

线 · 性 · 代 · 数 强化过关500题

◎ 李畅通 主编

数学全程答疑



下载答疑APP

考研必刷题 · 高分考生专用
考研数学第二轮复习经典必备题库

 学府考研

十年专注·只做考研

XIANXING DAISHU QIANGHUA GUOGUAN 500 TI

线性代数强化过关500题

主 编 李畅通

副主编 李昌兴 赵见军 李 倩

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书是严格按照《全国硕士研究生入学统一考试大纲》(数学)的要求编写的.内容包括 500 道高质量习题,涵盖了考研数学线性代数部分的所有知识点,体例完整,栏目设置合理,帮助考生了解考研线性代数部分的命题思路和规律,熟记线性代数的重点和难点.本书将线性代数的所有知识点都渗透到选择、填空和解答 3 种题型当中,力求在较短的时间内能让考生深刻地理解考研线性代数的出题方向,快速系统地构建出自己的知识体系.

本书可作为备战 2018 年研究生入学考试的学生、提前备战 2019 年研究生入学考试的学生的辅导用书,也可供从事本专业教学的教师参考.

图书在版编目(CIP)数据

线性代数强化过关 500 题 / 李畅通主编. — 西安:西北工业大学出版社, 2017.4

ISBN 978 - 7 - 5612 - 5319 - 9

I. ①线… II. ①李… III. ①线性代数—研究生—入学考试—习题集 IV. ①O151.2 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 093020 号

策划编辑:杨 军

责任编辑:杨丽云

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:西安东江印务有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:15.5

字 数:340 千字

版 次:2017 年 4 月第 1 版 2017 年 4 月第 1 次印刷

定 价:36.80 元

2018学府考研名师辅导书系

资深考研辅导专家 **李畅通老师**
集多年执教经验精心编制



· 考研数学强化提高阶段必备题库 ·
选题新颖难易得当 综合拓宽知识体系
解答详细思路清晰 力助考生突破高分

★ 学府全日制 考研梦工厂 ★

1 自建个性化考研全日制校区

学府考研全日制校区位于西安市长安区马王镇西周车马坑遗址保护区内，占地约39000平方米，是全国为数不多的自建考研全日制集训专用校区。

2 全封闭军事化管理、高三式辅导

校区开设半年、暑假、秋季、冲刺全日制考研集训及名校定向协议保录全日制集训，提供全封闭教学、高三式辅导，吃住学一站式服务。

3 自主研发标准化教学、教材体系

教学体系及所有上课教材、讲义均由学府教研团队历时三年自主研发而成，具有极强的针对性和辅导效果，历经数万学员检验，成效显著。

4 完善的学管师、班主任督学服务

全职学管师、班主任提供全程管家式服务，真正做到一个学员一套学习计划、一套辅导方案。

全日制校区开设班型

普通全日制集训

会计硕士全日制集训

热门专业全日制集训

个性化名校精英定制全日制集训

名校定向协议保录全日制集训

个性化1对1名校定向协议保录全日制集训

更多详情请扫描下方二维码



扫一扫关注微博

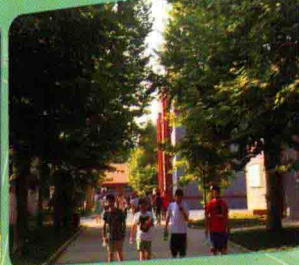
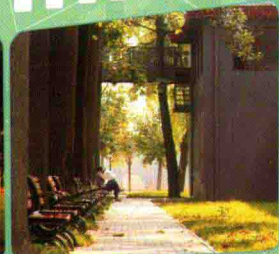
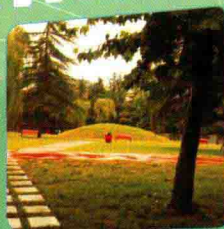


扫一扫关注微信

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

★ 学府全日制校区 校园实景 ★

位于陕西省西安市长安区马王镇
国家重点文物保护单位西周车马坑遗址保护区内
全封闭校园环境优美，绿树成荫，是考生学习的绝佳场所



全日制校区欢迎您的到来~



风雨考研路 学府伴你行

“学府考研”是学府教育旗下专业从事考研辅导的品牌！

“学府考研”是一个为实现人生价值和理想而欢聚一堂的团队。2006 年从 30 平方米办公室起步，历经十年，打造了一个考研培训行业的领军品牌。如今学府考研已发展成为集考研培训、图书编辑、在线教育为一体的综合性教育机构，扎根陕西，服务全国。

