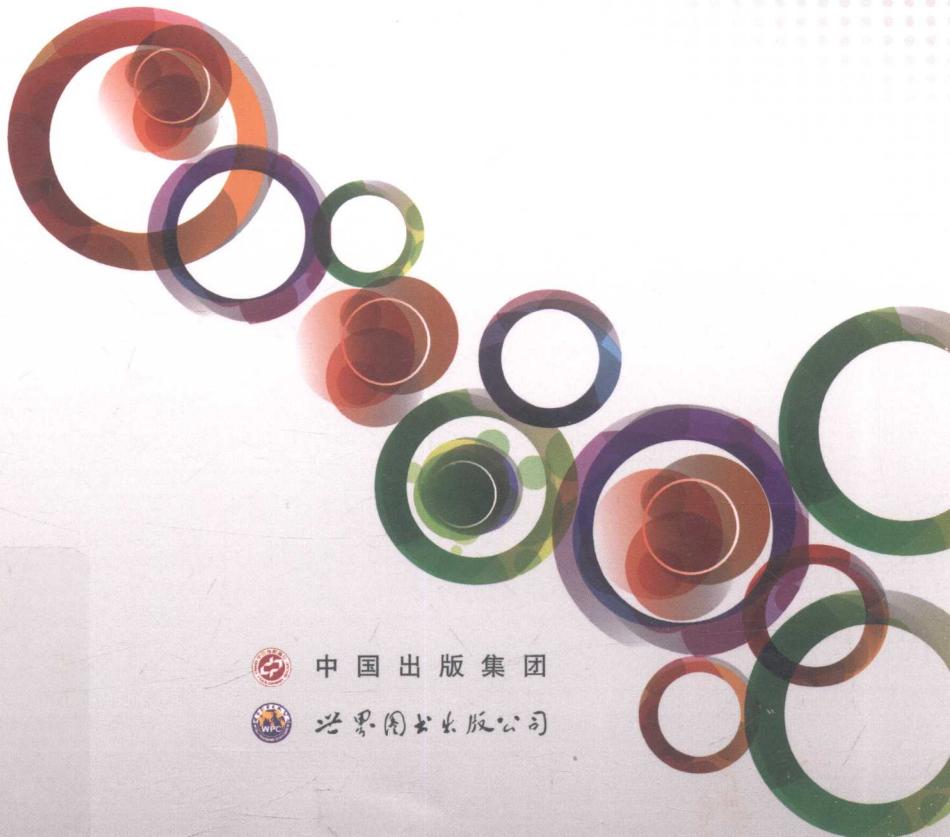


几类新型的整数阶和分数阶混沌系统的 生成、控制与同步

Generation, Control and Synchronization of Several Novel Types of Integer-order and Fractional-order Chaotic Systems

席慧玲〇著



中国出版集团



世界图书出版公司

国家自然科学基金（项目编号：61473177、61473178、61603351）资助
中北大学 2015 年校科研基金（项目编号：110246）资助

席慧玲 ◎著

几类新型的整数阶和分数阶混沌系统的
生成、控制与同步



世界图书出版公司
广州·上海·西安·北京

图书在版编目 (CIP) 数据

几类新型的整数阶和分数阶混沌系统的生成、控制与同步 / 席慧玲著 . —广州：世界图书出版广东有限公司，2016.10

ISBN 978-7-5192-1979-6

I . ①几… II . ①席… III . ①混沌—研究 IV .
① 0415.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 248596 号

几类新型的整数阶和分数阶混沌系统的生成、控制与同步

策划编辑：李 平

责任编辑：廖才高 王梦洁

责任技编：刘上锦

封面设计：周文娜

出版发行：世界图书出版广东有限公司

地 址：广州市新港西路大江冲 25 号

电 话：020-84460408

印 刷：长沙昌龙印刷有限公司

规 格：787mm × 1092mm 1/16

印 张：14

字 数：200 千

版 次：2016 年 11 月第 1 版

印 次：2016 年 11 月第 1 次

ISBN 978-7-5192-1979-6

定 价：48.00 元

版权所有，翻印必究

前　　言

由于混沌系统具有复杂的动态特性和广泛的应用前景，一直受到研究者的极大关注。近些年来，混沌的控制与同步研究发展迅速，并取得了很多成果。本书重点研究了若干新型的整数阶和分数阶混沌系统的生成、控制与同步及其相关的一些问题，主要内容分为以下三个方面：

