

文淵閣

四庫全書

影印

文淵閣四庫全書

第七九八冊

北京出版集團公司
北京出版社

本冊目次

測圓海鏡

元 李治撰……………一

測圓海鏡分類釋術

元 李治撰……………一二七
明 顧應祥釋術……………

益古演段

元 李治撰……………二四三

弧矢算術

明 顧應祥撰……………三〇五

同文算指前編

明 李之藻撰……………三三九

通編

幾何原本

西洋
明 歐几里得撰
西洋利瑪竇譯……………五六三
徐光啓筆受

欽定四庫全書

子部
測圓海鏡卷一至三

詳校官欽天監博士臣張大樞
靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣臣繆琪
校對臣曹靈臺臣陳際新
謄錄監生臣施華

欽定四庫全書

子部六

測圓海鏡

天文算法類二算書之屬

提要

欽定四庫全書

測圓海鏡

臣等謹案測圓海鏡十二卷元李冶撰治字鏡齋樂城人金末登進士入元官翰林學士事蹟具元史本傳其書以勾股容圓為題自圓心圓外縱橫取之得大小十五形皆無奇零次列識別雜記數百條以窮其理次設問一百七十則以盡其用探賾索隱參伍錯綜雖習其法者不能驟解而其草多言立天元一按立天元一法見於宋秦九韶九章大衍術中厥後授時草及四元玉鑑等書皆屢見之而此書言之獨詳其法關乎數學者甚大然自元以來疇人皆株守立成習而不察至遂無知其法者故唐順之與顧應祥書稱立天元一漫不省為何語顧應祥演是書為分

類釋術其自序亦云立天元一無下手之術
則是書雖存而其傳已泯矣明萬厯中利瑪
竇與徐光啟李之藩等譯為同文算指諸書
於古九章皆有辨訂獨於立天元一法闕而
不言徐光啟於勾股義序中引此書又謂欲
說其義而未遑是此書已為利瑪竇所見而
猶未得其解也迨我

國朝釀化翔洽梯航鱗萃歐邏巴人始以借根

欽定四庫全書

測圓海鏡
提要

方法進

呈

聖祖仁皇帝授

蒙養齋諸臣習之梅穀成乃悟即古立天元一

法於赤水遺珍中詳解之且載西名阿爾熱

巴拉

案原本作阿爾熱巴達
誤據西洋借根法改正

即華言東來法

知即治之遺書流入西域又轉而還入中原

也今用以勘驗西法一一脗合穀成所說信

而有徵特錄存之以為算法之秘鑰且以見

中法西法互發益明無容設畛域之見焉乾

隆四十六年二月恭校上

總纂官紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

欽定四庫全書

測圓海鏡
提要

三

原序

數本難窮吾欲以力强窮之彼其數不惟不能得其凡而吾之力且憊矣然則數果不可以窮耶既已名之數矣則又何為而不可窮也故謂數為難窮斯可謂數為不可窮斯不可何則彼其冥冥之中固有昭昭者存夫昭昭者其自然之數也非自然之數其自然之理也數一出於自然吾欲以力强窮之使隸首復生亦末如之何也已苟能推自然之理以明自然之數則雖遠而乾

欽定四庫全書

測圓海鏡

一

端坤倪幽而神情鬼狀未有不合者矣予自幼喜算數恒病夫考圖之術例出於牽強殊乖于自然如古率徽率密率之不同截弧截矢截背之互見內外諸角析剖支條莫不各自名家與世作法及反覆研究卒無以當吾心焉老大以來得洞淵九容之說日夕玩繹而向之病我者使爆然落去而無遺餘山中多暇客有從余求其說者於是乎又為衍之遂累一百七十問既成編客復目之測圓海鏡蓋取夫天臨海鏡之義也昔半山老

人集唐百家詩選自謂廢日力于此良可惜明道先生以上蔡謝君記誦為玩物喪志夫文史尚矣猶之為不足貴況九九賤技能乎嗜好酸鹹平生每痛自戒勅竟莫能已類有物憑之者吾亦不知其然而然也故嘗私為之解曰由技兼于事者言之夷之禮夔之樂亦不免為一技由技進乎道者言之石之斤扁之輪非聖人之所與乎覽吾之編察吾苦心其憫我者當百數其笑我者當千數乃若吾之所自得則自得焉耳寧復為人憫

