

国防科学技术大学惯性技术实验室优秀博士学位论文丛书

陆用高精度激光陀螺捷联 惯导系统误差参数估计方法研究

Research on Error Parameter

Estimation of Land High-Precision Ring Laser Gyroscope
Strapdown Inertial Navigation System

张红良 吴美平 吴文启 著 ◇



国防工业出版社

National Defense Industry Press

国防科学技术大学 秀博士学位论文丛书

陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统 误差参数估计方法研究

Research on Error Parameter Estimation of
Land High - Precision Ring Laser Gyroscope
Strapdown Inertial Navigation System

张红良 吴美平 吴文启 著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统误差参数估计方法
研究/张红良,吴美平,吴文启著. —北京:国防工业出版社,2017.2

ISBN 978-7-118-10263-5

I. ①陆… II. ①张… ②吴… ③吴… III. ①激
光陀螺仪—应用—惯性导航系统 IV. ①TN966

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 023798 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 11½ 字数 196 千字

2017 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—1500 册 定价 50.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

国防科学技术大学惯性技术实验室
优秀博士学位论文丛书
编委会名单

主任委员 胡小平 吴美平

委 员 杨功流(北京航空航天大学)
陈家斌(北京理工大学)
李四海(西北工业大学)
徐晓苏(东南大学)
蔡体菁(东南大学)
刘建业(南京航空航天大学)
赵 琳(哈尔滨工程大学)
胡柏青(海军工程大学)
王跃钢(火箭军工程大学)
吴文启(国防科学技术大学)

秘 书 练军想

序

大学之道，在明明德，在亲民，在止于至善。

——《大学》

国防科学技术大学惯性导航技术实验室，长期从事惯性导航系统、卫星导航技术、重力仪技术及相关领域的人才培养和科学研究工作。实验室在惯性导航系统技术与应用研究上取得显著成绩，先后研制我国第一套激光陀螺定位定向系统、第一台激光陀螺罗经系统、第一套捷联式航空重力仪，在国内率先将激光陀螺定位定向系统用于现役装备改造、首次验证了水下地磁导航技术的可行性，服务于空中、地面、水面和水下等各种平台，有力地支撑了我军装备现代化建设。在持续的技术创新中，实验室一直致力于教育教学和人才培养工作，注重培养从事导航系统分析、设计、研制、测试、维护及综合应用等工作的工程技术人才，毕业的研究生绝大多数战斗于国防科技事业第一线，为“强军兴国”贡献着一己之力。尤其是，培养的一批高水平博士研究生有力地支持了我军信息化装备建设对高层次人才的需求。

博士，是大学教育中的最高层次。而高水平博士学位论文，不仅是全面展现博士研究生创新研究工作最翔实、最直接的资料，也代表着国内相关研究领域的最新水平。近年来，国防科学技术大学研究生院为了确保博士学位论文的质量，采取了一系列措施，对学位论文评审、答辩的各个环节进行严格把关，有力地保证了博士学位论文的质量。为了展现惯性导航技术实验室博士研究生的创新研究成果，实验室在已授予学位的数十本博士学位论文中，遴选出 23 本具有代表性的优秀博士学位论文，分成五个专题，结集出版，以飨读者。这五个专题分别是：(1) 激光陀螺惯导系统技术；(2) 地磁导航技术；(3) 嵌入式组合导航技术；(4) 航空重力测量技术；(5) 自主导航理论与方法。

结集出版的目有三：其一，不揣浅陋。此次以专著形式出版，是为了尽可能扩大实验室的学术影响，增加学术成果的交流范围，将国防科学技术大学惯性导航技术实验室的研究成果，以一种“新”的面貌展现在同行面前，希望更多的同仁们和后来者，能够从这套丛书中获得一些启发和借鉴，那将是作者和编辑都倍感欣慰的事。其二，不宁唯是。以此次出版为契机，作者们也对原来的学位论

文内容进行诸多修订和补充,特别是针对一些早期不太确定的研究成果,结合近几年的最新研究进展,又进行了必要的修改,使著作更加严谨、客观。其三,不关毁誉,唯求科学与真实。出版之后,诚挚欢迎业内外专家指正、赐教,以便于我们在后续的研究工作中,能够做得更好。

在此,一并感谢各位编委以及国防工业出版社的大力支持!