1. 随着对混沌研究的逐步深入，人们进一步发现了一些新型的多涡卷和多翅膀混沌系统，这些具有复杂结构的混沌系统成为近年来非线性电路与系统领域中一个十分活跃的研究课题。本书首先对几类新型的整数阶和分数阶混沌吸引子的生成问题进行了深入研究，主要完成了以下几个方面的工作：

（1）提出了一个新的多涡卷超混沌 Chua 系统

尽管学者们对于从三维 Chua 系统中产生多涡卷混沌吸引子进行了大量的研究，但是到目前为止，从四维 Chua 系统产生多涡卷超混沌吸引子却鲜有报道。此外，构造四维超 Chua 系统有多种不同的方法，比如两个或两个以上三维蔡氏电路的耦合、 π 型电路的扩展、基于分解和基于结型场效应晶体管的方法、状态反馈控制法等。而状态反馈控制方法被认为是从已有的三维混沌系统产生不同的四维超混沌系统的好方法。鉴于上面已经完成的工作，本书利用状态反馈控制，分别构造了带有光滑和分段光滑立方非线性项，以及分段线性非线性项的四维 Chua 系统来产生多涡卷超混沌吸引子，并进一步研究了此系统的动力学行为，包括李亚普诺夫指数谱、分岔图和状态方程的解。此外，本书基于无量纲状态方程组和模块化电路设计，对构造的四维超 Chua 系统产生的双涡卷和三涡卷超混沌吸引子进行了电路设计。

（2）提出了一个新的多翅膀混沌系统

通过计算机模拟，对由改进的 C-A 投影同步得到的控制器进行修正，从而产生了一种特别的多翅膀混沌吸引子，并对受控 Lorenz 系统的一些基本的

动力学性质进行了理论分析和数值模拟，研究结果表明此系统具有复杂有趣的混沌和超混沌行为。

(3) 由多涡卷 Chua 系统演化得到了两个四维分数阶多涡卷超混沌 Chua 系统
在四维整数阶多涡卷超 Chua 系统的基础上进行演化，得到了两个四维分
数阶多涡卷超混沌 Chua 系统：带有光滑立方和分段光滑立方非线性项的四维
分数阶超 Chua 系统，以及带有分段线性非线性项的四维分数阶超 Chua 系统。
通过使用分数阶微分理论和数值模拟，发现在阶数小于 4 的分数阶 Chua 系统
中确实存在多涡卷超混沌吸引子。

(4) 建立了有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子动力学系统

首先利用变分方法对非定常短轴承的油膜压力分布公式进行修正，得到了
具有足够精度的有限宽圆轴承非定常油膜力的解析公式，然后利用非线性动力
学方法对此系统进行了分析，得到了不同宽径比下转子涡动关于无量纲转速、
质量偏心及综合参数的分岔图以及部分相图、频谱图和 Poincare 映射图，表明
此系统具有丰富的非线性动力学特性。

(5) 建立了有限宽轴承—转子碰摩的非线性动力学系统

将油膜与转子碰摩联系起来研究有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子的运动特
性，仍然利用龙格—库塔算法求解并作出了关于各参数的分岔图、部分相图及
Poincare 映射图，显示了与以往油膜力模型显著不同的运动特性。

(6) 提出了分数阶磁控忆阻 Lorenz 系统

在带有分段线性函数特性的整数阶磁控忆阻 Lorenz 系统的基础上，分别
建立了带有分段线性函数，二次、三次以及四次非线性函数特性的分数阶磁控
忆阻 Lorenz 系统。模拟结果表明，忆阻器的引入导致系统产生了非常有趣
的动力学行为。

2. 在具有复杂结构混沌吸引子的控制与同步的研究方面，本书完成了以下
几个方面的工作：

(1) 设计了分数阶混合反馈控制器，实现多涡卷 Chua 系统的混沌同步

分数阶控制器将整数阶系统转化为分数阶系统，通过提供稳定性增加系统的
自由度，整数阶混合反馈控制器可以减少同步的时间，而本书中提到的分数

阶混合反馈控制器充分结合了分数阶和整数阶控制器的优点。此外，利用此控制器实现了多涡卷 Chua 系统的混沌同步。

(2) 提出了一种改进的 C-A 投影同步方法

当混沌系统具有一定度的对称性时，就能达到完全同步—反同步（简称 C-A 同步）。基于线性分离法，对 C-A 同步进行改进，达到 C-A 投影同步，也就是说，在 Lorenz 系统中驱动向量和响应向量达到按照比例因子变化的 C-A 同步。

