

离心泵的现代优化 理论及方法

张人会 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

离心泵的现代优化

理论及方法

张人会 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

·北京·

内 容 提 要

本书得到国家自然科学基金(51109104、51469014)及国家重点研发计划(2016YF130200901)资助,全书共7章,包括离心泵的优化设计现状及发展、离心泵叶轮的参数化方法、离心叶轮的响应面优化方法、离心泵叶轮的不完全敏感性优化方法、离心泵叶轮的伴随方法、离心泵叶轮的载荷优化设计、离心泵叶轮的准正交分解优化方法、离心泵径向基函数优化方法。本书系统地分析了离心泵优化设计中存在的问题,并就离心泵叶轮的参数化方法、优化理论及方法进行了系统的介绍;提出了离心泵叶轮的自由曲面变形反问题方法、离心叶轮的不完全敏感性优化方法、离心叶轮的伴随优化方法、离心叶轮的准正交分解反问题方法等。

本书具有较高的参考价值,可供从事水泵设计的技术人员或相关高校及科研院所相关专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

离心泵的现代优化理论及方法 / 张人会著. — 北京:
中国水利水电出版社, 2017.3
ISBN 978-7-5170-5254-8

I. ①离… II. ①张… III. ①离心泵—研究 IV.
①TH311

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第170617号

书 名	离心泵的现代优化理论及方法 LIXINBENG DE XIANDAI YOUPU LILUN JI FANGFA
作 者	张人会 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心) 北京科水图书销售中心(零售)
经 销	电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市密东印刷有限公司
规 格	170mm×240mm 16开本 10.5印张 206千字
版 次	2017年3月第1版 2017年3月第1次印刷
定 价	48.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

水力机械叶轮是能量转换的核心部件，叶轮的水力设计及其优化一直是该领域的热点及难点问题，由于内流道几何边界形状的复杂性，加上复杂的内部流动约束的存在，使得在水力机械叶轮的设计中，控制变量与设计目标之间存在异常复杂的隐式关系，导致叶片几何形状的控制、修改不便，优化设计更是难以进行。目前，水力机械叶轮的工程设计方法基本上仍采用传统的一元、二元半经验的设计理论，这些方法是建立在大量的试验及模型基础上，经回归统计得到的，设计过程繁琐，对设计者的经验依赖较强，新产品的设计研发周期长。作者在国家自然科学基金项目（51109104、51469014）及国家重点研发计划项目（2016YFB0200901）的资助下开展离心泵叶轮的优化研究。本书展示了项目研究过程中的大部分研究成果。

本书主要就近期关于离心泵叶轮的参数化及离心泵叶轮的优化理论及方法的研究工作进行了系统的介绍。提出了离心泵叶轮的偏微分方程反问题方法、离心泵叶轮的自由曲面变形反问题方法、基于迭代方法的离心泵叶轮非均匀B样条曲面设计方法、离心泵叶轮的响应面优化方法、离心泵叶轮叶片的载荷优化方法、离心泵叶轮的不完全敏感性优化方法、离心叶轮的伴随优化方法、离心叶轮的准正交分解反问题方法及流场的重构等。

感谢本人的研究生为本书的图文和数据处理做了大量的工作。

最后衷心感谢兰州理工大学红柳研究团队计划、兰州理工大学优秀青年教师计划、国家自然科学基金的资助。

希望本书的问题能得到广大读者的批评指正。

作者

2017年1月

目 录

前言

第 1 章 离心泵的优化设计现状及发展	1
1.1 引言	1
1.2 离心泵 CAD 及其参数化研究进展	2
1.3 离心泵设计优化方法研究现状	4
1.4 离心泵内流动正、反问题研究进展	6
第 2 章 离心泵叶轮的参数化方法	10
2.1 叶轮的高阶 Bezier 曲线造型方法	10
2.2 叶轮的叶片非均匀 B 样条曲面 (NURBS) 造型方法	21
2.3 离心泵叶片载荷分布及反问题方法	25
2.4 基于偏微分方程方法的离心叶轮参数化方法	29
2.5 基于自由曲面变形方法的离心叶轮的参数化方法	36
2.6 直接自由曲面变形参数化方法及其应用	48
2.7 翼型叶片的其他参数化方法	58
第 3 章 离心叶轮的响应面优化方法	60
3.1 响应曲面分析方法的基本概念	60
3.2 响应曲面方法对叶轮进行优化设计	63
3.3 离心叶轮的三因素响应面优化分析	70
第 4 章 离心泵叶轮的不完全敏感性优化方法	91
4.1 研究背景	91
4.2 不完全敏感性方法应用于离心叶轮的优化	91
4.3 结果分析	93
4.4 小结	97
第 5 章 离心泵叶轮的伴随方法 (Adjoint method)	98
5.1 研究背景	98
5.2 伴随方法应用于离心泵叶轮的优化	98
5.3 结果分析及讨论	102