吴美平

2015 年 10 月 09 日于长沙

前 言

在现代信息化条件下,导航技术已应用于陆海空天多种平台上,陆用导航系统主要为自行火炮、坦克、导弹发射车和大地测量车、管道和电缆铺设车、隧道定向车等军民陆用平台提供定位定向需求。随着我国激光陀螺生产技术的成熟,激光陀螺捷联惯导系统作为一种高精度的惯性导航系统倍受陆用平台青睐,研究和利用陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统成为热点。

本书以提高陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统性能为目的,研究了IMU标定、零速修正和惯导系统全局可观性分析等误差参数估计方法。本书的各章节安排如下:

全书共分为六章,其中第一章为绪论,介绍研究背景和意义,相关技术的国内外研究进展;第二、三、四章论述IMU标定方法,估计和补偿惯性器件参数,分别研究了基于高精度转台的IMU标定方法、IMU模观测标定方法和系统级标定方法;第五章研究零速修正,在线估计和补偿惯导速度、位置误差,第六章尝试采用全局可观性分析方法分析几种情形下惯导系统参数的可观性,得到了一些全新的观点。

本书在作者的博士论文基础上稍加改动完成,在作者博士研究期间,得到了武元新副教授、吴美平教授、吴文启教授和胡小平教授的悉心指导,得到了国防科技大学机电工程与自动化学院导航技术教研室师生的大力支持和帮助,在此再次表示感谢!

本书的出版源于吴美平教授大力创导和推动,能有这样的机会让自己的研究所得付诸出版,十分感激吴老师!感谢练军想副教授的辛苦组织联络和细致工作!温馨的导航技术教研室是我们毕业学子永恒的家!

由于作者水平有限,书中难免存在纰漏和不当之处,敬请读者不吝赐教!

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 相关技术研究进展	3
1.2.1 陆用惯导系统	3
1.2.2 IMU 标定方法	4
1.2.3 零速修正	10
1.2.4 可观性分析	12
1.3 本书的研究内容和特色	14
1.3.1 本书的研究内容	14
1.3.2 本书的主要特色	15
第 2 章 基于高精度转台的 IMU 标定方法误差分析和标定编排改进	17
2.1 基于高精度转台的 IMU 标定方法	17
2.1.1 IMU 标定参数模型	17
2.1.2 IMU 参数标定	20
2.2 标定误差分析	23
2.2.1 转台误差和 IMU 测量误差模型	24
2.2.2 IMU 标定误差分析	26
2.2.3 标定误差仿真和实验	31
2.3 IMU 标定编排改进	35
2.3.1 传统标定编排基准系的问题	36
2.3.2 标定编排改进	38
2.3.3 标定编排改进实验	41
2.4 本章小结	43

第3章 IMU 模观测标定方法	44
3.1 静态多位置模观测标定方法	44
3.1.1 加速度计参数标定	44
3.1.2 陀螺参数标定	53
3.1.3 陀螺和加速度计参数表示坐标系间安装关系标定	54
3.1.4 仿真	56
3.2 转动激励模和矢量观测标定方法	58
3.2.1 陀螺刻度因子和安装关系矩阵标定	58
3.2.2 陀螺零偏标定	61
3.2.3 陀螺和加速度计参数表示坐标系间安装关系标定	62
3.2.4 标定方法分析	66
3.2.5 最优编排设计	67
3.2.6 仿真和实验	71
3.3 基于 IMU 测量的转台误差估计	77
3.3.1 转台轴正交度误差的估计	77
3.3.2 模型相关的转台误差估计	81
3.3.3 其他转台误差估计方法	89
3.4 本章小结	91
第4章 系统级标定方法	93
4.1 系统级标定拟合方法	93
4.1.1 比力观测与误差参数之间的关系	93
4.1.2 基于转台信息的拟合标定方法	96
4.1.3 基于惯导测量信息的拟合标定方法	100
4.1.4 载体系约束	101
4.1.5 仿真	102
4.2 系统级标定滤波方法	108
4.2.1 卡尔曼滤波器模型	108
4.2.2 仿真	113
4.2.3 实验	117
4.3 本章小结	122