(3) 设计了统一的自适应控制器和参数更新规则，实现混沌连续时间系统的自适应全态混合函数投影时滞同步

对于投影同步，大部分研究成果集中研究的是常数比例因子，该方法基于李亚普诺夫稳定性理论和全态混合投影同步方法（FSHPS），提出了一种混沌连续时间系统的自适应全态混合函数投影时滞同步方案（简称 FSHFPLS），并且设计了统一的自适应控制器和参数更新规则以达到按要求的比例函数变化的投影时滞同步。此外，还将 LFRBM 混沌系统的同步应用到保密通信中，数值模拟表明所提方案的有效性。

(4) 改进的广义哈密尔顿系统方法的研究

通过李亚普诺夫稳定性理论和一些矩阵技术，建立一种以线性矩阵不等式（LMI）形式表达的新的充分判据，从而保证以指数收敛速度达到混沌同步。然后用此方法去对 Lü 系统和带有双曲正切函数的修正 Chua 电路的 n 涡卷混沌吸引子进行同步。

(5) 提出了一种针对分数阶混沌系统的自适应脉冲同步方法

利用广义 Barbalat 引理从理论上证明了驱动系统和响应系统能达到渐近同步，并将提出的方法应用于带有未知 Lipschitz 常数的分数阶混沌和超混沌 Chen 系统，模拟结果验证了所提方法的有效性。当然所提方法也能应用于同步其他分数阶混沌和超混沌系统。

(6) 提出了一种分数阶积分型主动滑模控制方案

利用稳定性理论设计了一个分数阶积分型主动滑模控制器，并用所提方案实现了一个带有光滑立方和分段光滑立方非线性项的分数阶四维超 Chua 系统的混沌同步。

(7) 提出了一种带有模糊滑模逻辑常数控制器的控制方案

利用 Lyapunov 直接法和切换面及其导数的最大最小值来确定模糊规则，用常数控制器来代替传统方法中的非线性控制器，从而得到了带有模糊滑模逻辑常数控制器的控制方案，并将其用于带有分段光滑立方非线性项的四维分数阶超 Chua 系统的混沌同步中。

(8) 提出了一种自适应函数投影组合同步方案

基于分数阶系统的稳定性理论和追踪控制，设计了针对三个经典的分数阶混沌系统的自适应函数投影组合同步方案。

3. 研究了粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 作为一种进化计算技术的若干问题。本书鉴于基本粒子群算法存在初始化过程的随机性以及容易陷入局部最优解的不足，对基本粒子群算法进行改进，利用混沌运动的遍历性，产生大量初始群体，从中择优出初始群体，并且在粒子群优化算法执行的过程中，对当前粒子个体产生混沌扰动，以使解跳出局部极值区间，最后用混沌粒子群算法对综合 GM (1, 1) 参数优化模型的参数进行优化。

本书的基本内容是笔者与合作者们最近几年在学习和研究工作上的总结，可以使广大读者在掌握知识的同时体会到问题的本质。本书可供高等院校控制科学与工程、电路与系统或相关专业的研究生学习，也可供自然科学和工程技术领域中的高校教师和研究人员参考。

本书的出版得到了禹思敏教授主持的国家自然科学基金（项目编号：60871025, 61172023）、李玉霞主持的国家自然科学基金（项目编号：61473177）、黄霞主持的国家自然科学基金（项目编号：61473178）、赵东霞主持的国家自然科学基金（项目编号：61603351）、中北大学 2015 年校科研基金（项目编号：110246）和世界图书出版公司的大力支持。由于作者水平有限，书中难免有遗漏和不当之处，故恳请有关专家、同行和广大读者批评指正。