5.4 小结	104
第6章 离心泵叶轮的载荷优化设计.....	105
6.1 研究背景	105
6.2 叶片载荷的优化研究	105
6.3 小结	113
第7章 离心泵叶轮的准正交分解（POD）优化方法.....	115
7.1 本征正交分解理论	115
7.2 基于 gappy POD 方法的离心泵圆柱叶片反设计.....	116
7.3 三维扭曲叶片的 POD 反问题方法	121
7.4 基于 POD 方法的流场重构	129
7.5 小结	135
第8章 离心泵径向基函数优化方法（RBF）.....	137
8.1 径向基函数方法的应用及研究现状	137
8.2 径向基函数方法的基本原理	139
8.3 径向基函数方法预测离心泵叶片进口边形状对空化性能的影响	140
8.4 小结	148
参考文献	149

第1章 离心泵的优化设计现状及发展

1.1 引言

水力机械对国民经济的发展起着重要作用，在石化、电力、航空航天、水利、国防军工、医疗卫生及市政生活等领域的流体输送及能量的转换均离不开水力机械。水力机械主要包括泵及水轮机两大类，据不完全统计泵的耗电量约占总发电量的 17%，水轮机的发电量约占总发电量的 20%。经科研设计及制造相关技术人员的努力，我国的泵设计及制造技术发展迅速，但整体上与国际一流水平还存在一定的差距，我国的能源、化工、军事等关键领域的众多泵存在技术不足，核主泵、安全壳喷淋泵、上充泵、导叶式海水循环泵，百万吨级乙烯流程泵中的百万吨级急冷油泵、加氢进料泵，超大型火力发电用锅炉给水泵，1000MW 以上机组冷凝泵、军工特殊用途泵等仍大量依赖进口。其原因主要是水力性能、安装尺寸、振动、噪声多性能、多参数的限制，流动优化理论不成熟，流动计算量大，复杂流动模型不成熟等。近期，科研人员针对泵的研究主要包括以下几个方向：水力机械多相流问题（固液、气液、空化等）^[1-10]、水力机械高精度数值方法^[11-16]、水力机械的流固耦合问题^[17-20]、水力机械的振动及噪声问题^[21-24]、水力机械内流动的优化控制问题^[25-29]、水力机械间隙流动^[31-36]及运行稳定性^[37-48]等。

叶片式水力机械领域的基本科学问题可以概括为水力机械的正问题及反问题。正问题是确定的叶轮内流道中流动问题的求解，即根据流动控制方程及其边界条件求解流动参数的分布问题。反问题正好相反，是根据给定的流动参数的分布反过来确定流动区域的几何边界，其实质就是水力机械的水力设计问题，其关系如图 1.1 所示。

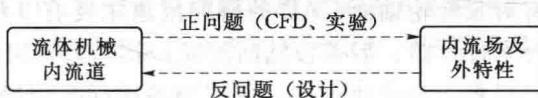


图 1.1 流体机械正问题及反问题

水力机械反问题的研究一直是水力机械领域内研究的热点问题，由于水力机械内流动为复杂的三维湍流流动，且流动区域的几何边界复杂，其形状难以参数化控制，加上旋转坐标系等诸多原因使得水力机械内流动的反问题难以求解，反



问题的优化研究更是举步维艰。本书以离心泵为研究对象来研究水力机械叶轮的反问题及其优化方法，随着流动模拟技术的发展，泵内流的正问题研究发展迅速，已经可以实现叶轮内流的全三维湍流工程计算^[49-54]。

但由于反问题的复杂性，反问题的发展仍非常缓慢，虽然离心泵叶轮内的准三维、全三维反设计方法也有诸多报道，但目前，离心泵叶片的工程设计方法基本上仍然采用传统的一元、二元半经验的设计理论^[55-58]，而且设计出的叶轮性能对设计者的设计经验有很大的依赖性。目前虽然有一些研究者在叶轮的优化设计及叶片的正反问题迭代等方面进行了大量的研究，但是这些方法仍然存在很大的不足，如叶片几何形状的控制、修改不便，计算量大、难以实现优化设计及寻优过程中可能会出现局部最优的情况等。所以发展快速、便捷的叶轮优化设计方法迫在眉睫，由于离心泵叶轮的形状控制参数与其优化目标函数间的复杂的隐含关系，使得离心泵设计优化难以进行，目前，对于离心泵设计优化方面的研究主要分为基于演化算法的优化方法和基于梯度的优化方法，由于叶轮叶片的参数化设计难以实现，使得基于演化算法的优化方法的计算量大，难以实现。而基于梯度的优化算法的困难主要是优化设计的目标函数对其控制变量的梯度矢量难以求解。为此，本书首先研究实现离心泵叶轮的参数化设计，然后据此进行离心叶轮设计的优化方法研究，实现离心叶轮的参数化优化设计。