第 5 章 激光陀螺捷联惯导系统零速修正·····	123
5.1 IMU 标定误差对惯导系统的影响·····	123
5.1.1 标定误差影响分析·····	123
5.1.2 低动态跑车仿真·····	124
5.1.3 方位转动实验·····	125
5.2 激光陀螺捷联惯导系统零速修正·····	126
5.2.1 零速修正方法·····	126
5.2.2 零速修正实验·····	128
5.3 本章小结·····	133
第 6 章 惯导系统参数估计全局可观性分析·····	134
6.1 一般情形惯导系统可观性分析·····	134
6.1.1 姿态、速度均可观测的情形·····	134
6.1.2 仅速度可观测的情形·····	137
6.2 静态多位置惯导系统可观性分析·····	140
6.3 仅考虑 IMU 零偏的惯导系统可观性分析·····	141
6.3.1 静态情形·····	142
6.3.2 平动情形·····	143
6.3.3 转动情形·····	145
6.4 本章小结·····	161
参考文献·····	162

第1章 绪论

1.1 引言

在现代信息化条件下,导航技术广泛应用于车辆、舰船、飞机、导弹、卫星、宇宙飞行器等各种平台上,在民用和军事领域发挥着重要作用。陆用导航系统为各种陆用平台提供定位定向功能,广泛应用于大地测量、地图测绘、地质勘探、地籍测量和公路监测、石油钻井定位、管道和电缆铺设、隧道定向、铁路路基测定、森林保护、地震预报等民用领域^[1-3]以及自行火炮、炮兵侦察车、射击指挥车、导弹发射车等军事领域^[4-8],促进了国民经济的发展,增强了地面部队的机动能力、生存能力、协同作战能力和远程精确打击能力。

导航按照技术手段可分为惯性导航、卫星导航、天文导航、无线电导航等。其中惯性导航是建立在牛顿经典力学定律基础之上的航迹推算,通过对角速度和加速度的一次或二次积分获得姿态、速度和位置信息。由于具有其他导航手段难以比拟的自主性和隐蔽性,惯性导航成为不可或缺的导航手段。惯性导航系统分为平台式和捷联式两类,捷联式惯导系统不需要机电物理平台,具有尺寸小、成本低、可靠性高、可维护性好等优点,因此获得快速发展和应用。据报道,美国军用惯性导航系统1984年全部为平台式,到1989年有一半改成捷联式,1994年捷联式已占到90%^[9]。

自1963年美国Sperry公司研制出第一个环形激光陀螺以来,激光陀螺制造技术逐渐成熟。由于激光陀螺具有启动快、动态范围宽、稳定性好、抗冲击振动和数字化输出等优点^[10],以其为核心器件的捷联惯导系统在各个领域得到广泛应用^[4, 5, 11-15]。1996年,美国将环形激光陀螺捷联惯导系统定义为军用标准精密导航仪^[4]。美国Litton公司生产的LTN-90系列激光陀螺捷联惯导系统,替代了LTN-72系列平台惯导系统,成为波音、空中客车等民航飞机的标准机载惯导系统^[16]。Sperry公司的MK-39激光陀螺系统被20多个国家的海军选用于各种舰船平台,MK-49激光陀螺导航仪成为北约12个国家海军的标准设备^[17]。Honeywell公司、Litton公司等相继研究生产了系列陆用激光陀螺捷联惯导系统,装备在自行榴弹炮、炮兵观察车、测地车、侦察车、机动导弹发射架上。目前我国的激光陀螺生产技术逐渐成熟,机抖激光陀螺的精度可达 $10^{-2} \sim$

$10^{-3}^{\circ}/\text{h}$ 量级范围,陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统成为研究热点。

作为一种航迹推算方法,惯性导航存在一个固有缺陷:误差随时间积累。为保证高精度定位定向的要求,必须采取有效手段抑制陆用惯导系统误差。国外先进的陆用惯导系统产品采用了一系列误差补偿和抑制技术,大大提高了导航系统的性能,而我国的相关技术研究起步较晚,存在较大差距。研究陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统的误差参数估计和补偿方法具有重要意义。