学府考研的辅导体系满足了考研学子不同层面的需求，主要以小班面授教学、全日制考研辅导、网络小班课为核心，兼顾大班教学、专业课一对一辅导等多层次辅导。学府考研在教学中的“讲、练、测、评、答”辅导体系，解决了考研辅导“只管教，不管学”的问题，保证学员在课堂上听得懂，课下会做题。通过定期测试，掌握学员的学习进度，安排专职教师答疑，保证学习效果。总结多年教学实践经验，学府考研逐渐形成了稳定的辅导教学体系，尽量做到一个学员一套学习计划、一套辅导方案，大大降低了学员考取目标院校的难度。在公共课教学方面实现零基础教学，在专业课方面，建立了遍及全国各大高校的研究生专业信息资源库，解决考生跨院校、跨专业造成的信息不对称、复习资料缺乏等难题。

“学府考研”的使命是帮助每一个信任学府的学员都能考上理想院校。

学府文化的核心是“专注文化”。

“十年专注，只做考研”。因为专业，所以深受万千考研学子信赖！

“让每一个来这里的考研学子都成为成功者”。正是这种责任，让学府考研快速成为考生心目中当仁不让的必选品牌。

人生能有几回搏，三十年太长，只争朝夕！

同学们，春华秋实，为了实现理想，努力吧！

学府考研 | 全国统一客服电话 | 400-090-8961 |
总 部 | 陕西·西安友谊东路75号新红锋大厦三层

学府官方微博



学府官方微信



致学府图书用户

亲爱的学府图书用户：

您好！欢迎您选择学府图书，感谢您信任学府！

“学府图书”是学府考研旗下专业从事考研教辅图书研发的图书公司！

为了更好地为您提供“优质教学、始终如一”的服务，对于您所提出的宝贵意见与建议，我们向您深表感谢！

若我们的图书质量或服务未达到您的期望，敬请您通过以下联系方式进行告知。我们珍视并诚挚地感谢您的反馈，谢谢您！

在此祝您学习愉快！

学府图书全国统一客服电话：400-090-8961

学府图书质量及服务监督电话：15829918816

学府图书总经理投诉电话：张城 18681885291 投诉必复！

您也可将信件投入此邮箱：34456215@qq.com 来信必回！

图书微博



图书微信



图书微店



前言

数学是全国工学类、经济学类和管理学类硕士研究生入学考试的必考科目,分为高等数学、线性代数和概率论与数理统计(数学(二)不考)3个部分,分值为150分。其中线性代数考点包含两个选择题,一个填空题,两个解答题,总分值为34分,因此线性代数在考研数学中占有非常重要的地位。

本书是为广大考研学子复习线性代数而编写的备考用书,既适用于基础巩固阶段,也适用于强化提高阶段。是笔者总结归纳历年考研真题和必考知识点,汲取多本国内考研数学优秀教材之精华,并融入笔者多年来的教学经验精心编写而成的。本书具有下述特色。

1. 选题紧扣最新大纲。所有习题都对应最新考研大纲指定考点编选,以与考研真题难度相当的精编习题为主,夯实基础的习题为辅,加入少量真题,帮助考生达到巩固基础,提高实战能力的目标,并配合一些难度较高且新颖的题目来开阔考生的思路和眼界,重点突出,难易结合。

2. 选题覆盖面广。本书精心挑选和编写500多道高质量习题,涵盖线性代数的所有考点,以帮助考生了解考研数学的命题思路和规律,熟记线性代数的重点和难点。本书将线性代数的每个考点都渗透到选择、填空和解答3种题型当中,力求在较短的时间内能让考生更深刻地理解考研的知识点和命题思路,快速系统地构建自己的知识体系。