席慧玲

2016 年 8 月

目 录

第一章 绪论	01
1.1 引言.....	01
1.2 研究背景和意义.....	04
1.3 国内外研究现状及分析.....	07
1.4 主要研究方法.....	15
1.5 本书的主要内容.....	22
第二章 一个新的多涡卷混沌 Chua 系统	25
2.1 引言.....	25
2.2 用状态反馈控制构造带有光滑和分段光滑立方非线性项的 四维超 Chua 系统	26
2.3 用状态反馈控制构造带有分段线性非线性项的四维超 Chua 系统	30
2.4 电路设计和实验结果.....	34
2.5 本章小结.....	37
第三章 改进的 C-A 投影同步法和一个新的多翅膀混沌系统的生成	39
3.1 引言.....	39
3.2 改进的 C-A 投影同步方案	41
3.3 多翅膀混沌系统的生成.....	45
3.4 本章小结.....	52

第四章 有限宽轴承—刚性转子系统的非线性分析	53
4.1 引言	53
4.2 非定常短轴承油膜力公式的变分修正	53
4.3 有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子系统的动力学模型	58
4.4 本章小结	76
第五章 有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子系统碰摩的 非线性动力学特性	77
5.1 引言	77
5.2 碰摩模型	78
5.3 油膜力作用下转子系统的碰摩运动微分方程及 数值模拟结果与分析	80
5.4 本章小结	87
第六章 一个分数阶多涡卷超混沌 Chua 系统及其同步	88
6.1 引言	88
6.2 四维分数阶多涡卷超混沌 Chua 系统	89
6.3 稳定性定理	92
6.4 四维分数阶多涡卷超 Chua 系统的同步	93
6.5 本章小结	97
第七章 分数阶混合反馈控制器及其应用	98
7.1 引言	98
7.2 分数阶混合反馈控制器的设计	100
7.3 提出的控制器在多涡卷 Chua 系统中的应用	101
7.4 本章小结	103
第八章 自适应全态混合函数投影时滞同步法	104
8.1 引言	104

8.2 自适应 FSHFPLS 方案	105
8.3 LFRBM 混沌系统的自适应 FSHFPLS	107
8.4 在保密通信中的应用.....	109
8.5 本章小结.....	110
第九章 改进的广义哈密尔顿系统同步法.....	111
9.1 引言.....	111
9.2 基于 LMI 准则改进的广义哈密尔顿方法	113
9.3 所提方法在混沌系统同步中的应用.....	116
9.4 本章小结.....	121
第十章 基于分数主动滑模控制法一个分数阶超 Chua 系统的同步.....	122
10.1 引言	122
10.2 分数阶微积分的预备知识	123
10.3 四维分数阶超 Chua 系统	124
10.4 分数主动滑模控制器的设计方法	126
10.5 所提控制器在分数阶光滑和分段光滑超 Chua 系统中的应用 ..	129
10.6 本章小结	131
第十一章 一类分数阶混沌以及超混沌系统的自适应脉冲同步.....	132
11.1 引言	132
11.2 分数阶导数的预备知识	133
11.3 自适应脉冲同步的描述	134
11.4 数值模拟	138
11.5 本章小结	141
第十二章 基于模糊滑模逻辑常数控制器的分数阶 超混沌系统的同步控制.....	142
12.1 引言	142

12.2 FSMLCC 方案	143
12.3 设计的控制器在四维分数阶超 Chua 系统中的应用	146
12.4 本章小结	149
第十三章 基于忆阻器的分数阶 Lorenz 系统的生成和 非线性动力学分析.....	150
13.1 引言	150
13.2 预备知识	151
13.3 分数阶忆阻 Lorenz 系统	151
13.4 本章小结	162
第十四章 三个不同的分数阶混沌系统的自适应函数投影组合同步.....	163
14.1 引言	163
14.2 三个分数阶混沌系统的自适应函数投影组合同步方案	164
14.3 本章小结	169
第十五章 混沌粒子群算法对综合 GM (1 , 1) 模型参数的优化 ...	170
15.1 引言	170
15.2 综合 GM (1 , 1) 参数优化模型	171
15.3 混沌粒子群算法	174
15.4 算法测试与分析	175
15.5 本章小结	177
参考文献.....	178

| 第一章 |

绪 论

1.1 引 言

1.1.1 混沌

非线性科学在自然科学和社会科学领域中具有重大的科学价值、深刻的哲学意义以及广泛的应用前景，被誉为 20 世纪自然科学的“第三次革命”。非线性科学的主要内容包括：混沌、分形和孤立子。可见，混沌学隶属于非线性动力学，是非线性科学的主体内容，也是非线性科学最重要的成就之一。