惯性测量组合(Inertial Measurement Unit, IMU)标定、陆用惯导系统零速修正(Zero Velocity Update, ZUPT)是常用的误差参数估计和补偿手段,其中 IMU 标定用于估计和补偿惯性器件参数,零速修正用于在线估计补偿惯导系统速度、位置等误差。在提高陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统的性能方面,目前两者都存在一些亟待完善之处。

基于转台的标定方法^[18-30]是比较成熟的惯性器件和 IMU 标定方法,主要存在两大弊端:①标定过程依赖转台,一般只能在实验室进行;②标定精度依赖转台精度,角秒级的转台越来越难以满足高精度 IMU 的标定要求。这种传统的标定方法在标定场合和标定精度上的局限,制约着陆用高精度惯导系统性能的进一步提高。研究新的标定方法是解决高精度 IMU 标定问题的有效途径。

零速修正技术应用于激光陀螺捷联惯导系统需要解决如下两个问题:①国内外零速修正技术多用于平台惯导系统,而激光陀螺惯导系统是捷联系统,动态性更强,误差的传播规律更为复杂,零速修正精度受到影响;②传统零速修正的停车时间间隔过短(一般要求为 3~6min),严重降低了系统的机动性和战场环境下的生存能力,延长零速修正停车时间间隔对于提升军用陆基平台的战技指标具有重要意义。

惯导系统参数估计必须研究可观性问题。作为控制系统的重要概念,可观性回答了系统状态参数是否可估的问题,惯导系统参数可观是正确估计的前提。惯导系统本质上是非线性系统,目前可观性的研究主要是针对其线性化近似系统的。2008 年,武元新等^[31-35]直接从可观性的定义出发,提出了非线性全局可观性分析方法,更全面、深刻地揭示了系统状态可观性与输入之间的内在联系,有望从根本上拓展权威学者 Itzhack Y. Bar-Itzhack 在 20 世纪 80 年代提出的导航系统的线性控制理论分析方法。利用全局可观性分析方法分析惯导系统参数的可观性,可望得到一些全新的结论。

惯导系统的标定、零速修正和可观性分析是陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统误差参数估计研究的重要方面,也是本书讨论的重点。期望本书讨论的成果能提高陆用激光陀螺捷联惯导系统的性能,并为其他类型惯导系统误差参数估计方法提供参考,为惯性导航和组合导航系统提供新的可观性分析理论指导。

1.2 相关技术研究进展

1.2.1 陆用惯导系统

国外陆用惯导系统的研究较早,20世纪60年代末第一台陆用惯导定位定向系统(Position and Azimuth Determination System, PADS)在美国工程兵测绘研究所(USAETL)负责下研制成功,应用于炮兵师阵地联测。美国PADS系统设计指标为^[36]:平面位置20m(CEP),高程10m(VEP),零速修正时间间隔10min。1975年Litton公司在PADS基础上研制出第一台民用定位定向系统LASS I。随后英国Ferranti公司的FILS系列、美国Honeywell公司的GEOSPIN系列、法国SAGEM公司的ULISS30、俄罗斯的H21型等陆用惯导系统相继投放市场^[2, 36, 37]。早期的陆用惯导系统都采用平台式惯导,20世纪80年代,第一台捷联式惯导系统——美国Honeywell公司的激光陀螺H-726组件式方位位置系统(Modular Azimuth Position System, MAPS)问世^[11]。随后美国、英国、德国、法国、加拿大等国的多家公司研制、生产了多种型号的陆用捷联式导航系统,配备在自行榴弹炮、炮兵观察车、测地车、侦察车、机动导弹发射架上,如美国Litton公司的LLN-80系统、英国GEC-Ferranti防卫系统公司的FIN5500型地面导航和姿态基准系统、法国SAGEM公司的SIGMA30型环形激光陀螺惯导系统、德国BGT公司的FNA615型导航系统等^[4]。

我国陆用惯导系统研发从20世纪80年代左右开始,清华大学、国防科技大学、陕西苍松机械厂、航空618所和船舶707所等单位先后研制了基于液浮陀螺或挠性陀螺的平台式惯导系统。20世纪90年代以后,国内许多单位开展了捷联惯导系统和惯导/GPS、惯导/里程计车载组合导航系统的研究。基于高精度激光陀螺的捷联惯导系统研究也逐渐展开并成为研究热点,西北工业大学研制了激光陀螺捷联惯导/里程计组合的车载自主定位定向系统^[5],国防科技大学研制了激光陀螺旋转式惯性导航系统^[15, 16]等。