3. 选题具有综合性和前瞻性。本书每道题都重视基本理论的应用和复杂运算能力的提高,并强调分析能力和技巧的综合运用,能够有的放矢,有针对性地指导考生备考复习;本书还结合当前热点内容精心选编一些具有前瞻性和独特性的习题,能够拓宽考生的视野和知识体系,做到有备无患。

4. 习题解答体系完善。本书所有习题的解答都十分详细,其中绝大多数的答案中配有相应的思路点拨,帮助考生在答题的同时了解考点的考查形式,对一些典型题目进行详细分析,一题多解,归纳总结,力求使考生能够全面系统的认识考研数学题目的命题特点和规律,掌握答题的规范过程。本书解析、涵盖考研数学常用的解题方法,特别是在客观题里运用了赋值法、排除法、图示法和逆推法等重要解法,使考生能够系统掌握及熟练运用解答客观题的方法与技巧,并能灵活运用。本

书有的题目配有笔者的评注,是对题目的总结,并指出易错点和易混淆的知识点,帮助考生避免失误.

一本好的考研辅导书能够帮考生在复习的道路上披荆斩棘,达到事半功倍的效果,本书适合数学(一),数学(二),数学(三)的考生备考复习使用,书中的精编习题将会迅速提高考生的解题能力,并能夯实考生对基础知识的掌握,是考研学子不可多得的复习用书.

编写本书曾参阅了国内相关文献资料,在此,谨向其作者表示衷心的感谢.

由于多方面原因,书中疏漏之处在所难免,欢迎读者批评指正.

编 者

2017 年 1 月

目 录

第一部分 精编习题

第一章	行列式	1
第二章	矩阵及其运算	9
第三章	向量	21
第四章	线性方程组	30
第五章	矩阵的特征值与特征向量	40
第六章	二次型	49

第二部分 习题精解

第一章	行列式	55
第二章	矩阵及其运算	80
第三章	向量	115
第四章	线性方程组	148
第五章	矩阵的特征值与特征向量	180
第六章	二次型	213
参考文献		237

第一部分 精编习题

第一章 行列式

一、选择题

1. 若 $a_{1i}a_{23}a_{35}a_{4j}a_{54}$ 是 5 阶行列式中带有正号的一项, 则 i, j 的值为().

- (A) $i=1, j=3$ (B) $i=2, j=3$
(C) $i=1, j=2$ (D) $i=2, j=1$

2. 下列各项中, () 为某 5 阶行列式中带有正号的项.

- (A) $a_{13}a_{44}a_{32}a_{41}a_{55}$ (B) $a_{21}a_{32}a_{41}a_{15}a_{54}$
(C) $a_{31}a_{25}a_{43}a_{14}a_{52}$ (D) $a_{15}a_{31}a_{22}a_{44}a_{53}$

3. 设 $D = |a_{ij}|$ 为 n 阶行列式, 则第二对角线上元素的乘积 $a_{1n}a_{2n-1}\cdots a_{n1}$ 在行列式中的符号为().

- (A) 正 (B) 负 (C) $(-1)^n$ (D) $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$

4. 行列式 $\begin{vmatrix} 103 & 100 & 204 \\ 199 & 200 & 395 \\ 301 & 300 & 600 \end{vmatrix} = ()$.

- (A) 1 000 (B) -1 000 (C) 2 000 (D) -2 000

5. 设 4 阶矩阵 $A = [\alpha, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4]$, $B = [\beta, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4]$, 其中 $\alpha, \beta, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ 均为 4 维列向量, 且已知行列式 $|A| = 4$, $|B| = 1$, 则行列式 $|A+B| = ()$.

- (A) 5 (B) 4 (C) 50 (D) 40

6. 设 A 为四阶矩阵, 且 $|A| = 2$, 把 A 按列分块为 $A = [A_1, A_2, A_3, A_4]$, 其中 A_j ($j=1, 2, 3, 4$) 是 A 的第 j 列, 则 $|-A_2, -A_1, -A_4, -A_3| = ()$.

- (A) -2 (B) 2 (C) 1 (D) 0

7. 设 $|A|$ 为 3 阶矩阵 A 的行列式, A 中 3 个列向量以 A_1, A_2, A_3 表示, 即 $|A| = |A_1, A_2, A_3|$, 则 $|A| = ()$.