水力机械叶轮的优化设计的实质是具有流动约束的形状优化问题，其主要困难在于叶轮内流道形状与其水力性能间的复杂隐式关系。控制变量与优化目标间的复杂隐式关系导致叶轮优化设计进展缓慢，设计结果的优劣极大地依赖于设计者的设计经验，难以得到最优设计。本书主要介绍作者在离心泵性能优化方向上做的一些基础工作。

1.2 离心泵 CAD 及其参数化研究进展

对于泵叶轮 CAD 的研究国内外已有诸多报道。一般叶轮的设计均从叶轮的轴面设计开始，根据轴面流线及流面展开线来确定叶片工作面及背面的各截线来确定叶片形状。现有对泵叶轮轴面 CAD 的研究报道主要有 3 种方法：其一为采用圆弧和直线段组合来设计前、后盖板轴面流线；其二为采用 2 次或 3 次 Bezier 曲线来设计叶轮前、后盖板的轴面流线；其三为采用样条曲线来设计泵叶轮前、后盖板轴面流线及流面展开线。戴正元、谷传纲^[59]提出了符合一元理论的离心泵叶轮轴面流道过流断面的一种新的分布规律，并给出了按照此分布规律计算叶轮轴面流道过流面积的计算方法和公式，克服了传统离心泵叶轮水力设计方法存在试凑性工作量大或盖板形状不为简单曲线的缺陷。王福军^[60]提出采用 Hermite 曲线来调控流线展开线，使其上各点的叶片安放角由 β_1 平稳过渡到 β_2 ，由叶轮轴



面及流面展开线进行叶片实体造型。蔡江畔及李春等^[61]提出采用3次B样条曲线来设计泵叶轮前、后盖板轴面流线及流线展开线，并提出了经验的流线调控方法。陈田、殷国富等^[62]及周玉娟、赵林明^[63]提出采用3次Bezier曲线来设计叶轮轴面前、后盖板流线及流面展开线，进行叶轮实体造型。陈宏冀^[64]提出采用5个控制点的4次Bezier曲线进行离心压气机子午流道的设计，考虑曲线自由度和气动要求，同时还提出了一种快捷计算流道宽度的方法。戴玉姝、王霄等^[65]提出将叶片工作面和背面上点的数据文件ibl文件导入Pro/e造型软件实现叶片的实体造型，但叶片轴面各流线的设计仍然是采用传统二维木模图的方法。卢金铃、席光等^[66]提出采用4个控制顶点的3次贝塞尔曲线来控制前、后盖板流线，并利用遗传算法对叶片进行优化。苏进、李春等^[67]提出采用偏微分数值网格生成技术生成的网格线作为叶轮轴面流线的方法进行叶轮的设计。赵文生、罗京翔等^[68]提出采用NURBS曲线来设计叶轮轴面流线，并提出了控制流线形状的方法。殷明霞、刘群辉等^[69]基于Bezier理论，利用OpenGL作为图形图像的开发工具，开发了一套对叶轮机二维叶型进行可视化设计的软件，经优化设计前后的数值模拟比较，修型后的叶栅总压损失系数明显下降。Hideki Ono、Tatsurou Yashikki等^[58]提出根据叶轮前盖板流线及过水断面面积变化规律来求解后盖板轴面流线，通过微分方程网格技术逐步由前盖板流线沿其法线方向向后盖板流线生成网格线，最终生成后盖板流线。

虽然，对于叶轮的CAD研究相关报道较多，但目前还是没有一种快捷、方便的叶轮的参数化设计方法，所以目前工程上泵叶轮的设计基本上仍采用传统二维木模图的方法，或者是基于传统二维木模图的CAD软件^[70-73]，设计、修改模型步骤繁琐，设计周期长，难以进行优化设计。

泰勒多项式方法用可用泰勒多项式展开的方式表示任意复杂的函数关系，根据需要的精度保留多项式的级数。本书中将泰勒多项式方法应用于叶轮叶片型线的参数化控制，该方法可表示任意复杂的叶片初始型线，能方便地控制在初始叶片型线上的扰动，叶片型线的扰动可看作为任意叶型在初始叶型上的泰勒展开表示。

偏微分方程(PDE)构造曲面的方法最早是由英国利兹大学的Bloor等^[74,75]提出的，它是用一组椭圆偏微分方程来设计曲面。作者利用偏微分方程曲面造型方法，对叶轮叶片曲面进行曲面的参数化设计^[76,77]，将离心泵叶片的几何设计问题转化为偏微分方程的边值问题来求解。