总体而言,我国的陆用惯导系统成熟产品较少,应用还不够广泛。随着国民经济的发展和军队信息化水平的提高,激光陀螺捷联惯导系统有望在民用和军事领域获得广泛应用。目前我国激光陀螺生产技术逐渐成熟,惯性器件性能大大提高,但系统误差的补偿和抑制技术还存在一定差距,制约着惯导系统性能的提高。以下介绍涉及惯导系统参数估计和补偿的IMU标定、零速修正和可观性分析相关技术的研究进展。

1.2.2 IMU 标定方法

1.2.2.1 IMU 标定概念

IMU 是惯性器件(陀螺、加速度计)的组合,IMU 标定是通过比较 IMU 中惯性器件的输出和已知参考输入,确定一组参数使 IMU 输出与输入相吻合的过程^[38]。IMU 标定的理论基础是系统辨识和参数估计,其目的是确定惯性器件组合的数学模型或误差数学模型的参数。传统 IMU 的标定工作主要包括^[39]:

- (1) 建立与应用环境相适应的惯性仪表的数学模型或误差数学模型;
- (2) 给惯性器件提供精确已知的输入量。
- (3) 观测并记录惯性器件的输出。
- (4) 确定惯性器件的输入、输出关系和传递函数。

IMU 标定是惯性导航的前提,标定结果将对导航精度产生直接影响。表 1.1 (Shin^[40])和表 1.2(Hewitson^[41])给出了不同级别的惯导系统对惯性器件的性能要求,也代表着该级别惯导系统对 IMU 的标定要求。

表 1.1 导航级到民用级惯导系统和惯性器件性能要求

惯导系统级别		导航级	战术级	战车级	民用级
位置精度		1.9 (km/h)	19 ~ 38 (km/h)	≈2 (km/min)	≈3 (km/min)
陀螺	零偏/(°/h)	0.005 ~ 0.01	1 ~ 10	180	360
	刻度因子/ppm	5 ~ 50	200 ~ 500		
	噪声/(°/h/√Hz)	0.002 ~ 0.005	0.2 ~ 0.5		
加速度计	零偏/μg	5 ~ 10	200 ~ 500	1200	2400
	刻度因子/ppm	10 ~ 20	400 ~ 1000		
	噪声/(μg/h/√Hz)	5 ~ 10	200 ~ 400		

表 1.2 战术级和导航级惯导系统对惯性器件的性能要求

传感器	性能参数	战术级	导航 I 级	导航 II 级
角速率传感器	零偏/(°/h)	1 ~ 10	0.1 ~ 1	0.002 ~ 0.01
	刻度因子/ppm	200 ~ 500	100 ~ 200	5 ~ 50
	噪声/(°/h/√Hz)	0.2 ~ 0.5	0.05 ~ 0.2	0.002 ~ 0.005
加速度计	零偏/(μg)	200 ~ 500	50 ~ 100	5 ~ 10
	刻度因子/ppm	400 ~ 1000	100 ~ 200	10 ~ 20
	零偏/(μg/h/√Hz)	200 ~ 400	50	5 ~ 10

Camberlein^[42]指出位置和速率精度分别为 1 nm/h (nm: 海里, 1 海里约为 1.852km) 和 1m/s 的飞行器所需的捷联惯导系统的器件稳定性和标定精度为: 陀螺零偏 0.05°/h, 刻度因子 5ppm, 安装误差角 15μrad (约 3"); 加速度计零偏 40μg, 刻度因子 50ppm, 安装误差角 15μrad。张树侠^[43]也指出对于 1 nm/h 的导航系统, 陀螺和加速度计的不对准度一般必须校准到 5", 陀螺的刻度因子必须校准到 1×10^{-5} (即 10ppm) 量级。在特殊应用中, 希望达到 1" 和 2×10^{-6} (即 2ppm)。

1.2.2.2 IMU 标定参数模型

惯性器件参数包括静态参数项、动态参数项、温变参数项、时变参数项和随机噪声等。一般来说, 采用的参数模型越复杂, 惯性器件的输入/输出特性描述就越精确。标定中需根据系统性能要求, 在模型复杂性和精确性间做出均衡^[44]。

