

Ehrhard Behrends · Peter Gritzmann
Günter M. Ziegler 编

π & Co.

Kaleidoskop der Mathematik

来自德国的数学盛宴

邱予嘉 译

高等教育出版社

Ehrhard Behrends · Peter Gritzmann

Günter M. Ziegler 编

π & Co.

Kaleidoskop der Mathematik

来自德国的数学盛宴

邱予嘉 译

高等教育出版社·北京

图字 : 01-2013-0444 号

Translation from German language edition:

Pi und Co. by Ehrhard Behrends, Peter Gritzmann and Günter M. Ziegler

Copyright © 2008 Springer Berlin Heidelberg

Springer Berlin Heidelberg is a part of Springer Science+Business Media

All Rights Reserved

图书在版编目 (CIP) 数据

来自德国的数学盛宴 / (德) 贝伦兹, (德) 格雷兹曼, (德) 齐格勒编; 邱予嘉译. -- 北京: 高等教育出版社, 2017. 6

ISBN 978-7-04-047174-8

I. ①来… II. ①贝… ②格… ③齐… ④邱… III. ①数学 - 普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 013855 号

来自德国的数学盛宴

LAIZI DEGUO DE SHUXUE SHENGYAN

策划编辑 李华英
责任编辑 李华英
责任校对 刘颖

责任编辑 李华英
责任印制 韩刚

封面设计 张楠

版式设计 马敬茹

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 北京汇林印务有限公司
开本 787 mm × 1092 mm 1/16
印张 27.5
字数 510千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址	http://www.hep.edu.cn
	http://www.hep.com.cn
网上订购	http://www.hepmall.com.cn
	http://www.hepmall.com
	http://www.hepmall.cn
版 次	2017年6月第1版
印 次	2017年6月第1次印刷
定 价	89.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 47174-00

前言

你有没有尝试过在谷歌中搜索“数学”这个关键词呢？当此书成形时，搜索德文“数学”一词谷歌给出了 27 200 000 个与数学相关的词条，而搜索英文“数学”一词时则给出了 93 100 000 个词条；数量还在逐渐增长中。“数学和乐趣”也给我们带来了 203 000 个词条，相对应地，“数学与煎熬”和“数学与失望”则“仅仅”分别对应着 78 000 和 63 600 个词条。由此我们可以说，数学是有趣的，而且相对来说，可以给很多人带来乐趣，但是同时我们也不能否认，数学有时候也会给人带来一些失落感。当然凡事都有两面，一面是无法抑制的热情，而另一面是具备一些小小缺陷的遗憾。有这样一个笑话：“一个数学家走进一家照相馆：‘你好，我想冲印一张照片。’工作人员：‘好的， 9×13 ？’数学家：‘117。为什么问这个呢？’”一个更刁钻的情况则是数学家回答了“137”，一个素数。而这并不和这个学科在大众印象中的普遍偏见相矛盾：抽象、与生活相隔甚远、缺乏吸引力、缺乏创造性；相较于一种了解我们身处的这个日趋复杂的世界的途径，则更像是对学生们的一种刑罚。因为这已经几乎是一种慰藉，Paul Möbius（不，这并不是著名的数学家 August Möbius，而是一位精神科医生）在一百多年前断言，数学至少是一种没有伤害性的爱的直觉。

“数学可以培养人们的逻辑思维能力，”有人这么说。这是正确的，但同时，数学也包含更多的方面。数学是充满美感的、有用的，并且是一种用以解释世界的重要工具。数学是富有创造性的、有趣的，并且是轻松愉快的。而且，她在我们的周围处处存在——嗯，几乎处处存在。她渗透着，并且同时影响了几乎所有的生命和工作：从手工业和汽车制造业到街道和旅程设计，从超市中的无现金支付到建筑设计，从天气预报到音乐播放器。当然，我们几乎无法离开的互联网也基本上（并且以丰富的形式）建立在数学之上，当然包括谷歌和 eBay。数学已经渗透进了我们生活的方方面面，但是同时她本身也有很多未知的谜团，并且，世界的不断进步也对数学提出了越来越高的要求，尤其是那些帮助理解和优化工程、经济、生物或者商业的过程的数学。