自由曲面变形方法(Free Form Deformation, FFD)最早是在1984年由Barr^[78]提出的，其基本思想是假定物体有很好的弹性，容易在外力作用下发生拉伸、均匀张缩、扭转和弯曲变形。Samareh J A^[79]将FFD方法应用于航空翼型的优化设计，实现了对计算网格的参数化控制及机翼外形扰动量的参数化控



制。本书将其引入到离心泵叶轮的参数化中^[80,81]。

离心泵叶轮及壳体等复杂型面参数化的主要矛盾在于用有限个控制变量精确地表达复杂型面，对于复杂的型面而言，其控制变量数越多，其型面的控制精度及自由度就更高，能精确地表达复杂型面的细微特征，但控制变量数目的增多会带来后续优化过程中计算量的增大，特别是流体机械这种具有复杂的内流动约束优化问题，可能会出现“维数灾难”问题，因此尽量用较少的控制参数去精确地控制泵复杂内流道的几何形状是离心泵参数化的关键。

1.3 离心泵设计优化方法研究现状

离心泵的传统设计方法主要有半经验的速度系数法、相似换算法、对于低比转速离心泵的加大流量法及无过载泵的设计等。这些方法都是建立在大量的现有性能优良的模型基础之上的半经验的方法，或是经过大量的试验回归、统计得到的方法，设计过程繁琐，对设计者的经验要求较高，设计周期较长。由于叶轮内流动为复杂的非稳态湍流流动，加上内流道几何边界形状复杂及旋转坐标系等因素导致叶轮几何参数与其水力性能间的隐式关系极其复杂，难以实现泵叶轮的参数化优化设计，早期国内外也曾有对泵叶轮优化设计的报道，主要是针对叶轮外径、叶片安放角、叶片包角、叶片数等参数变化对泵性能的影响分析^[82-89]，通常称为损失极值法。近年来随着流动计算技术的发展，对于泵优化方面的研究报道主要是分析叶片型线的改变对泵性能的影响，但由于叶轮的参数设计难以实现，所以这方面的报道也不多见，较多的是利用现代流动计算及流场测试技术来研究泵内各过流部件内的流动，针对泵内流动参数的分布，分析泵内过流部件的设计是否合理，并进行泵的改型设计^[90-94]，这种离心泵设计方法也称为从正问题出发的反问题方法。虽然不少这样的研究报道中均获得了较好的设计结果，但从理论上讲这种对泵的设计及优化也带有很大的随机性和盲目性，没有严密的优化理论，理论上难以找到最优的设计。

近期随着计算技术及优化理论的发展，见诸报道的离心泵优化设计研究方法主要有基于梯度的优化设计方法和基于演化算法的全局优化方法。基于演化算法的优化算法主要是遗传算法，遗传算法采用群体搜索技术，通过对群体进行选择、交叉、变异等一系列的遗传操作，产生新一代的群体，并逐步使得群体进化到包含或者接近最优解的状态。把遗传算法应用到离心泵的优化设计中，其优点是全局性好，对于多极值的目标函数的优化问题很好，而且对目标函数的性质几乎没有什幺要求，如可微性、连续性等。但对于自变量维数较大的情况下，遗传算法的计算量太大，因为对每一样本都需要进行流场计算，特别是离心泵叶轮流道的几何边界形状难以参数化定义，而且可能出现局部最优，所以目前遗传算法



在水力机械设计中的应用仍然具有很大的局限性，只有在定义的目标函数的自变量维数较小的情况下可行。卢金玲、席光等^[66,95,96]首先在保持子午流道形状不变时，利用遗传算法对叶片进行优化设计，然后考虑子午流道与设计参数间的响应关系。何希杰、朱广奇等^[97]以叶片数、叶轮出口宽度、叶片出口安放角为设计参数，采用遗传算法进行优化设计，进行了大量的计算得到了一组最优参数组合。使用遗传算法进行叶轮的优化设计首先必须对叶轮进行参数化设计，而且定义的参数自由度的维数不能太大，否则计算量很大。而基于梯度的优化方法的基本思想是沿着设计变量的梯度方向逐步寻优，更新设计变量，直至目标函数达最优，此时得到最优的设计变量。但其在水力机械设计中应用的主要困难在于目标函数对水力机械叶轮几何形状控制变量的梯度难以求解，计算量大。如果设计变量的维数为 n ，则每进行一步优化操作（沿梯度方向更新一次设计变量）需要进行 $2n$ 次的泵内流动的数值模拟，Jong - Seop Kim 与 Warn - Gyu Park^[98]提出与解流动控制方程不可压二维 Navier - Stokes 方程为基础，以流场计算得叶片表面压力分布与给定的压力目标分布间的差值最小为目标函数，计算设计变量的梯度，并沿梯度方向更新叶片型线，进行优化设计，计算量很大。

