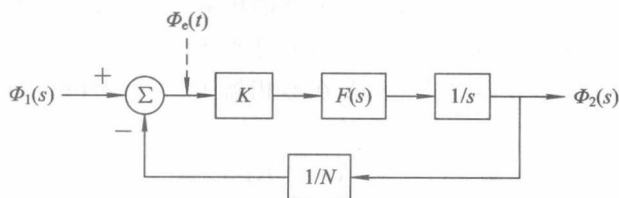


图 1.5 具有反馈的锁相环 s 域线性相位模型

对应的 $H_o(s)$ 、 $H(s)$ 和 $H_e(s)$ 三个传递函数之间的关系为

$$H(s) = \frac{NH_o(s)}{N + H_o(s)} \quad (1.9)$$

$$H_e(s) = 1 - \frac{1}{N}H(s) \quad (1.10)$$

将开环传递函数 $H_o(s) = KF(s)/s$ 代入式(1.9),可以得到

$$H(s) = \frac{NH_o(s)}{N + H_o(s)} = \frac{NKF(s)}{sN + KF(s)} \quad (1.11)$$

带有反馈分频比 N 的闭环传递函数呈低通特性,通带内 $|H(j\omega)| = N$ 。误差传递函数呈高通特性,通带内 $|H_e(j\omega)| = 1$ 。锁相环的闭环传递函数和误差传递函数如图 1.6 所示,该特性在锁相环相位噪声的传递分析时会经常用到。

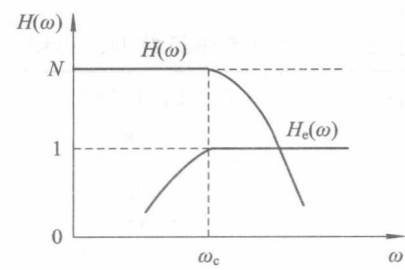


图 1.6 闭环传递函数与误差传递函数

根据式(1.7)的分母中 s 的最高幂次和在原点的极点数目, 定义锁相环的阶数和类型, 锁相环的阶数指的是分母中 s 的最高幂次, 锁相环的类型指的是在原点的极点个数。

常用的 RC 滤波器、无源比例积分滤波器和有源比例积分滤波器等滤波器的结构形式如图 1.7 所示, 很容易得到它们相应的传递函数 $F(s)$, 结果见表 1.1 中所示。由于 $F(s)$ 的分母中 s 最高次幂是 1, 故滤波器本身均为 1 阶的。但在锁相环中, 由于频率与相位之间的关系, 在 VCO 的输出相位反馈上表现出一个积分因子, 因此, $H(s)$ 的分母中 s 的最高次幂是 2, 属于 2 阶锁相环路。我们将 $F(s)$ 代入式(1.11)和式(1.10)就可以得到相应的 $H(s)$ 和 $H_e(s)$, 参见表 1.1 中所示, 表中 $\tau_1 = (R_1 + R_2)C$ 和 $\tau_2 = R_2C$ 是两个时间常数。

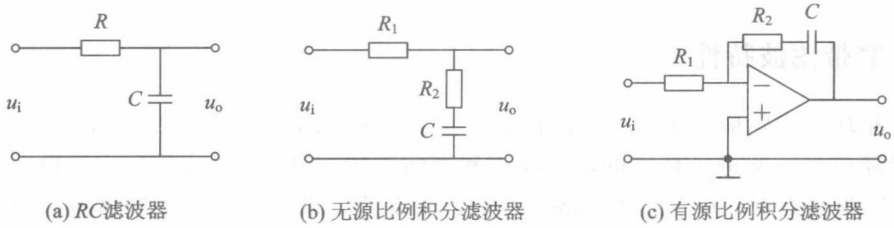


图 1.7 常见的三种滤波器电路结构

表 1.1 不同滤波器形式下的传递函数表达式(具有反馈分频比 N 的情况)

滤波器形式	采用 RC 滤波器的 2 阶环	采用无源比例积分滤波器的 2 阶环	采用理想积分滤波器的 2 阶环
$F(s)$	$\frac{1}{1+s\tau_1}$	$\frac{1+s\tau_2}{1+s\tau_1}$	$\frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}$
$H_e(s)$	$\frac{s^2+s\frac{1}{\tau_1}}{s^2+s\frac{1}{\tau_1}+\frac{K}{N\tau_1}}$	$\frac{s^2+s\frac{1}{\tau_1}}{s^2+s\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{K\tau_2}{N\tau_1}\right)+\frac{K}{N\tau_1}}$	$\frac{s^2}{s^2+s\frac{K\tau_2}{N\tau_1}+\frac{K}{N\tau_1}}$
$H(s)$	$\frac{\frac{K}{\tau_1}}{s^2+s\frac{1}{\tau_1}+\frac{K}{N\tau_1}}$	$\frac{s\frac{K\tau_2}{\tau_1}+\frac{K}{\tau_1}}{s^2+s\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{K\tau_2}{N\tau_1}\right)+\frac{K}{N\tau_1}}$	$\frac{s\frac{K\tau_2}{\tau_1}+\frac{K}{\tau_1}}{s^2+s\frac{K\tau_2}{N\tau_1}+\frac{K}{N\tau_1}}$

2 阶锁相环经线性化后, 动态方程是一个 2 阶线性微分方程, 具有 2 阶线性系统的一般性能特点, 通常用类似于无阻尼振荡频率 ω_n 和阻尼系数 ξ 的系统参数来描述系统的响应。采用 RC 滤波器、无源比例积分滤波器和理想积分滤波器环路的 ω_n 和 ξ , 以及相应的