本书的目的，是将聚光灯投射在数学上，不是作为一本专著，也不是作为一本教科书，而是一本丰富的剪贴本。在此我们收集和摘录了 43 篇文章或书中的章节，这些文章从很多不同角度将数学展示在大家面前。也许并不是所有的文字都会对所有人产生影响，但对于每个人，至少其中应该有一些会引起共鸣；的确是对每个人，因为我们不仅包含了关于对数学中某些方面进行概述的一些小品文，也囊括了一些专业的数学文字。在本书中，读者可以发现简单易懂的、充满娱乐性的文字，同时也

能面临一些较复杂的数学挑战——有些是显而易见的,有些是反直觉的. 同样地,作者也选取了数学中与哲学、神学和文化相关的部分,以及一些数学中的至关重要的未解决问题,这些问题中有些甚至为了一个解答已经等待了上百年之久.

当你发现某一部分太简单或者太困难时,就跳过去吧——下一篇文章就完全不一样了. 在这些文章之间,有时会有一些相交点或者是“十字路口”. 但是每一篇文章都是完全独立的,并不建立在另一篇的基础上. 总的来说,作为一本剪贴本,它们依然成为一个整体,向我们展示了一幅数学多样性和数学之美的图片——从她的实用性、挑战性,尤其特别的是,从她的“活跃性”.

编纂这样一本书的想法源自于 Vasco Alexander Schmidt 的鼓舞. 本书在很短时间内便成书了. 我们感谢所有通过提出建议、意见和他们自己对此的想法,且允许我们摘录文章的人们,是他们使得这个不可能的任务成为可能,帮助我们能够顺利在数学年 (2008 年) 完成本书. 特别地,我们需要感谢 Vieweg 出版社的 Ulrike Schmickler-Hirzebruch, 还有来自 Springer 出版社的 Rüdiger Gebauer, Clemens Heine, Joachim Heinze 和 Eric Merkel-Sobatta.

编者和德国数学学会在此表示衷心的感谢!

Ehrhard Behrends

Peter Gritzmann

Günter M. Ziegler

柏林和慕尼黑, 2008 年 3 月

目录

I 序幕 1

第1章 数学成为一种热潮——对一种希望的描述 (Gero von Randow)	3
第2章 究竟有多少种数学? (Albrecht Beutelspacher)	9
第3章 数学的优雅 (Martin Aigner)	15
第4章 数学从哪里产生——十个地点 (Günter M. Ziegler)	23
第5章 为什么是数学? (Ian Stewart)	31