- (A) $|A_3, A_2, A_1|$ (B) $|-A_1, -A_2, -A_3|$
(C) $|A_1 + A_2, A_2 + A_3, A_3 + A_1|$ (D) $|A_1, A_1 + A_2, A_1 + A_2 + A_3|$

8. 设 A 为 3 阶矩阵且 $|A| = 2$, 则 $-|A||A| = ()$.

- (A) 4 (B) -4 (C) 16 (D) -16

9. 设 A 为 n 阶矩阵, k 是非零常数, 则 $|(kA)^*| = ()$.

- (A) $k|A|^{n-1}$ (B) $|k||A|^{n-1}$ (C) $k^{n(n-1)}|A|^{n-1}$ (D) $k^{n-1}|A|^{n-1}$

10. 设 A, B 是 n ($n \geq 2$) 阶方阵, 则必有().

(A) $|\mathbf{A} + \mathbf{B}| = |\mathbf{A}| + |\mathbf{B}|$

(B) $|\mathbf{AB}| = |\mathbf{BA}|$

(C) $||\mathbf{A}|\mathbf{B}|| = ||\mathbf{B}|\mathbf{A}||$

(D) $|\mathbf{A} - \mathbf{B}| = |\mathbf{B} - \mathbf{A}|$

11. 设 $\mathbf{A}$ 为 n 阶方阵, 则 $|\mathbf{A}| = 0$ 的必要条件是().

(A) 两行(列)元素对应成比例

(B) 必有一行为其余行的线性组合

(C) $\mathbf{A}$ 中有一行元素全为零

(D) 任一行为其余行的线性组合

12. 三元一次方程组
$$\begin{cases} bx - ay = -2ad \\ -2cy + 3bz = bc \\ cx + az = 0 \end{cases}$$
 则().

(A) 当 a, b, c 取任意实数时, 方程组均有解(B) 当 $a = 0$ 时, 方程组无解(C) 当 $b = 0$ 时, 方程组无解(D) 当 $c = 0$ 时, 方程组无解

13. 设 $\mathbf{A}$ 是 $m \times n$ 矩阵, $\mathbf{B}$ 是 $n \times m$ 矩阵, 则().

(A) 当 $m > n$ 时, 必有行列式 $|\mathbf{AB}| \neq 0$ (B) 当 $m > n$ 时, 必有行列式 $|\mathbf{AB}| = 0$ (C) 当 $n > m$ 时, 必有行列式 $|\mathbf{AB}| \neq 0$ (D) 当 $n > m$ 时, 必有行列式 $|\mathbf{AB}| = 0$

14. 设矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ 满足 $\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^T$, $\mathbf{A}^T$ 是 $\mathbf{A}$ 的转置矩阵, $\mathbf{A}^*$ 是 $\mathbf{A}$ 的伴随矩阵, 若 a_{11}, a_{12}, a_{13} 为 3 个相等的正数, 则 a_{11} 为().

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(B) 3

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\sqrt{3}$

15. 设 $\mathbf{A}$ 为 n ($n \geq 3$) 阶矩阵, 则必有().

(A) $\mathbf{A}^* = |\mathbf{A}| \mathbf{A}^{-1}$

(B) $(\mathbf{A}^*)^* = \mathbf{O}$

(C) $|\mathbf{A}^*| = |\mathbf{A}|^{n-1}$

(D) $(k\mathbf{A})^* = k\mathbf{A}^*$

16. 设 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 是 n 阶方阵, 则必有().

(A) $|\mathbf{A}^{-1}| = -|\mathbf{A}|^{-1}$

(B) $(\mathbf{AB})^k = \mathbf{A}^k \mathbf{B}^k$

(C) $||\mathbf{A}|\mathbf{B}|| = ||\mathbf{B}|\mathbf{A}||$

(D) $|\mathbf{A}^*| = |\mathbf{A}|^{n-1}$

17. 设 n 阶方阵 $\mathbf{A}$ 非奇异 ($n \geq 2$), $\mathbf{A}^*$ 是矩阵 $\mathbf{A}$ 的伴随矩阵, 则().