基于梯度的优化方法在流体机械中应用的最大困难在于目标函数对设计变量的梯度矢量难以计算，每优化一步均需要计算 $n+1$ (n 为控制变量的维数) 次内流场，伴随方法反映了当前形状优化领域的前沿和发展趋势，伴随方法是由 A. Jameson^[99]首先提出的，并将该方法应用于航空翼型的气动优化设计，NASA 和 Stanford University^[100-102]在这方面做了相当多的工作。在伴随方法中，由于伴随变量的引入，使得最终目标函数的变分与流动参数的变分无关，因此计算目标函数对控制变量的梯度矢量时只需分别计算流场及伴随变量场各 1 次，计算量与设计变量的维数无关。作者将伴随方法引入到离心泵的优化设计，对离心叶轮进行了伴随优化研究^[103]。

不完全敏感性方法最初是由 MOHAMMADI B^[104]提出的。在该方法中，计算目标函数对控制变量的梯度时，在特定的条件下，几何形状的改变对流动区域流动参数的影响可以忽略，因此在一次梯度矢量计算时只需求解一次流场，由于优化过程中的计算量主要取决于流场的数值模拟，因此优化设计的计算量大大减少，由于总的计算量受控制变量的维数影响不大，可以使用较多的控制变量来对叶片形状进行精确地控制。MOHAMMADI B 等^[104-106]成功将其应用于具有流动约束的形状优化。ALISON L 等^[107]将该方法应用于气动降噪的研究。作者提出基于不完全敏感性方法的离心叶轮优化方法^[108]，根据不完全敏感性方法来计算目标函数对控制变量的梯度，沿梯度的反方向不断更新叶片形状，得到离心叶轮的最优设计。

响应曲面方法 (Response Surface Method, RSM) 的实质是一种数据回归



方法，最早由英国统计学家 G. Box 和 Wilso 于 1951 年提出，目的是寻找目标函数与各影响因子间的定量关系，它是在多元线性回归的基础上用主动收集数据的方法获得具有较好性质的回归方程的一种试验设计方法，主要包括试验、建模、数据分析和最优化等步骤。本书在离心泵叶轮的参数化基础上进行了离心泵叶轮的响应面优化方法研究^[109]。

离心泵水力优化问题的实质是流动优化控制问题，离心泵水力优化之所以难以进行，其根源在于具有复杂的内流动约束。在优化过程中的困难主要有两方面，一是难以实现全局优化。由于该复杂的流动约束优化问题通常是多峰值问题，对于各种优化方法均难以实现真正的全局优化。二是优化过程中 CFD 的计算量巨大。如何避免流体机械优化设计过程中的“维数灾难”问题已成为该领域的研究热点，不完全敏感性方法及伴随方法等都是基于此提出的。

1.4 离心泵内流动正、反问题研究进展

随着数值计算方法和计算机技术的发展，19 世纪初开始出现流体力学的一个新分支计算流体力学（CFD），由于计算流体力学具有“数值试验”成本低、能模拟实验方法难以测量的流动参数、周期短、重复性好、计算精度足够等优点，使得它与实验研究、理论分析研究共同构成流体机械内流问题研究的三种方法。离心泵内流动数值计算的发展主要经历无黏性流动计算、准黏性流动计算及完全黏性流动计算 3 个阶段。

1952 年，吴仲华教授提出了 S_1 、 S_2 两类相对流面理论，也称准三维理论。此后，人们普遍采用 S_1 、 S_2 流面相互迭代的方法来计算叶轮内部流动^[110-112]。准三维反问题方法包括基于 S_1 相对流面的准三维方法和基于 S_{zm} 平均流面的准三维设计方法。

20 世纪 80—90 年代，研究者开始在准三维理论的基础上考虑叶轮机械内流的黏性对内流的影响，开始出现了势流-边界层的耦合解法、“射流-尾流”模型、涡量-流函数法等。由于这些方法计算量较小，在近期国内外仍有较为广泛的应用。袁卫星、张克危等^[113]将准正交面法应用于离心泵内流动的计算，并考虑液体的黏性而出现流动分离，对尾迹分离点及尾迹区形状做了探讨，提出了“射流-尾迹”模型的计算方法。刘殿魁^[114]以吴理论为基础，把无黏性的完全三元流动计算与实验测得的滑移系数结合，提出一种反映黏性分离流动本质的近似计算方法，并用理论计算的方法近似得到“射流-尾迹”的分离边界。F. Martelli 与 V. Michelassi^[115]考虑黏性计算了叶轮内准三维流动，而且还考虑对比了两种不同的湍流模型的计算结果。