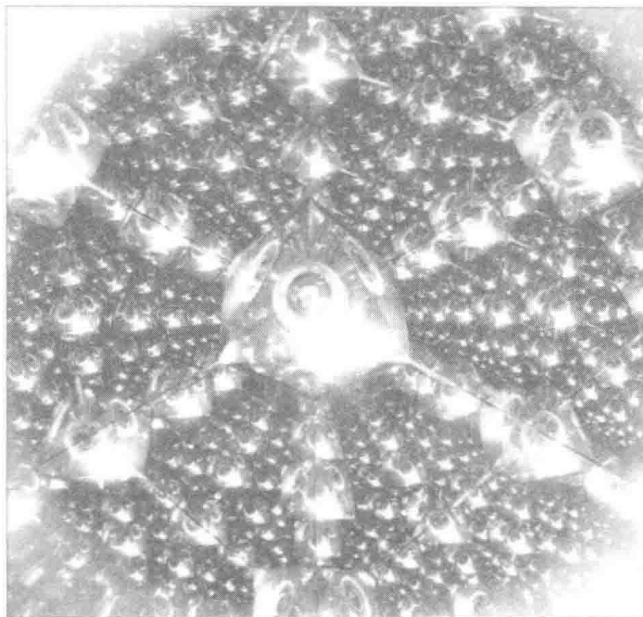
II 持续的热点 37

II.1 素数	41
第6章 素数 (Richard Courant, Herbert Robbins)	43
第7章 对于素数的无限性的六个证明 (Martin Aigner, Günter M. Ziegler)	55
第8章 一个给“所有人”的突破 (Folkmar Bornemann)	61
第9章 素性测试和素数纪录 (Günter M. Ziegler)	75
II.2 无限性	81
第10章 《无限——来自思想大峡谷的消息》前言 (Harro Heuser)	83
第11章 集合, 函数和连续统假设 (Martin Aigner, Günter M. Ziegler)	89
第12章 欧拉的无限和 (Daniel Barthe)	99
第13章 一个问题和两个答案 (Lina)	109
II.3 维数	113
第14章 五维的蛋糕 (Ehrhard Behrends)	115
第15章 维数的介绍 (Thomas F. Banchoff)	119
第16章 拓扑 (Richard Courant, Herbert Robbins)	127
第17章 维数 (Timothy Gowers)	149
II.4 概率论	159
第18章 偶然事件是不能被智胜的 (Ehrhard Behrends)	161
第19章 乐透——比公平更公平? (Jörg Bewerdorff)	163
第20章 蒲丰的投针问题 (Martin Aigner, Günter M. Ziegler)	171
第21章 女性问题; 或者换言之, “多有时候就是少” (Christoph Drösser)	175
第22章 三个悖论 (Olle Häggström)	183

III 硬核	199
III.1 费马	203
第 23 章 费马大定理 —— 一个困扰数学家三百年的问题的解答 (Jürg Kramer)	205
III.2 $P = NP$	215
第 24 章 一百万美元, 为了你的信用卡的安全 (Peter Gritzmann, Ehrhard Behrends)	217
第 25 章 $P = NP?$ (Martin Grötschel)	221
III.3 ζ 函数	229
第 26 章 黎曼猜想 (Jürg Kramer)	231
III.4 数学中的奖牌	237
第 27 章 马德里的热浪 (Günter M. Ziegler)	239
IV 热门话题	251
IV.1 离散优化	255
第 28 章 组合爆发和旅行货郎问题 (Peter Gritzmann, René Brandenberg)	257
IV.2 谷歌	275
第 29 章 利用数学成为百万富翁 (Ehrhard Behrends)	277
IV.3 金融数学	281
第 30 章 金融市场上数学的角色 (Walter Schachermayer)	283
IV.4 密码学	295
第 31 章 RSA-算法 (Albrecht Beutelspacher, Heike B. Neumann, Thomas Schwarzpaul)	297
IV.5 博弈论	313
第 32 章 关于纳什均衡点的一个小故事 (Karl Sigmund)	315
V 数学无边界	327
V.1 音乐	329
第 33 章 从半音到十二次根 (Ehrhard Behrends)	331
V.2 选举	333
第 34 章 多数决定, 真的吗? (Wolfgang Leininger)	335
V.3 医药	341
第 35 章 画家, 罪犯, 数学家 (Peter Deufhard)	343
V.4 魔术	353
第 36 章 魔幻数学 —— 数字 (Ehrhard Behrends)	355
第 37 章 魔幻数学 —— 混沌中的秩序 (Ehrhard Behrends)	357
V.5 艺术	359

第 38 章 肩上的埃舍尔 —— 一封邀请函 (Ehrhard Behrends)	361
V.6 建筑	387
第 39 章 协同合作 —— 数学和建筑 (Jürgen Richter-Gebert, Ulrich Kortenkamp)	389
VI 日常生活中的惊喜	397
第 40 章 只有数字才算数 (Günter M. Ziegler)	399
第 41 章 变量和百分比 (Günter M. Ziegler)	403
第 42 章 教育的空白 (Günter M. Ziegler)	407
第 43 章 你可以借由我们来计算 (Günter M. Ziegler)	411
VII 结束语	415
图片说明	417
名词索引	427

I 序幕



第1章

数学成为一种热潮 —— 对一种希望的描述 (Gero von Randow) 3

第2章

究竟有多少种数学?

(Albrecht Beutelspacher) 9

第3章

数学的优雅 (Martin Aigner) 15

第4章

数学从哪里产生 —— 十个地点

(Günter M. Ziegler) 23

第5章

为什么是数学? (Ian Stewart) 31

Gero von Randow

选自《一切皆为数学 —— 从毕达哥拉斯到CD播放器》(Vieweg, 第 2 版, 2002 年), 第 3-7 页.