混沌一开始进入科学领域是与以精确著称的数理科学无缘的，它主要是来源于神话传说与哲学思辨的一个天文学中与宇宙起源有关的概念。在现代，混沌被赋予了新的意义，混沌是自然界普遍存在的一种貌似无规则的运动，指在确定性系统中的内秉随机性。

1.1.2 混沌控制

混沌系统与其他的非线性系统相比，有着自己独有的特征。混沌运动的一个基本特征是运动轨道的不稳定性，表现为对初值的敏感依赖性，或对小扰动的极端敏感性。对初值的敏感依赖性又称为“蝴蝶效应”。可以通俗地比喻为：一只蝴蝶在巴西扇动翅膀会在得克萨斯引起一场龙卷风。这种所谓“差之毫厘，

失之千里”的缘故使得它曾被认为是一种“麻烦”的性质,在过去的许多年中,人们一般相信混沌运动既是不可预见的,又是不可控制的。因此,在生产实践中总是希望避免混沌的这种“麻烦”的性质,也就是说在几乎所有的实际应用中都把目标放在消除系统中的任何混沌行为。

现代电子计算机之父冯·诺伊曼(John Von Neumann)是第一个持不同观点的人,他在1950年左右清楚地提出了利用混沌敏感性的基本思想。1987年,胡柏勒(A. Hubler)和卢舍尔(Luscher)也曾引入一种混沌控制的思想^[1]。

通过研究表明,系统所具有的混沌状态中存在着微妙的结构。其中,混沌运动对初值的敏感依赖性特性允许使用很小的反馈扰动来控制系统的轨道,这种能力是非混沌系统所不具有的。因此,这种特性使得人们在实践中不是消除混沌行为,而是有可能利用混沌的这种独有特征。混沌抑制是混沌控制最容易达到的一个目标,是一种最简单的混沌控制。对于给定的混沌系统,只需对系统做微小的扰动就可以达到某个期望的周期行为,这就是混沌控制的基本含义。单从这一点来看,混沌的控制与一般非线性系统的控制并没有什么质的差别。如果混沌控制仅仅追求这样的目标,将会使得混沌吸引子中丰富的内涵变得毫无用处。事实上,混沌控制虽然借鉴了传统控制论中的许多思想和策略,但是并不是简单的应用^[2]。

总之,人为并有效地控制混沌系统,使之发展为实际应用中需要的状态是人们对混沌控制的广义认识。这包括:(1)当混沌运动对一些系统造成危害时,混沌运动不是人们期望的运动状态,人们的研宄目标就是要削弱直至消除混沌运动,即混沌的控制问题;(2)当混沌运动有用时,混沌运动是受人们欢迎的,人们研宄的目标是混沌化原本不混沌的系统,或使已有的混沌运动增强,即混沌的反控制问题;(3)在系统处于混沌状态时,通过控制,产生出实际中需要的各种输出。总之,尽可能地利用混沌运动自身的独有特性来达到控制目的,是所有混沌控制的共同特点^[3]。

1.1.3 混沌同步

同步现象是自然界中司空见惯的现象。惠更斯(Ch. Huygens)早在17世纪就实现了两个钟摆的完全同步振荡。近百年来国内外专家学者对众多学科领

域中的同步问题进行了深入的研究，但是无论是从同步对象、同步概念还是同步方法来讲，这些研究都是建立在周期运动的基础上。由于混沌运动具有对初值条件的敏感依赖性，因此混沌系统不能同步的观念长期占支配地位，直到1990年，即几乎与OGY控制混沌的开创性工作同时，美国海军实验室学者佩考拉（L. M. Pecora）和卡罗尔（T. L. Carroll）等发表了运动轨道同步化的论文，提出了混沌自同步方案（简称PC同步），并在实验设计中第一次观察到了混沌同步的现象，这样在理论和试验上初步实现了驱动系统和响应混沌系统的混沌同步，一方面推动了混沌同步的理论研究，另外也拉开了混沌同步应用的序幕^[4]。尔后，迪托（Ditto）做出非晶磁致弹条系统及电路系统混沌现象控制的实验^[5]；美国学者罗意（R. Roy）与索恩伯格（Thornburg）以及日本学者 Sugawara 等通过利用激光光强相互耦合，分别独立地从实验上观察到两个混沌激光系统达到完全同步^[6]以及 Carroll 等人实现了利用混沌同步化进行保密通信的实验等^[7]，使得控制与同步化混沌现象的理论和实验得到同步地巨大发展。