20 世纪 90 年代以后，随着大容量、高速计算机的出现，计算流体力学的发



展迅速，可以进行考虑湍流模型的全三维的 Navier – Stokes 方程求解。数值模拟方法概括为 3 种方法分别是直接数值模拟（DNS）、大涡模拟（LES）和雷诺时均方法（RANS）。直接数值模拟方法是采用很小的时间步长及空间步长来计算三维非稳态的 Navier – Stokes 方程，因为只有采用很小的时间步长及空间步长才能分辨出湍流复杂的空间结构及高度的非定常特性，由于网格步长很小，从而导致计算量巨大，一般的计算机难以实现一般的泵内流出的计算，所以工程应用并不广。大涡模拟根据湍流理论，大尺度涡从主流获得能量，各向异性；小尺度涡从大尺度涡获得能量并消耗能量，各向同性。为此用非稳态 Navier – Stokes 方程直接模拟大尺度涡，用近似模型来考虑小尺度涡对大尺度涡的影响，大涡模拟虽然对计算机内存要求也很高，但远低于直接数值模拟方法，Rikke K. Byskov 和 Christian B. Jacobsen^[116,117]采用大涡模拟的方法对离心泵叶轮内流进行数值模拟，计算了不同工况下的流动情况，并与 PIV 测试结果进行对比，发现小流量时模拟的叶轮不同叶片流道内流动状态的不同及出现涡流等现象与试验测试结果相当吻合。雷诺时均方法是应用较广的湍流模式，它通过直接数值求解 Reynolds 时均化的 Navier – Stokes 方程组，加上湍流模型使得雷诺时均方程得以封闭，求解封闭方程组来计算叶轮内的三维黏性稳态湍流流动。

给出了流动控制方程及流动的几何边界条件、物理边界条件就可以开始求解流动的正问题了，由于流动控制方程为复杂的非线性方程，求解流动控制方程必须借助数值方法。应用较广的数值方法主要是有限差分法、有限元法、边界元法、有限体积法和有限分析法，这些数值方法各有其优缺点，但基本思路都是首先将连续的计算区域离散（网格划分）为有限个节点，然后将求解区域内的连续的函数在这些节点上离散，将流动控制方程转化为这些节点上的代数方程，求解整个计算域上的代数方程组即可得到离散节点上的待求变量值。而对于整个流动控制方程组（微分方程组）而言，各个微分方程中变量相互耦合，连续方程内仅含有速度变量，动量方程内既有速度变量又有压力变量等，为解决方程组直接的变量求解顺序问题，数值模拟方法主要有压力修正法、人工可压缩性法等。压力修正法的基本思想是对于给定的压力场，按顺序求解速度的代数方程（动量方程的离散形式），由此得到的速度场不一定满足连续性方程，需要对给定的压力场进行修正，为此把由动量方程的离散形式所得到的压力与速度的关系代入连续性方程的离散形式，得出压力修正方程，求出压力修正值，进而去修正速度，得到在这一迭代层次上满足连续性方程的解。然后再开始下一层的计算，如此反复，直至收敛。此即 SIMPLE 算法，在此之后又发展了该算法的改进算法，如 SIMPLER、SIMPLEC 算法等，压力修正方法自问世以来得到了极广泛的应用。人工可压缩性方法又称伪压缩性方法，它是通过非定常流动控制方程按时间推进求解，将其稳态解作为定常问题的解，在连续方程中添加人工可压缩性项 $\partial p / \partial t$ ，



则连续方程与非定常动量方程共同构成流动的时间相关方程。R. R. By 与 R. Kunz 等^[118] 使用伪压缩性方法对泵内流进行三维不可压黏性流动计算, 将流动控制方程变换到相对坐标系下, 并考虑使用 $q - \omega$ 湍流模型, 得到流场内速度及压力分布, Steven M. Miner^[119] 采用标准 $k - \epsilon$ 湍流模型, 在旋转坐标系求解 Reynolds 时均 N-S 方程, 采用不同大小的网格研究了轴流泵及混流泵内流动, 计算结果表明计算结果与试验结果间误差很小。Moujin zhang, M. J. Pomfret 等^[120] 采用标准 $k - \epsilon$ 湍流模型对离心叶轮内三维 Reynolds 时均 N-S 方程进行求解, 计算结果与试验结果非常吻合, 计算结果清楚地显示出叶轮出口的“射流-尾迹”现象存在。近年来, 对于泵内三维不可压湍流场的计算, 国内学者也相继做了不少的工作, 数值计算结果与实验结果非常吻合^[121-125]。所以, 对于泵内流动问题的求解目前已经发展比较成熟, 特别是泵内单相稳态流动数值计算结果与试验间的差异较小, 已经能满足工程计算的需要, 而且在多相流及泵内非稳态特性上的研究也取得了一定的成果。