关于数学这个学科, 一般的读者完全可以从最近几年的报纸杂志中得到以下概念:

- 一个非常古老的数学问题被成功解决了 —— 然后好像又没有 —— 然后好像的确被解决了. 这里空白太小, 我们不能完整得呈现证明.
- 某个人发现了一个迄今最大的素数.
- 又有某个人发现了数字 π 的小数点后的听上去很多位 —— 使用计算机.
- 诺贝尔奖没有开设数学奖, 但是数学家们似乎是仅有的一群能够理解最近几年诺贝尔经济学奖的意义的人.
- 混沌理论是探索宇宙、企业管理、公共交通与爱的秘密的钥匙.
- 德国中小学生不能计算.
- 当吸尘器利用模糊逻辑工作时, 它们会变得更有效率.

总而言之, 没有什么令人满意的结果. 但是这并不是全部的事实. 除去数学在公众视野中的那些零碎的片段, 我相信她还是拥有非常好的机会来在普罗大众心目中赢得一个全新的声望.

这个希望起始于几年前的好莱坞. 更确切地说, 起始于电影《侏罗纪公园》. 这个电影中的一个主角便是一位数学家, 他有以下的几个很突出的特点:

- 他的一些习惯很容易让人们联想到早年的 Tom Jones.
- 他尝试战胜女主角.
- 他的研究的主要领域在混沌理论.

恐龙突围了, 而这位数学家不幸被其中一只咬伤. 在电影《解密者》中也出现了一位数学家. 这一次的数学家穿的不是黑色的皮衣, 而是白色的西服, 他发明了一种所谓的数字筛法, 在其帮助下, 他可以破解一个 RSA 密码. 由于这个原因, 这位数学家最后被暗杀了.

在以上两种情况中, 数学家的结局都不是那么让人愉快. 但是也许为了让数学更加受欢迎, 我们的确需要做出一些牺牲. 在这两部电影中, 数学家总是被一个光环所环绕, 那是知识的光环、创造力量的光环. 这个光环可以将数学塑造成一种新的、

我们可以预见到的热潮的中心内容。当然还有更多的原因。第一个原因就直接在我们的身边——在信息产业中，数学是一种所谓的基本因素。第二个原因会更有趣一些。人们寻求可以信任的知识，并且更多——很多人寻求一种新的灵魂的安全感的来源，因为旧的源泉几乎已经丧失它的功效了。出于同样的原因，深奥的书本和自然科学的科普书的销量如此好——读者们寻求确定性，事实，以及价值。他们购买太空物理学家斯蒂芬·霍金 (Stephen Hawking) 的书，虽然几乎没有人能真正理解书中的理论；或者 UFO 专家 Johannes von Buttlar 的书，虽然这些书并不比霍金的书更浅显易懂。所以，出于同样的原因，读者们也将会转投数学书籍，只要他们相信，他们可以通过数学的帮助更好地理解这个世界。而且他们将会渴望有机会见识和了解更多的数学，只要身为记者的我们，能够给他们足够的提示，让他们意识到数学是一种诠释这个世界的思想方法和语言。

数学中的一个分支已经在这一点上有了非常广泛的应用——所谓的混沌数学。它已经成为流行文化的一部分。

但是同时这也不可避免地引发了一些误解——有些人会觉得，在汉堡下雨是由于在中国一袋米掉在了地上——蝴蝶效应。但是这并不足以令人感到忧虑。更重要的是，关于混沌理论的热潮将数学展现在了更多人眼前。对于数学的兴趣在增长，同样增长的是数学的吸引力。那些人，那些在同事们嗤之以鼻之下依然努力将混沌理论和它的应用展现在大众眼前的人们，为数学做出了卓越的贡献。由此我坚信，它很可能唤醒了阅读群体对数学的逐渐增长的需求。出版商们也看到了类似的迹象；在最近的几个月中，市场上出现了不少科普类和自传类的数学书籍。