最简单也是最常用的标定参数模型只包含刻度因子、耦合项、常值零偏和随机噪声^[26, 45-54], 陀螺 i 和加速度计 i 的输出可分别写成如下形式:

$$\tilde{\omega}_i = (1 + S_i)\omega_i + M_{ij}\omega_j + M_{ik}\omega_k + b_i + n_i \quad (1.1)$$

$$\tilde{a}_i = (1 + S_i)a_i + M_{ij}a_j + M_{ik}a_k + b_i + n_i \quad (1.2)$$

式中: ω_l, a_l ($l=i, j, k$) 分别为 l 轴的输入角速度和线加速度; S_i 为刻度因子误差项; M_{ij}, M_{ik} 为耦合参数项; b_i 为常值零偏项; n_i 为随机噪声项。

对于动调陀螺等非光学陀螺, 还常考虑线加速度相关项^[26, 30, 38, 55-59], 即

$$\tilde{\omega}_i = (1 + S_i)\omega_i + M_{ij}\omega_j + M_{ik}\omega_k + D_{ii}a_i + D_{ij}a_j + D_{ik}a_k + b_i + n_i \quad (1.3)$$

加速度计输出有时也要考虑输入加速度的二次平方项^[26, 38, 52, 55, 58, 60]、交叉乘积项^[26, 38, 60]或刻度因子非对称项^[46]。对于 MEMS 加速度计, 还要考虑输入角速度相关项^[59, 61]:

$$\tilde{a}_i = (1 + S_i)a_i + M_{ij}a_j + M_{ik}a_k + T_{ii}\omega_i + T_{ij}\omega_j + T_{ik}\omega_k + b_i + n_i \quad (1.4)$$

惯性器件参数还具有温变特性和时变特性。因此 Kitzerow^[62]的陀螺零偏模型中包含温度相关项 ω_T 和时间相关项 ($\omega_{RL} + \omega_{RS}$), 加速度计参数模型中包含温度相关项 a_T 和时间相关项 a_R 。Hung^[63]考虑了加速度计零偏的时变部分。Naranjo^[64]、郭鹏飞^[65]、司宏源^[66]、张鹏飞^[67]分别建立了惯性器件参数的温变模型。

捷联惯导系统中的陀螺, 由于其所处环境动态性强, 其误差模型可能需要考虑载体角速度、角加速度及角速度二次平方项和交叉乘积项等引起的动态误差。

动态误差的形式一般可以写成^[60, 68-70]：

$$\delta\omega_i = D_i W + \varepsilon_i \quad (1.5)$$

式中： $W = [\omega_x, \omega_y, \omega_z, \dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z, \omega_x^2, \omega_y^2, \omega_z^2, \omega_x\omega_y, \omega_y\omega_z, \omega_z\omega_x]^T$ ； D_i 包含对应的 12 个动态误差系数； ε_i 为随机误差。

低动态条件下的激光陀螺和石英加速度计，由于二次项、交叉耦合项等非线性误差的贡献较小，标定中一般仅考虑零偏、刻度因子和安装误差等一次项参数^[28, 71-73]。

1.2.2.3 基于转台的标定方法

惯性器件的标定有一系列比较成熟的标准和规范（IEEE 标准^[18-21]、国军标^[22-25]），IMU 作为惯性器件组合也有许多比较成熟的标定方案^[26-30]，但这些标准、规范和方案都要求利用转台提供姿态和转动基准，一般要在实验室完成，本书将这类方法称为基于转台的标定方法。

基于转台的 IMU 标定法最常用的手段是速率测试和多位置静态测试^[26, 64]。通常是利用速率测试标定陀螺参数，利用多位置静态测试标定加速度计参数。如张树侠^[43]利用双轴位置转台的正反转速率实验标定激光陀螺组合；Niu^[47]利用改进六位置静态测试、Hung^[63]利用 12 位置静态测试标定加速度计；曹宁生^[56]、陈北鸥^[30]、邓志红^[74]、范胜林^[57]、刘永红^[75]分别设计了速率实验和多位置静态测试的编排，标定陀螺和加速度计参数。