离心泵反问题的发展历程如图 1.2 所示, 离心泵叶片反问题的发展是随着泵内流动正问题(内流的数值模拟)的发展而发展的, 在 20 世纪 60 年代, 假定叶轮中无穷叶片数, 叶片无限薄, 将三维流动简化为轴对称流动, 根据轴面流动规律的不同有一元及二元设计理论。在 70 年代吴氏理论发展迅速, 开始发展基于两类流面的离心泵叶轮设计方法。80—90 年代由于流动计算开始考虑黏性, 在

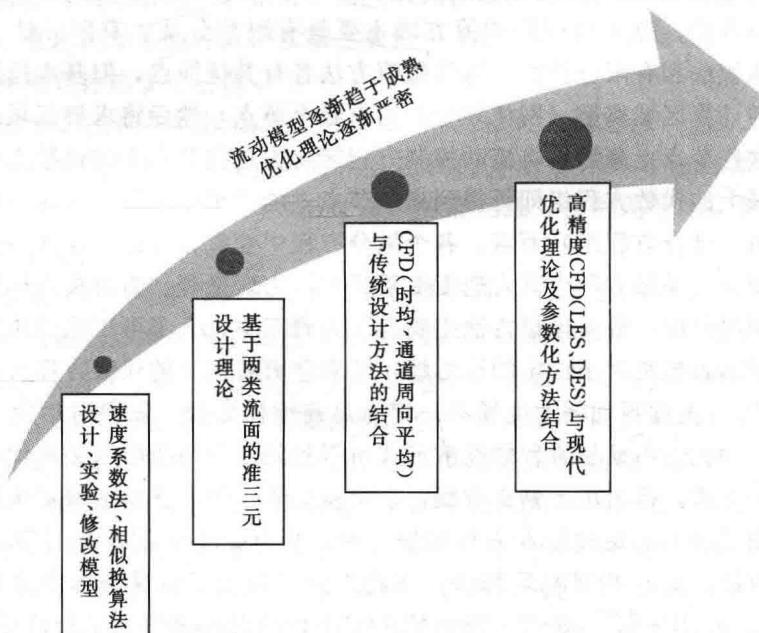


图 1.2 离心泵的设计理论发展历程



设计中也考虑黏性的修正。90年代以后开始出现泵内流动的全三维计算，为此泵叶轮的反问题发展为全三维反问题方法。但在全三维反问题方法的发展中又经历了基于三维欧拉方程及三维N-S方程两个阶段。而且离心泵叶片的全三维反问题方法从原理上又可分为两大类。其一是从反问题出发直接考虑叶轮的设计，根据叶片表面的相对流速与叶片表面相切得到叶片方程。另一类是从正问题出发的方法，正问题的解为叶片反问题提供参考和依据。随着计算技术及流动分析软件的发展，能给出较全面、真实的流场分析，指导进行泵叶轮的优化设计，正问题和反问题是独立进行的，但目前大多都是将正问题与反问题反复耦合、迭代，直至达到最优的设计。对于这两种方法目前见诸报道的研究相当之多，但由于叶轮叶片形状的几何控制参数与叶轮水力性能间的隐式关系极其复杂，导致叶轮的参数化优化设计难以实现，本书的主要研究目的就是实现离心泵叶轮的参数化优化设计。作者在离心泵叶片的自由曲面变形参数化基础上，提出来基于载荷控制的离心泵叶片反问题方法^[77,80]，并在此基础上实现了离心泵叶片载荷的优化控制^[83]。提出了基于本征正交分解方法的离心泵叶片反问题方法。

本书主要围绕离心泵的优化设计，重点介绍了作者近期在离心泵叶轮流道形状的参数化控制及其水力性能的优化方法等方面的工作。

第2章 离心泵叶轮的参数化方法

叶轮是泵内能量转化的核心部件，所以对于泵的设计及其性能的研究必须先从提高叶轮的水力性能着手。近年来，随着流动模拟技术的发展流，泵内流动的数值计算研究发展迅速，而泵的设计几乎仍采用传统的二维半经验的设计方法，设计出叶轮的性能对设计者的经验有很大的依赖性，设计步骤繁琐，设计周期较长。由于叶轮内流道边界形状复杂，几何特征参数的维数较大，难以实现离心泵叶轮的参数化设计，加上流动约束方程极其复杂，从而导致叶轮的优化设计难以实现。本章将研究提出一种离心叶轮的参数化设计方法，使用较少的参数来控制叶轮叶片形状，使得泵叶轮设计方便、快捷且叶型易于控制。