当然，困难之处并非是提升对于数学科普书籍的需求，而是满足这种需求。我想要对于写这样的数学书的难度稍作评论。

通常情况下，记者们写的并不是论文，而是故事。顾名思义，记者，是讲故事的人。读者们希望阅读的是故事，而不是艰深的论文。新闻业看重的是对读者的注意力的争夺，从文章的第一行直至最后一行。虽然如此，一个故事所需要展示的和一個证明或者是一个对于数学事实的阐述是完全不同的。那么在报纸上数学该以什么形式出现呢？一种方法便是以一个故事的形式出现。费马大定理，或者说是费马猜想的美妙之处不仅仅是问题本身可以以一种很简单的方式表达（虽然对于很多编辑而言依然太过困难），而且还在于寻找它的证明的过程是一个让很多人觉得不可思议的故事——这似乎对于大多数人而言这个故事所有的内容了，因为对记者而言，把这个证明的思想给读者阐述是一件不可能完成的任务。

数学出现在报纸上的另一种形式则是比喻，由此我们可以将其与非数学的问题联系起来。虽然数学是一种以抽象的形式来表述的学科，它依然有一些适宜比喻并与现实联系的部分。关于某些问题的一个定理，当我们用通俗的方式解释时，便是由一些简单的规则所导出的复杂的系统。当然可能存在这样的系统，其中推导的过程如此多，以至于它永远不可能完成——这当然是可能存在的。对这个问题的一个很

好的比喻便是是否存在外星生命。也许确实存在，但很有可能我们对证实这个猜测却无能为力。我相信，读者们会对这样的想法感兴趣。

当然这其中还存在一个问题，就是我们的记者中真正理解数学的是极少数。数学对于我们中的大多数而言如同一个盲点。人类的眼睛能看到图片中的黑点，并且当这个图片投影到我们的视网膜上时，大脑会自动将其补全。法学家们深知此现象，并将其称作“业余者的平行解释”。可惜的是，数学（当然是对于非数学工作者而言）并不具备如此直观的形象；甚至量子物理都能以某种形式更直观地呈现。即便如此，时至今日，一种所谓的实验数学正在一些可视化实验室中运行和发展着，它或许可以带领读者们向数学的直观展示更进一步。

至少，用常见的应用来让读者们兴奋是一个巨大的诱惑。这也是一种合理的途径。我也曾经写过不同的故事——从婴儿尿布出发的关于数学优化的故事，关于期货市场的模拟的故事，或者是关于虚拟生活的故事。这些故事可以是有娱乐性的，同时也兼具一定的教育性。但是它们并没有办法真的解释其中的数学。我觉得，在大多数情况下，我们完全没有办法在报纸上解释数学。

例如，对于黎曼猜想的解释很有可能早在复数的概念上便会栽跟头。但是这也没有关系。一个科学记者并不需要向普罗大众解释数学；他所需要做的更是向自己解释数学。他可以用简单的例子，也许简单到对于数学家们是显然的例子，来向大众解释在这种情况下数学是什么——而且他有足够的理由一定要这么做。如何带领读者们向数学的世界靠近，是一个非常认真和严肃的课题。用 Alfred North Whitehead 的话来说：“数学本身并没有任何神秘之处。她只是一个抽象形式的科学的非常重要的例子。”数学和逻辑的抽象结构“展示了一种智力资本，任何年龄层都需要为他们的后来者负责任地管理的智力资本……几乎没有人能够确切地知道，需要多久这样的思想结构才能成熟，直至它在某个时间点和人们在现实生活中的兴趣产生联系。”

这是一个巨大并且非常重要的观点，也是我们可以向读者们传达的观点。而在此，些许关于数学的流行并不会构成什么障碍。

虽然如此，数学还有另外一种对记者们非常有用的性质：就是使人瞠目结舌的能力。以数学的思维方式观察和考虑一个问题可以让我们得到一些反直觉的结论。这样的结论对很多人而言都是非常有趣的，即使他们对数学没有任何感觉。同样，他们会觉得这也是有意思的，因为他们同样有幽默感。而幽默感，是记者们一个很重要的武器。

比如说，我想要介绍我本人在三门问题上的经验，这个问题也以“山羊问题”这个名字被大家所熟知（如果想要了解具体细节，你可以在 G. v. Randow, *Das Ziegenproblem*, rororo science 中找到这个故事）。这个故事可以用下面的形式来讲述：你参加了一个电视节目，你需要选择三扇紧闭的门中的一扇。在其中一扇门的背后有一项大奖在等待你：一辆汽车。在另外两扇门之后则都是山羊。你指向一扇门，假定为