欽定四庫全書

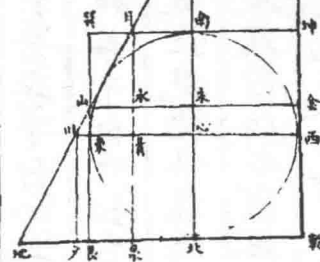
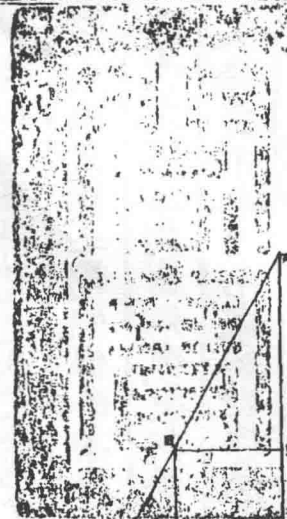
測圓海鏡

三

笑計哉李冶序

圓城圖式

元 李冶 撰



欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

總率名號

天之地為通弦

天之乾為通股

乾之地為通勾

天之川為邊弦

天之西為邊股

西之川為邊勾

日之地為底弦

日之北為底股

北之地為底勾

天之山為黃廣弦

天之金為股

金之山為勾

月之地為黃長弦

月之泉為股

泉之地為勾

天之日為上高弦

天之旦為股

旦之日為勾

日之山為下高弦

日之朱為股

朱之山為勾

月之川為上平弦

月之青為股

青之川為勾

川之地為下平弦

川之夕為股

夕之地為勾

天之月為大差弦

天之坤為股

坤之月為勾

山之地為小差弦

山之艮為股

艮之地為勾

日之川為皇極弦

日之心為股

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

心之川為勾

月之山為太虛弦 月之水為股

水之山為勾

日之月為明弦 日之南為股

南之月為勾

山之川為東弦 山之東為股

東之川為勾

今問正數

欽定四庫全書

卷一

通弦六百八十 勾三百二十 股六百

勾股和九百二十較二百八十

勾弦和一千較三百六十

股弦和一千二百八十較八十

弦較和九百六十較四百

弦和和一千六百較二百四十

邊弦五百四十四 勾二百五十六 股四百八十

勾股和七百三十六較二百二十四

勾弦和八百較二百八十八

股弦和一千零二十四較六十四

弦較和七百六十八較三百二十

弦和和一千二百八十較一百九十二

底弦四百二十五 勾二百 股三百七十五

勾股和五百七十五較一百七十五

勾弦和六百二十五較二百二十五

股弦和八百較五十

欽定四庫全書

卷一

弦較和六百較二百五十

弦和和一千較一百五十

黃廣弦五百一十 勾二百四十 股四百五十

即城徑也

十

勾股和六百九十較二百一十

勾弦和七百五十較二百七十

股弦和九百六十較六十

弦較和七百二十較三百

弦和一千二百較一百八十

黃長弦二百七十二 勾一百二十八 股二百四

十 即城徑也

勾股和三百六十八較一百一十二

勾弦和四百較一百四十四

股弦和五百一十二較三十二

弦較和三百八十四較一百六十

弦和和六百四十較九十六

欽定四庫全書

測圓海鏡

五

高弦二百五十五 上下

勾一百二十

即半徑

股二

百二十五

勾股和三百四十五較一百零五

勾弦和三百七十五較一百三十五

股弦和四百八十較三十

弦較和三百六十較一百五十

弦和和六百較九十

平弦一百三十六 上下

勾六十四

股一百二十

即半徑也

勾股和一百八十四較五十六

勾弦和二百較七十二

股弦和二百五十六較十六

弦較和一百九十二較八十

弦和和三百二十較四十八

大差弦四百零八 勾一百九十二 股三百六十

勾股和五百五十二較一百六十八

欽定四庫全書

測圓海鏡