2.1 叶轮的高阶 Bezier 曲线造型方法

2.1.1 泵叶轮轴面的参数化设计

泵叶轮轴面的传统设计方法中多采用直线段和圆弧组合来设计叶轮前、后盖板轴面流线，在现有的研究报道中，也有研究者提出采用样条曲线、2次或3次 Bezier 曲线来设计叶轮前、后盖板的轴面流线^[53,62,66]，采用 Bezier 曲线来控制叶轮前、后盖板轴面流线，阶数越高，控制点数越多，控制参数的自由度越大，则更能方便地拟合越复杂的曲线，但同时也增大了控制参数的数量，难以进行优化研究。本书提出采用在首、末控制点均三点共线的4次 Bezier 曲线来设计前、后盖板轴面流线及进口边，由该方法设计出的轴面具有很多优点，能方便地对轴面进行控制，且能保证叶轮具有较好的水力性能，在反-正-反问题的迭代过程中修改叶轮轴面非常方便。通过控制控制点的位置使得轴面流线的进出口处的曲率为零，因为这样可以使得叶轮内进出口处的流动更稳定、减弱二次流的强度^[126]，同时减少了控制参数的自由度，使得离心叶轮轴面的参数化控制容易实现。Bezier 曲线可由参数方程表示为^[127]

$$p(u) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{(n-i)!i!} (1-u)^{n-i} u^i P_i \quad (2.1)$$

式中： P_i 为第 i 个控制点的向径； n 为曲线的阶次，此时有 $n+1$ 个控制点； u 为参数方程的参数， $0 \leq u \leq 1$ 。

Bezier 曲线具有如下一些很好的特性：

- (1) 曲线的起点和终点分布通过其首、末控制点， $p(0)=p_0$ ， $p(1)=p_n$ 。



(2) 起点和终点的切线方向满足: $p'(0)=na_1, p'(1)=na_n$ 。

(3) Bezier 曲线起点和终点的一阶、二阶导数^[127], 由于 Bezier 曲线具有对称性, 起点和终点的特性一致。暂考虑起点曲率, 曲线的起点的一阶、二阶导数为

$$p_u(u)|_{u=0}=n(P_1-P_0) \quad (2.2)$$

$$p_{uu}(u)|_{u=0}=n(n-1)(P_0-2P_1+P_2) \quad (2.3)$$

为使流动均匀, 不出现流动分离, 在设计叶轮轴面流线时应尽量使得叶轮的进口和出口处叶轮前、后盖板流线的曲率为零, 由微分几何知识可知要求曲率为零也即要求流线在该点处的二阶倒数 y_{xx} 为零。即

$$y_{xx}=\frac{dy_x}{dx}=\frac{\frac{d(y_t/x_t)}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{y_{xt}x_t-x_{xt}y_t}{(x_t)^3} \quad (2.4)$$

由式 (2.2) 可知:

$$x_u|_{u=0}=n(x_1-x_0) \quad (2.5)$$

$$y_u|_{u=0}=n(y_1-y_0) \quad (2.6)$$

由式 (2.3) 可知:

$$x_{uu}|_{u=0}=n(n-1)(x_0-2x_1+x_2) \quad (2.7)$$

$$y_{uu}|_{u=0}=n(n-1)(y_0-2y_1+y_2) \quad (2.8)$$

将式 (2.5)~式 (2.8) 代入式 (2.4) 可得:

$$y_{xx}|_{u=0}=\frac{n-1}{n}\left[\frac{(y_2-y_1)(x_1-x_0)-(x_2-x_1)(y_1-y_0)}{(x_1-x_0)^3}\right] \quad (2.9)$$

要满足 $y_{xx}|_{u=0}=0$ 需保证:

$$\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \quad (2.10)$$

由式 (2.10) 可知控制点 P_0, P_1, P_2 (A, B, C) 三点共线 (图 2.1), 且曲线的起点切矢方向为 \overrightarrow{AB} 。同样, 要保证流线终点处的曲率为零则必须保证控制点 P_n, P_{n-1}, P_{n-2} (C, D, E) 三点共线, 且曲线的终点切矢方向为 \overrightarrow{DE} 。由此可知, 如要用 Bezier 曲线来设计叶轮的轴面流线, 则至少需要 5 个控制点 P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 , 且控制点 P_0, P_1, P_2 三点共线, P_n, P_{n-1}, P_{n-2} 三点共线, 控制点 P_1, P_{n-1} 均只有一个自由度。为方便控制减少控制点, 本书中建议采用 5 个控制点的 4 次 Bezier 曲线来设计离心泵叶轮盖板的轴面流线。由 Bezier 曲线的性质可知, 在首、末控制点处 Bezier 曲线和特征多边形的两边相切, 而且 Bezier 曲线在起点和终点通过其控制点, 再加上利用叶轮的水力设计得到的水力参数: 叶轮外径 D_2 、叶轮进口直径 D_1 、轮毂直径 D_j 、叶轮出口宽度 b_2 及叶轮前、后盖板流线的倾角 (这些参数也可作为优化变量, 在第 5 章的补充说明中已解释),