(A) $(\mathbf{A}^*)^* = |\mathbf{A}|^{n-1} \mathbf{A}$

(B) $(\mathbf{A}^*)^* = |\mathbf{A}|^{n+1} \mathbf{A}$

(C) $(\mathbf{A}^*)^* = |\mathbf{A}|^{n-2} \mathbf{A}$

(D) $(\mathbf{A}^*)^* = |\mathbf{A}|^{n+2} \mathbf{A}$

18. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} x & x & 1 & 0 \\ 1 & x & 2 & 3 \\ 2 & 3 & x & 2 \\ 1 & 1 & 2 & x \end{vmatrix}$, 则 $f(x)$ 中常数项为().

(A) 0

(B) 6

(C) -5

(D) 2

19. 已知 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 2$, 则 $\begin{vmatrix} z-y & y & -1 \\ x & z-x & -1 \\ -x & -y & 1 \end{vmatrix}$ 的值为().

(A) 2

(B) -2

(C) 0

(D) 4

20. 设矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征多项式 $|\lambda I - \mathbf{A}| = (\lambda + 2)(\lambda + 3)^2$, 则 $|\mathbf{A}|$ 为 ().

(A) -3

(B) -2

(C) 6

(D) -18

21. (数一, 数三) 已知 X 为随机变量, 概率分布为 $\begin{array}{c|cc} X & -2 & 3 \\ \hline P & p & q \end{array}$, 且 $p + q = 1$, $Y = \begin{vmatrix} X & 2 & 1 \\ 2 & X & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$, 则

$EY = ()$.

(A) p

(B) q

(C) $p + q$

(D) 0

二、填空题

22. 4 阶行列式中, 带负号且包含因子 a_{23} 和 a_{31} 的项为 _____.

23. 如果 n 阶行列式中等于零的元素个数大于 $n^2 - n$, 那么此行列式的值为 _____.

24. 在函数 $f(x) = \begin{vmatrix} x & x & 1 & 0 \\ 1 & x & 2 & 3 \\ 2 & 3 & x & 2 \\ 1 & 1 & 2 & x \end{vmatrix}$ 中 x^3 的系数是 _____.

25. 设 $\mathbf{A}$ 为 3 阶方阵, 且 $|\mathbf{A}| = -2$, 把 $\mathbf{A}$ 按列分块为 $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3]$, 其中 $\mathbf{A}_j$ ($j = 1, 2, 3$) 是 $\mathbf{A}$ 的第 j 列, 则 $|\mathbf{A}_3 - 2\mathbf{A}_1, 3\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_1| =$ _____.

26. 设 $\mathbf{A}$ 为 3 阶方阵, 且 $|\mathbf{A}| = 4$, 则 $\left| \left(\frac{1}{2}\mathbf{A} \right)^2 \right| =$ _____.

27. 行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & b_1 & 0 & 0 \\ -1 & 1-b_1 & b_2 & 0 \\ 0 & -1 & 1-b_2 & b_3 \\ 0 & 0 & -1 & 1-b_3 \end{vmatrix} =$ _____.

28. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 5 \end{vmatrix} =$ _____.

29. 行列式 $D = \begin{vmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 & 4^2 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 \\ 3^2 & 4^2 & 5^2 & 6^2 \\ 4^2 & 5^2 & 6^2 & 7^2 \end{vmatrix} =$ _____.

30. 行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} =$ _____.

31. 行列式 $D_5 = \begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

32. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -4 \\ 4 & 9 & 1 & 16 \\ 8 & 27 & 1 & -64 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

33. 行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c & 1 \\ b & c & a & 1 \\ c & a & b & 1 \\ \frac{b+c}{2} & \frac{c+a}{2} & \frac{a+b}{2} & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

34. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \cdots & a_n^{n-1} \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$ 其中 $a_i \neq a_j (i \neq j; i, j = 1, 2, \cdots, n)$,

则线性方程组 $A^T X = B$ 的解 $X = \underline{\hspace{2cm}}.$

35. 三元一次方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 只有零解, 则 λ 应满足 $\underline{\hspace{2cm}}.$

36. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为三维列向量, 记矩阵 $A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3], B = [\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + 4\alpha_3, \alpha_1 + 3\alpha_2 + 9\alpha_3]$, 如果 $|A| = 1$, 那么 $|B| = \underline{\hspace{2cm}}.$