六

勾弦和六百較二百一十六

股弦和七百六十八較四十八

弦較和五百七十六較二百四十

弦和和九百六十較一百四十四

小差弦一百七十 勾八十 股一百五十

勾股和二百三十較七十

勾弦和二百五十較九十

股弦和三百二十較二十

弦較和二百四十較一百

弦和和四百較六十

皇極弦二百八十九 勾一百三十六 股二百五

十五

勾股和三百九十一較一百一十九

勾弦和四百二十五較一百五十三

股弦和五百四十四較三十四

弦較和四百零八較一百七十

欽定四庫全書

測圓海鏡

七

弦和和六百八十較一百零二

太虛弦一百零二 勾四十八 股九十

勾股和一百三十八較四十二

勾弦和一百五十較五十四

股弦和一百九十二較一十二

弦較和一百四十四較六十

弦和和二百四十較三十六

明弦一百五十三 勾七十二 股一百三十五

勾股和二百零七較六十三

勾弦和二百二十五較八十一

股弦和二百八十八較一十八

弦較和二百一十六較九十

弦和和三百六十較五十四

車弦三十四 勾十六 股三十

勾股和四十六較一十四

勾弦和五十較一十八

欽定四庫全書

測圓海鏡

八

股弦和六十四較四

弦較和四十八較二十

弦和和八十較十二

識別雜記

天之于日與日之於心同心之于川與川之于地同

日之于心與日之于山同故以山之川為小差 川

之于心與川之于月同故以月之日為大差

明勾車股相得名為內率求虛積 明股車勾相得

名為外率求虛積 虛勾虛股相得名為虛率求虛積

凡勾股和即弦黃和 凡大差即股黃較 凡小差即勾黃較

高股平勾差名角差 又名遠差此數即高平二差共也 又為明和車和較也 又為通差內去極差又為極差虛差共 明車二差共名次差 又名近差 又名戾音列和此數 又為明大差車小差較也 勾圓

欽定四庫全書

測圓海鏡

九

差之股股圓差之勾相併名混同和此數 又為一徑一虛弦共也 明車二差較名傍差此數 又為高平二差較 又為極雙差內減虛和 又為極和內減城徑也 虛差不及傍差名菱差此數 又為大差差內去角差 又為極差內去二之平差 又為次差內去小差差 又為明股車勾共內去二之明勾也 虛差傍差共為菱和菱音判

凡大差股小差勾相乘為半段徑羃 大差勾小差

股相乘亦同上 虛勾乘大股得半段徑羃 虛股乘大勾亦同上 邊股車股相乘得半徑羃

明勾底勾相乘亦同上 黃廣股黃長勾相乘得徑羃 高股平勾相乘得半徑羃 明弦明股併與車弦車勾併相乘得半徑羃 明弦明勾併與車弦車股併相乘亦同上 高弦平弦相乘為一段皇極積 明勾車股相乘倍之為一段太虛積 明股車勾相乘亦同

欽定四庫全書

測圓海鏡

十

右諸雜名目

通弦上勾股和即一城徑一通弦也其較即勾圓差之勾股圓差之股相較也 勾弦和即二勾一大差其較則大差也 股弦和即二股一小差其較則小差也 弦較和為一徑三差共其較則大勾小差共也 三事和即邊弦三事和上帶大勾也 又為底弦三事和上帶大股也其較則城徑也 邊弦上勾股和為通股平弦共其較則大差股內去

平弦也 勾弦和即通股底勾共其較則明股明
弦共也 股弦和即通股通弦和內少个邊勾也
其較則平勾也 弦較和為大差上股弦和其較
則大勾也 三事和即通弦上股弦和又為黃廣
三事和上帶勾圓差也其較則大差勾也又為平
弦上弦較和又為太虛弦上股弦和也