为了缩短标定时间，有些学者将速率测试和多位置测试合二为一，设计了多位置转动实验，同时标定陀螺和加速度计参数。如李建利^[59]的六方位正反转速率方案，刘百奇^[76]的六位置旋转标定新方法，孙宏伟^[61]的动态翻滚六位置快速标定方法和严恭敏^[28]的七位置连续转动标定方案。

也有学者利用地球自转作为陀螺输入激励，仅利用多位置静态测试标定陀螺和加速度计。如熊智^[77]的静态六位置测试方案，谷宏强^[58]、肖龙旭^[29]的 24 位置静态测试方法。

尽管各种不同的编排方案均可实现 IMU 的标定，但标定效果并不相同。何昆鹏^[78]采用 D-最优回归原理对比了六位置-24 点、26 位置、多面体 20 位置、30 位置、36 位置等 8 种多位置编排的单位实验点的行列式和条件数，计算了各方案的拟合误差、复相关系数等指标，证明了 30 位置标定方案较优。

借助温箱等设备，还能标定惯性器件的温变特性。郭鹏飞^[65]、司宏源^[66]、徐清雷^[79]、金靖^[80]在各温度点利用速率实验和多位置静态测试标定惯性器件参数，然后拟合各参数的温变特性。将惯性器件参数对温度进行多项式拟合时，

还涉及多项式次数的选择问题。杨华波^[81]利用交叉验证思想,分别在测量方差已知与未知情况下引入了一种模型选择准则,获得了陀螺参数温变的最优多项式模型。

利用转台还可实现陀螺动态误差的标定。Wang^[60]、陈熙源^[68]、姜复兴^[69]、祁家毅^[70]分别设计了陀螺动态误差标定方法,利用转台的角速率功能激励陀螺的角加速度误差项,不需要角振动台就能标定出所有动态误差系数。

由于转台误差和惯性器件测量误差的存在,IMU 标定误差不可避免。IMU 标定精度的研究对于惯性导航系统性能评估、误差分配和器件设备选型具有重要的意义^[82]。

基于转台的 IMU 标定方法误差分析的关键和难点是转台误差的建模。国军标^[83]和一些文献^[84]给出了转台的回转精度、轴正交度、相交度等误差的定义和测试方法。Demore^[85]建模分析了转台的两个关键性指标:指向误差和转速稳定性,综合评估了轴正交度误差、回转误差和角位置误差对指向误差的影响。罗晶^[86]、肖卫国^[87]、白雪峰^[88]详细推导了由轴正交度误差、回转误差和角位置误差计算转台指向误差的公式。曲智勇^[89]、李岩^[90]分别利用多体系统运动学误差理论和齐次变换推导了三轴转台的误差模型。刘延斌^[91]运用杆、副误差矩阵描述三轴仿真转台的各项误差,建立了转台的指向误差模型。任顺清^[92]推导了平均轴线垂直度、瞬时轴线垂直度和倾角回转误差(wobble)三者之间的关系。

通过转台误差模型,研究各误差在标定中的传递和影响,可以分析标定结果的精度。白雪峰^[88]分析了转台指向误差对标定陀螺参数的影响。严恭敏^[28]通过仿真研究了水平基准误差和北向基准误差对标定精度的影响。李艳波^[93]通过分析地速和重力输入研究转台误差对陀螺加速度计测试精度的影响。肖桂平^[94]考虑了转台的轴不垂直度误差、不相交度误差、回转误差和定位误差,分析了转台误差对加速度计多位置标定和陀螺速率标定精度产生的影响,具体得出了影响的相对误差解析式。周琪^[95]分析了地球自转和转台基准误差对标定的影响。邓志红^[74]推导了转台角位置基准误差与 IMU 标定结果之间的数学关系。

从已有文献看,目前对标定误差的分析还不充分,标定精度和转台精度、惯性器件测量精度之间的量化关系还不够明确,尤其对转台制约标定精度的认识还不够深入,有待进一步研究。

总体来看,这类传统的基于转台的 IMU 标定法主要存在如下两大弊端:

(1) 标定过程依赖转台,一般只能在实验室进行。惯性器件的输出受器件老化和环境因素的影响^[26, 40],需要周期性地标校和测试。将 IMU 频繁地返回实验室标定会耗费巨大的成本,且影响武器系统效能的发挥。