简单来讲，混沌同步指的是使用合适的混沌信号驱动，使得从不同初始值出发的两个混沌系统（驱动系统与响应系统），其混沌轨道达到同步化。如果由驱动系统与响应系统得到误差动力系统，那么两混沌系统的同步问题就转化为在原点实现同步误差系统的稳定性问题，这样混沌同步也属于混沌控制的范畴，另外从总体上来讲，混沌同步是一种广义的混沌控制，于是研究混沌同步的方法也能用到混沌控制中，研究混沌同步控制更具有普遍意义。

混沌同步是实现混沌通信的关键所在，混沌同步方法研究是当前学术界的一个研究热点，而混沌的应用离不开混沌系统的设计，因此，本书主要研究了通过控制的方法设计新型的多涡卷与多翅膀混沌系统以及建立有限宽轴承—转子系统模型，并将一些先进控制理论与技术引入到混沌同步方法的研究中，提出了几种新的同步方案，还考虑了其在保密通信中的应用问题。

第一章由五部分组成。1.1节介绍了混沌系统同步与控制的基本概念；1.2节介绍了研究背景和意义；1.3节分别综述和分析了复杂结构混沌系统、混沌同步控制、混沌电路设计和混沌保密通信的国内外研究现状；1.4节阐述了主要研究方法；1.5节介绍了本书的主要内容。

1.2 研究背景和意义

具有复杂结构的混沌吸引子的研究与应用价值在于，一方面，复杂结构混沌吸引子能进一步揭示，非线性电路与系统中更复杂的运动形态及产生规律是客观存在的，有待人们去探索和发现。另一方面，复杂结构混沌吸引子生成的基本理论与研究方法、同步控制、电路设计及其在保密通信中的应用等若干理论设计与技术实现问题，涉及到非线性科学、混沌理论与应用、自动化科学、数学与物理等多学科交叉的前沿研究领域，具有重要的学术价值，在大脑的复杂思维活动分析、流体混合、机械系统中的共振预防、保密通信等诸多领域中有广阔应用前景。

长期以来，人们对混沌的研究主要局限于：(1) 在研究内容上，尽管对复杂结构混沌吸引子的研究获得了一些有价值的结果，但是主要针对的还是双涡卷和双翅膀等较简单结构混沌吸引子的生成与实现；(2) 在应用研究上，大多采用理论分析与数值仿真方法，技术实现和应用问题的研究偏少。

1.2.1 多涡卷与多翅膀超混沌系统的生成

早在 1979 年，罗斯勒 (Rössler) 首次用具有至少两个正的李亚普诺夫指数的混沌系统来表征超混沌。这意味着系统的动力学特性不只朝一个方向扩张，导致比仅仅一个正的李亚普诺夫指数的混沌系统更加复杂的混沌吸引子^[8]。这种同时发生在两个或更多个方向动力学特性的扩张使得超混沌系统在许多领域有很好的表现，比如在保密通信系统中，加密信息可以用超混沌信号提高安全性能。1983 年，蔡少棠发现了第一个混沌电路，作为通过实验室实验和计算机模拟研究混沌的理想范例^[9-12]，它在电子电路和混沌理论之间架起了一座桥梁，引起了国内外研究者的兴趣。一个有趣的问题是：“通过一些控制方法或别的技术我们能根据三维蔡氏双涡卷电路设计四维多涡卷超混沌 Chua 系统吗？”但到目前为止，人们所提出的能产生多涡卷超混沌系统或电路的类型和数量十分有限，因此，寻找和发现能产生多涡卷的新型超混沌系统及其硬件实现仍然是一个富有挑战性的课题。

1963 年，混沌之父、Craford 奖（克拉福特奖）获得者、美国科学院院士洛伦兹（E. N. Lorenz）在研究大气时发现了著名的 Lorenz 系统。Lorenz 混沌吸引子由于其拓扑结构与双翅膀蝴蝶的形状极为相似，又称之为双翅膀蝴蝶混沌吸引子或简称为双翅膀吸引子。Chen、Lü、Rucklidge、Shimizu-Morioka、Sprott 等一类广义 Lorenz 系统族，其中的许多系统能产生相类似的，但拓扑不等价的双翅膀吸引子。禹思敏等将上面提到的这些产生多涡卷的方法进一步推广到了广义 Lorenz 系统族中，产生了多翅膀混沌吸引子或网格状多翅膀混沌吸引子，并且通过外部信号的驱动与控制的方法，在广义 Lorenz 系统族中产生平面网格状或立体网格状多翅膀混沌吸引子^[13-15]。尽管目前已有大量文献报道了多涡卷混沌和超混沌吸引子的研究结果，但生成多翅膀混沌和超混沌吸引子的文献报道却很少。