底弦上勾股和為通勾高弦共其較則高弦內去小
差勾也 勾弦和為通弦上弦較較與高股共其

欽定四庫全書

卷一 測圓海鏡

十一

較則高股也 股弦和為半个通弦上三事和其

較則東弦上勾弦和也 弦較和為大差上勾弦

和也其較則小差上勾弦和也 三事和即通弦

上勾弦和又為黃長三事和上帶股圓差其較則

小差股也又為高弦上弦較較又為太虛弦上勾

弦和

黃廣弦上勾股和為大股虛股共又為通勾通股共

內少个小差上勾股和其較則两个高差也 勾

弦和為二高弦一圓徑共其較則二明股也 股
弦和為通弦上弦較和其較則二重股也 弦較
和即两个大差股也其較即两个小差股也 三
事和两大股也其較則兩虛股也

黃長弦上勾股和為大勾虛勾共又為通和內少个

大差上勾股和也其較則两个平差也 勾弦和

為通弦上弦較較其較則两个明勾也 股弦和

為二圓徑二重勾其較則二重勾也 弦較和為

欽定四庫全書

卷一 測圓海鏡

十二

两个大差勾也其較則两个小差勾也 三事和

為两大勾其較則兩虛勾也

高弦上勾股和為高弦虛股共又為一徑及高勾高

股差也其較則底弦內減大勾也又為邊股內減

底股也 勾弦共則底股其較則明股也 股弦

共即邊股其差則東股也 弦較共則大差股其

較則小差股也 三事和即大股其較則虛股也

又為小差上勾弦較又為明弦上弦較較

平弦上勾股共即平弦虛勾共也其較則大股內減

邊弦也 勾弦共即底勾其差則明勾也 股弦

共即邊勾其較則重勾也 弦較共即大差勾其

較則小差勾也 三事和即大勾其較則虛勾也

又為大差上股弦較又為重弦上弦較和

大差上勾股和即大股內去虛勾其差則大差弦內

去圓徑也 弦勾共即大股其差則大差股內去二

之明勾也 股弦和為大股上加个大中差也

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

中差乃明股弦其較則虛勾也 弦較和為兩個和與半徑之較

邊弦上勾弦較其較即城徑也 三事和即大股

與股圓差共又為大弦大較共又為二邊股其較

則太虛上弦較和也

小差上勾股和即大勾內去虛股也其較則圓徑內

去小差弦也 勾弦和為大勾上減个小中差也

按小中差乃重勾其較則虛股也 股弦共即大弦和與半徑之較

勾其較則小差勾內去兩個重股也 弦較和為

圓徑其較則為兩個底弦上股弦較又為兩個重

弦上勾弦和也 三事和即大勾與勾圓差共也

又為大弦大較較

按即通弦上弦較較

又為二底勾其較則

太虛上弦較較也

皇極勾股和即高弦平弦共其較則明股內去重勾

也 勾弦共即底弦其較則明弦也 股弦共則

邊弦其較則重弦也 弦較和為高弦明弦共又

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

也 三事和即通弦其較則太虛弦也又為明勾

重股共又為高弦內減明弦又為平弦內減重弦

又為大差勾上減虛股又為小差股上減虛勾也

太虛勾股和即圓徑內減虛弦又為虛弦虛黃方共

又為皇極弦內去明股重勾共其差則大差勾內

減个小差股也 勾弦共即小差股也其較則虛

股內減个小黃方也 股弦共即大差勾其較則

虛勾內減个小黃方也 弦較和為大差弦上弦

和較又黃長弦上勾弦較又為兩個明勾其較小
差弦上黃方面也 三事和即大黃方其較則為
兩個明弦上股弦較又為重弦上兩個勾弦較又
為明弦上小差與重弦上大差共也

明弦勾股和即大差股內減明弦其較則明弦內減
虛股也 勾弦併即高股其較則高股內少二之
明勾也 股弦和即邊股內減大差勾又為邊勾
邊弦差其較則半個虛黃方也 弦較和即大差
上勾弦較其較則虛股也 三事和即股圓差其
較則太虛上勾弦較又為虛股內減虛黃方也

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

重弦上勾股和即小差內減重弦其較則虛勾內減
重弦也 勾弦和即底勾內減小差股又為底股
底弦差其較則半個虛黃方也 股弦和即平勾
其較則平勾內少二個重股也 弦較和即虛勾
其較則小差上股弦較也 三事和即勾圓差其
較則太虛上股弦較又為虛勾內減虛黃方也