一号门.但是这扇门不会马上打开.另一方面,主持人事先知道汽车在哪一扇门背后;说着“让我替你看一看”,他打开了其中一扇门,假如说是三号门,此时一只呆萌的山羊出现在了观众面前.现在主持人问:你是继续选择一号门还是换到二号门呢?这只是一个很古老的谜语的现代版本.在美国,记者 Marilyn vos Savant 对这个问题进行了讨论,并且给出了下面的结论:二号门赢得大奖的概率更高.

因为我个人很喜欢这个谜题,我曾经在《德国时代周刊》上写了一篇简短的文章介绍这个谜语,解释了这个结果,然后就度假去了.于是当我回来时,收到了许多的读者来信:尊敬的 von Randow 先生“也许是被三伏天的热浪晒晕了”,“任何正常的十二年级学生”都能了解这个“典型的业余的错误”,“骇人听闻的胡闹”,“废话”,“无厘头”,所有这些都是“荒谬”和“让人费解”的;“《德国时代周刊》上刊登这样的一篇文章绝对是让人感到悲哀的”,并且这整件事背后的数学家应该感到“难堪”.

显然山羊问题让很多人觉得不可思议,有的派对变成一场争论,有的夫妻持有相反观点,有的教授甚至让助手研究这个问题,数学教师们以此让学生们感到困惑.一个软件公司的雇员给我写信:“在我们公司中,有很多同事都经过全面的职业培训(计算机、数学、物理).所以可以理解,山羊问题是一个多么大的刺激.为了这个问题我们甚至使用了可能的分析工具,概率空间、统计分析,等等.我记得有一个周五的晚上,我们(一个小组)讨论一个项目到大约晚上七点,在大家准备回家的时候,又重新拾起了山羊问题的话题.转眼到了晚上九点,我们依然没有得到满意的结果,筋疲力尽的我们才离开公司,留下的是好几块满是讨论内容的白板.”

它并不只是所谓的酸黄瓜时间.南斯拉夫的内战,莫斯科的暴动,新联邦州的问题,对于土耳其的袭击——但与此同时,一个数学问题席卷了德国,成千上万的人们为之进行各种狂热的讨论.

同时,在美国,更多的事情在进行着.这是引自《纽约时报》头版的语句:“关于游戏参与者是否应该换门的问题,甚至在 CIA 的会议室和海湾战争的飞行员们的休息厅中引发了辩论.从麻省理工的数学家,到 Los Alamos 国家实验室的程序员,都在探索这个问题;全国成千上万的课堂上,孩子们和老师们都在分析这个问题.”

这个例子告诉我们,人们喜欢让他们感到惊奇的事物.反直觉的解答让他们感到兴奋.这正是报纸上普及数学的绝佳机会.

我们曾经写了一篇关于计算机证明的文章,其中提到了四色问题:任何一张地图,不论是真的还是虚构的,只需要四种颜色就能区别相邻的国家.这个定理是在计算机的帮助下得到证明的——但是很多读者觉得这个定理本身更有趣.这个定理也是所谓的反直觉的.而且读者给我们寄来一些很复杂的地图;我们很开心地将这些地图用四种颜色上色,并且寄回给读者.这并不是一项非常“数学”的活动,但是却非常让人心满意足.

数学中有反直觉的解答这一方面,是具有很深刻的教育意义的.它提醒我们,我们不应该相信任何看不见的东西,任何不能引发评论的东西,即使它来自于一个权

威人士或者由确切的数字给出。这是非常重要的,因为很多时候,公众观点在很大程度上被数字所影响。出色的例子包括统计学和计算机模拟,尤其是当它们被用于电磁波和白血病的关系、核电站的风险、温室效应或者社会福利时。

在公众的观念中,数字总是起着很大的作用,总是被用于支持或者驳斥论点,但只有少数人能够恰当地处理数据。我曾经在一本科学杂志中读到,美国的医生们发现,乘坐雪橇比任何其他的青少年运动都要危险。因为在美国,每年大约有三万三千个青少年因此受伤。这是一个典型的数字魔法。读者会联想到三万三千个可怜的被伤痛折磨的孩子,并且因此而恐惧。