此外，分数阶微积分是一个有着 300 年历史的数学理论，分数阶微积分的理论可追溯到 19 世纪，但分数阶微分理论由于长期没有实际运用背景而发展缓慢。在过去的几十年里，随着分数微积分遍及了物理学和工程技术的各个领域，一些学者研究表明：类似于整数阶混沌系统，在分数阶混沌系统也能发现混沌。这样，混沌系统又分为整数阶混沌系统和分数阶混沌系统。事实上，分数阶微分系统是整数阶微分系统的推广，整数阶微分系统是分数阶微分系统的特殊情况。这一发现掀起了对分数阶混沌系统研究的热潮^[16]，使它重新获得了发展，成为了当前国际上的一个研究热点。

1.2.2 有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子系统模型的建立

非线性因素普遍存在于各类转子系统范畴的工程实际问题中，它们来自于转子系统材料的、几何的、结构的、耗散的、运动的，以及耦合的等各种力学因素，加上油膜力、密封力、不均匀蒸汽间隙力、碰撞等严重非线性激振源的存在，导致转子系统从整体上说是非线性的。过去，由于旋转机械的设计主要采用线性动力学理论，同时数学模型不够完善，导致旋转机械系统中各种异常振动的存在，低频分量过大，振动幅值超标，甚至发生毁机的恶性事故。国内外发生的多起汽轮机失稳事故表明，对转子—轴承系统非线性动

力学行为的进一步深入研究是非常必要的^[17-20]。转子动力学的非线性问题种类常见的有^[21]：(1) 具有气弹效应的转子；(2) 内腔积液的转子；(3) 具有裂纹的转子；(4) 转子系统中的动静件碰撞；(5) 机器或基础某些部件松动；(6) 具有非线性轴承油膜力的转子系统；(7) 系统阻尼、刚度、激振力随时间慢变的转子系统。由以上原因所引起的转子的非线性振动，可能呈现为以下三种不同的形式：(1) 振动主要是以 $1X$ 频率分量的形式出现的，这类故障占大多数。它主要与转子存在着显著的不平衡量有关，这种振动主要是强迫振动。(2) 主要是以 $2X$ 、 $3X$ 或其他整数倍的主频分量的频率形式出现的，它主要是由转子或轴承特性等的非线性所引起的，是一种非线性振动。(3) 次谐振动，它主要是以低于主频的频率成分出现，这类振动一般是一种自激振动，也是非线性振动，如 $1/2X$ 、 $1/3X$ 等。它具有不稳定的性质，可以在短期内快速增长而使机组毁坏，自激的原因可以是多种多样的。除上述三种以外，还可能出现功率谱是连续的、非平稳的确定性振动（即混沌），正日益引起科学工作者的重视和深入研究。本书将多个非线性因素综合起来研究转子系统的非线性动力学行为，不仅考虑了油膜力，还考虑了其他非线性因素比如碰撞，分别建立了有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子系统的非线性动力学模型。

1.2.3 混沌同步控制

我们知道混沌同步是混沌应用的关键技术。自 1990 年，Pecora 和 Carroll 首次指出了混沌系统中的同步现象以及构造了混沌驱动系统的电路模型后，1992 年，He 等人在总结前人结论的基础上，分析了渐近稳定性和混沌同步的密切关系，提出了另一种判定子系统渐近稳定性的方法——Lyapunov 函数法，并且指出利用 Lyapunov 函数可以合成高维混沌同步系统，这种同步方案叫做驱动—响应同步，是最早的一类同步方法。到目前为止，混沌同步已经取得了很多研究成果。国内外学者提出了各种各样的混沌系统同步方案，从早期的驱动—响应同步法^[4]、耦合同步法^[22-25]、自适应同步方案^[26]等到近几年的基于状态观测器的同步法^[27]、广义同步^[28-31]、脉冲同步^[32]等。而后，先进控制理论与技术也逐渐被人们引入到混沌同步的研究中。实际上，很多同步方法和其