前黃廣勾股下 其勾股較又為大差股上少個小

差股又為中差

按中差係通勾股較

內少個小差較又為黃

廣股內少一徑 勾弦共又為兩個底股又為大

股與小差股共 股弦和又為大弦中差共又為

兩個邊股 股弦差又為小差上黃方面

前黃長勾股下 其勾股較又為大差勾上少個小

差勾也又為圓徑內少個黃長勾 勾弦共又為

兩個底勾又為大勾與小差勾共 勾弦較又為

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

大差上黃方面 股弦共又為兩個邊勾

右五和五較

大弦為大勾與股圓差共又為大股與勾圓差共

邊弦乃邊股平勾共又為大股內減平弦上勾股

較 底弦乃底勾高股共又為大勾內加一個高

差 黃廣弦為大股內減虛股又為邊股重股共

黃長弦乃大勾內減虛勾又為底勾明勾共

高弦乃大差弦內減明弦又為明弦虛弦共 平

弦乃小差弦內減車弦又為車弦虛弦共 大差

弦乃大股內減大差勾又為高弦明弦共又大弦

內去黃長弦 小差弦為大勾內減小差股又為

平弦車弦共又為大弦內去黃廣弦 極弦乃高

股平勾共又為平弦明弦共又為高弦車弦共又

為大差弦內減高平二弦較又為小差弦內加高

平二弦較 虛弦乃皇極黃方面又為明勾車股

共又為高弦內減明弦又為平弦內減車弦 明

弦乃高弦內減虛弦 車弦乃平弦內減虛弦

黃廣弦黃長弦相併為大弦虛弦共也以此數減于

大和餘即虛和 若以二弦相減餘即虛弦平弦

共也

按虛弦平弦共此題數偶合當云二極差

黃廣弦又為大差弦

虛弦共 黃長弦又為小差弦虛弦共 以黃長

弦減于大勾餘即虛勾 以黃廣弦減于大股餘

即虛股

邊弦底弦相併為大弦皇極弦共也于此併數內減

大和餘為皇極弦內減圓徑也 若以二弦相減

餘即皇極差也此數同者最多故又為皇極弦內

少个 小差弦又為高弦平弦較又為明股內少車

勾又為大差弦內少皇極弦又為次差虛差共也

邊弦又為皇極股弦共又為黃廣弦車弦共

底弦又為皇極勾弦共又為黃長弦明弦共也

以邊弦減大股餘為半徑內減平勾又為平弦內

減小差勾也 底弦內減大勾餘為高股內減半

徑又為大差股內減高弦也

黃廣弦內減邊股即車股 黃長弦內減底勾即明

勾也

高弦高股共即邊股 平弦平勾共即底勾 高弦

高勾共即底股 平弦平股共即邊勾

上高弦減于通股餘即邊股內減車股也 下平弦

減于通勾餘即邊勾內減明勾也 高弦平弦相

併即大弦內少个皇極弦也若以相併數減於大

和餘為皇極弦圓徑共也 高弦平弦相減餘即

皇極差也 又為皇極弦上減小差弦也若以相減

數却加于相併數即黃廣弦也

高弦內減明股得半徑 平弦內減重勾亦同上

皇極勾上加明弦為皇極弦 皇極股上加重弦亦

同上

皇極弦 得極勾即底弦 得極股即邊弦 內去

極勾即明弦 去極股即重弦 減于通弦即極

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

和 得虛弦亦同上 內去虛弦即明弦重弦共

去虛黃即明和重和共也 去城徑即傍差

內加極差即大差弦 去極差即小差弦 加角

差即兩個高股 減角差即二平勾

太虛弦 加入極弦為極和 極弦內去之即明重

二弦共 再去之則明大差重小差併也 加于

大差弦即黃廣弦 加于小差弦即黃長弦 內

去明勾則重勾 加明勾為圓徑內少虛黃重股

共 加入明股為明和重股共 減于明股即明

較內去重股 加入明弦為極股 減于明弦為

明大差重小差內少个重弦 加于明和即兩個

虛弦一个高差共也 減于明和即高差也 內

去重勾即明勾重較共 又為重股平差共 加于

重勾即重和明勾共 加于重股為二虛弦內少

明勾 又為圓徑內少虛黃明勾共 內減重股即

明勾 內加重弦即極勾 減于重弦為明勾內

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

少个重小差 加入重和即兩個虛弦內少个平

差也 內減重和即平差也 加入明重二和共

即極和內少个虛黃也 若減於明重二和共即

明股重勾共也 減于高弦即明弦減于平弦即

重弦加于角差即二明勾一極差也 減于角差

即一極差二重股較也 得傍差即明股重勾共

內減傍差即太虛三事和內去了極雙差也

按

差係勾弦 內加虛差即二明勾 內減虛差即

差係弦差

二車股 內加虛黃方即虛和 內減虛黃方即太虛大小差併也

右諸弦

大差弦小差弦共即兩個極弦也以兩個極差為之較 大差差小差差共即兩個極差也以兩個傍差為之較 大差上大差小差上大差共即兩個明弦也以兩個明差為之較 大差上小差小差上小差共即兩個車弦也以兩個車差為之較

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

大差黃

按即二明勾

小差黃

按即二車股

數共即兩個極黃

按即二虛弦

也以兩個虛差為之較

大差勾小差勾

共即兩個極勾也以兩個平差為之較 大差股

小差股共即兩個極股也以兩個高差為之較

二和共為二極和以二角差為之較

大差上弦較較即圓徑 小差上弦較和亦同上

大差上小差即虛勾 小差上大差即虛股也

大差弦與明勾共即邊股 小差弦與車股共即

底勾也 大差弦內減中差即黃長勾 按勾應小作股

差弦內加中差即黃廣股也 按股應作勾 大股內減小

差股即黃廣股 大勾內減大差勾即黃長勾也

虛弦得虛股即大差勾 虛弦得虛勾即小差

股也 明段弦較和即大差上勾弦較 明段弦

較較即小差上勾弦較也 車段弦較和即大差

上股弦較 車段弦較較即小差上股弦較也

大差勾內減虛弦餘即虛股 小差股內減虛弦

欽定四庫全書

測圓海鏡

卷一

餘即虛勾也 以大差和減大股即虛勾 以小

差和減大勾即虛股也 以大差差減圓徑即明

勾此差若多於圓徑則內減圓徑餘即虛勾也 按此

條因題數偶合而誤若勾股差甚大甚小者皆不能合 以小差差減圓徑

即小差弦也 大差弦上加一徑即大股上加虛

勾也 小差弦上加一徑即大勾上加虛股也

大差股內減高弦餘即高股內減半徑 平弦內

減小差勾餘即半徑內減平勾也 大差內減虛