37. 设 A, B 均为 n 阶方阵, 且 $|A| = a, |B| = b, C = \begin{bmatrix} A & 3A^* \\ (B/2)^{-1} & O \end{bmatrix}$, 则 $|C| = \underline{\hspace{2cm}}.$

38. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1/n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1/(n-1) & 0 \end{bmatrix}$, 则 $(A^{-1})^* = \underline{\hspace{2cm}}.$

39. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 矩阵 B 满足 $ABA^* = 2BA^* + E$, 其中 A^* 为 A 的伴随矩阵, E 是单位矩

阵, 则 $|B| =$ _____.

40. 如果 4 阶矩阵 A 与 B 相似, 矩阵 A 的特征值为 $1/2, 1/3, 1/4, 1/5$, 则行列式

$$|B^{-1} - E| = \text{_____}.$$

41. 如果 4 阶矩阵 A 与 B 相似, B^* 是 B 的伴随矩阵, 若 B^* 的特征值是 $1, -1, 2, 4$, 则

$$||A|A^{-1}| = \text{_____}.$$

42. 设 A 为 $2n+1$ 阶反对称矩阵, 则 A 的行列式 $|A| =$ _____.

43. 设 $\alpha = (1, 0, -1)^T$, 矩阵 $A = \alpha\alpha^T$, n 为正整数, 则 $|aE - A^n| =$ _____.

44. 已知 $f(x), g(x), h(x)$ 为 2 阶可导函数, 则

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{(\Delta x)^3} \begin{vmatrix} f(x) & g(x) & h(x) \\ f(x+\Delta x) & g(x+\Delta x) & h(x+\Delta x) \\ f(x+2\Delta x) & g(x+2\Delta x) & h(x+2\Delta x) \end{vmatrix} = \text{_____}$$

45. (数一, 数三) 设随机变量 $a_{ij} (i, j=1, 2, 3, 4)$ 独立同分布, 且 $Ea_{ij} = 3$, 则行列式

$$X = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \text{ 的数学期望 } EX = \text{_____}.$$

三、解答题

$$46. \text{ 计算 } n \text{ 阶行列式 } D_n = \begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}.$$

$$47. \text{ 计算 } n+1 \text{ 阶行列式 } D_{n+1} = \begin{vmatrix} a_0 & b_1 & b_2 & \cdots & b_{n-1} & b_n \\ c_1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ c_2 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ c_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{vmatrix} \quad (a_i \neq 0, i=1, 2, \cdots, n).$$

$$48. \text{ 计算行列式 } D_n = \begin{vmatrix} x_1 & \alpha & \alpha & \cdots & \alpha & \alpha \\ \beta & x_2 & \alpha & \cdots & \alpha & \alpha \\ \beta & \beta & x_3 & \cdots & \alpha & \alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \beta & \beta & \beta & \cdots & \beta & x_n \end{vmatrix}.$$

49. 计算 n 阶行列式 $D_n = \begin{vmatrix} b & b & \cdots & b & a \\ b & b & \cdots & a & b \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ b & a & \cdots & b & b \\ a & b & \cdots & b & b \end{vmatrix}$.

50. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} a_1 + b & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 + b & a_3 & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n + b \end{vmatrix}$.

51. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} x & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_2 & x + a_1 \end{vmatrix}$.

52. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 1 + a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 + a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 + a_n \end{vmatrix}$, 其中 $a_1 a_2 \cdots a_n \neq 0$.

53. 计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} \alpha + \beta & \alpha & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \beta & \alpha + \beta & \alpha & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \beta & \alpha + \beta & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha + \beta & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta & \alpha + \beta \end{vmatrix}.$$

54. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} a_1^{n-1} & a_1^{n-2} b_1 & \cdots & b_1^{n-1} \\ a_2^{n-1} & a_2^{n-2} b_2 & \cdots & b_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n^{n-1} & a_n^{n-2} b_n & \cdots & b_n^{n-1} \end{vmatrix}$, 其中 $a_1, a_2, \dots, a_n \neq 0$.

55. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n-1 & n & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \end{vmatrix}$ 的值.