好吧,在美国,估计有三千三百万介于四岁和十四岁之间的青少年参与雪橇这项运动。假设其中只有一半每年乘坐几次雪橇,那么也只有大约五百分之一的孩子因为乘坐雪橇而受伤。这对于我来说,在我的生活经验中,反而是一种相对危险性较小的运动——至少相较于其他的青少年运动而言。

我很喜欢的还有一篇《路透社》的报道,其中提到,地球正在面临一场巨大的火山喷发。这篇报道的作者咨询了一位英国科学家,提到每十万年,全球气候会由火山喷发改变大约两次。上一次发生在七万年前在印度尼西亚的多巴湖,冰河世界便是这次巨大的火山爆发的结果,并且统计上而言,地球在这么长时间之后已经处于危险期。

当然,还有更多显然的例子。固然在日常生活中充斥着这类例子,并且数学家们——我还记得多特蒙德的统计学家 Walter Krämer——需要非常友好地纠正一些错误。你可以完全信任他们,因为他们在自身的领域里具备很高的地位。数学家们在这里扮演着特别的角色。因为他们在贡献一场抽象而且美丽的游戏。而且这个特别的角色也给他们一个特别的光环:酷。因此,数学家们的自传也经常是畅销书排行榜的常客。

在变得更流行的方面,数学已经占据了天时和地利。数学家们也一样。现在数学家们只需要在培养学科兴趣——也就是人和——上充分利用这些机会。

究竟有多少种数学?

Albrecht Beutelspacher

选自《在数学上我总是很差劲……》(Vieweg, 第 4 版, 2007), 第 43–47 页.

在数学中究竟还有没有任何可以研究的东西呢? 这个问题背后的含义是, 在勾股定理和所有已经被发现的公式之后, 似乎已经没有留下任何可以研究的空间给现在的数学家们. 但是答案是否定的, 数学发展得如此之快, 以至于几乎没有一个定理或一些定理可以穷尽她的潜力.

我们现在设想, 有一个数学家, 暂且称之为教授甲吧, 证明了一个定理. 经过数周、也许是数月的奋斗, 枯燥的文献查阅, 与同事们频繁讨论, 尽力地思考, 机智地对情况进行分类, 积累了一人高的演算纸 (还有很多弯路!) 之后, 他终于取得了期望的结果: “有限射影空间 $PG(3, q)$ 拥有一个平行结构!”

教授甲对这个定理非常自豪, 于是他不想只自己一人享受这个成就, 而是希望让整个世界了解这个结果. 为了达到这个目的, 他有多种不同的方法可供选择. 他可以给对此感兴趣的同事们写一封信或者电子邮件; 他可以知会数学协会; 他可以通过开设专门的课程来告知他的学生们; —— 但是保证他作为这个定理的第一个发现者的位置的正确的方法和途径则是在一份数学期刊上发表这篇文章.

教授甲为此尝试将这个定理写下来, 这样他的同行们便可以了解他的发现. 然后他将这份工作寄给了很多数学期刊中的一个. 他在几个选择之间摇摆, 一类是一般的期刊, 例如在 1826 年由 Leopold Crelle 创建的《纯数学和应用数学期刊》(*Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 简称为 Crelle 的期刊), 或者是更近期, 同时也更专注于一个领域的期刊, 例如《线性代数及其应用》(*Linear Algebra and its Applications*). 在这种情况下, 教授甲更想要尝试将他的作品发表在一本比较偏向几何的期刊上, 例如《几何期刊》(*Journal of Geometry*) 或者《几何专用》(*Geometriae Dedicata*). 这些期刊都表达了他们希望可以发表这个结果的意愿.

收到的作品会被打上收到的日期, 以便以后可以优先审核. 接下来期刊的主编会将这篇文章分发给适合的评审人. 这些评审人就是在这个方向的专家, 他们会仔细审阅这篇文章, 然后回答以下问题:

- 这篇文章的结果是否是新的;
- 这个结果是否正确;
- 证明是否正确 (和以上问题是完全不同的问题!);